UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

MODELO
Curso 20010/2011 MATERIA: MATEMATICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN
El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.
Calificación total máxima: 10 puntos.
Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.
Dado el sistema:

$$\begin{cases} \lambda x & & +\lambda z & = & 2 \\ x & +\lambda y & -z & = & 1 \\ x & +3y & +z & = & 2\lambda \end{cases}$$

se pide:
a) (1,5 puntos). Discutir el sistema según los valores del parámetro λ.
b) (1,5 puntos). Resolver el sistema para $\lambda = 1$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos. Se consideran las rectas:
Dada la función:

$$f(x) = \frac{x-1}{(x+1)^2}$$

se pide
a) (1,5 puntos). Obtener, si existen, los máximos y mínimos relativos, y las asíntotas de f.
b) (1,5 puntos). Calcular el área del recinto acotado comprendido entre la gráfica de f; el eje OX y las rectas $x = 0$, $x = 3$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.
Dadas las rectas:

$$r \equiv \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1} \quad ; \quad s \equiv \frac{x-5}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z}{1}$$

se pide:
a) (1 punto). Estudiar la posición relativa de r y s.
b) (1 punto). Determinar la ecuación del plano que contiene a las rectas r, s.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.
Dados los planos $\alpha \equiv 2x + y + 2z + 1 = 0$, $\beta \equiv x - 2y + 6z = 0$, se pide:
a) (1 punto). Obtener las ecuaciones paramétricas de la recta r determinada por la intersección de α y β.
b) Determinar el plano γ que es paralelo al plano α y pasa por el punto $\left(\sqrt{2}, 1, 0\right)$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.
Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Se pide:

a) (1 punto). Calcular $A^2 - 4A + 3I$

b) Demostrar que la matriz A^{-1} de A es $\frac{1}{3}(4I - A)$.

c) (1 punto). Hallar la matriz inversa de $A - 2I$

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.
Dados los puntos A(1, –3, 0), B(3, 1, –2), C(7, 2, 3), D(5, –2, 5), E(1, 0, 2), se pide:

a) (1 punto). Demostrar que los puntos A, B, C, D son coplanarios.
b) (1 punto). Demostrar que el polígono ABCD es un paralelogramo y calcular su área.
c) (1 punto). Hallar la distancia del punto E al plano determinado por los puntos A, B, C, D.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 Puntos.
Calcular los siguientes límites:

a) (1 punto). $\lim\limits_{x \to o^+} x \cdot e^{1/x}$

b) (1 punto). $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1 + \tan x} - \sqrt{1 - \tan x}}{x}$

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.
Dada la función $f(x) = \frac{1}{2} - \operatorname{sen} x$, calcular el área del recinto acotado comprendido entre la gráfica de f, el eje OX y las rectas $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$