

Variable aleatoria

Se llama **variable aleatoria** a toda función que asocia a cada elemento del espacio muestral E un número real.

Se utilizan letras mayúsculas X, Y, \dots para designar variables aleatorias, y las respectivas minúsculas (x, y, \dots) para designar valores concretos de las mismas.

Variable aleatoria discreta

Una **variable aleatoria discreta** es aquella que sólo puede tomar valores enteros.

Ejemplos:

El número de hijos de una familia, la puntuación obtenida al lanzar un dado.

Variable aleatoria continua

Una **variable aleatoria continua** es aquella que, al menos teóricamente, puede tomar todos los valores posibles dentro de un cierto intervalo de la recta real.

Ejemplos

La altura de los alumnos de una clase, las horas de duración de una pila.

Función de probabilidad

Se llama **función de probabilidad de una variable aleatoria discreta X** a la aplicación que asocia a cada valor de x_i de la variable su probabilidad p_i .

$$0 \leq p_i \leq 1$$

$$p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = \sum p_i = 1$$

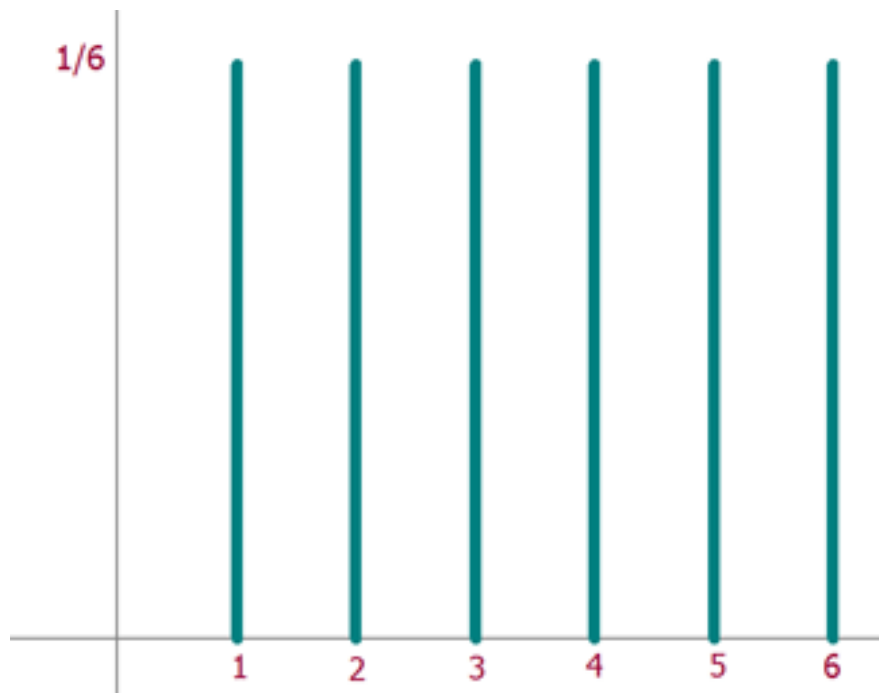
Ejemplo

La **distribución de probabilidad** de las puntuaciones obtenidas al lanzar un dado son:.

x	p_i
1	$\frac{1}{6}$
2	$\frac{1}{6}$
3	$\frac{1}{6}$
4	$\frac{1}{6}$
5	$\frac{1}{6}$
6	$\frac{1}{6}$
1	

Representación

La representación de una **distribución discreta de probabilidad** es un **diagrama de barras**.



Función de distribución

Sea X una variable aleatoria discreta cuyos valores suponemos ordenados de menor a mayor. Llamaremos **función de distribución de la variable X** , y escribiremos $F(x)$ a la función:

$$F(x) = p(X \leq x)$$

La función de distribución asocia a cada valor de la variable aleatoria la probabilidad acumulada hasta ese valor.

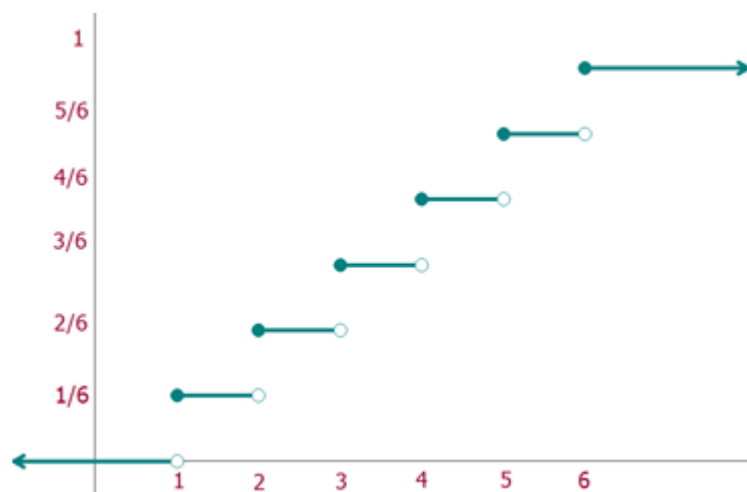
Ejemplo

La **función de distribución de probabilidad** de las puntuaciones obtenidas al lanzar un dado son:

x	p_i
$x < 1$	0
$1 \leq x < 2$	$\frac{1}{6}$
$2 \leq x < 3$	$\frac{2}{6}$
$3 \leq x < 4$	$\frac{3}{6}$
$4 \leq x < 5$	$\frac{4}{6}$
$5 \leq x < 6$	$\frac{5}{6}$
$6 \leq x$	1

Representación

La representación de una **función de distribución de probabilidad** es una gráfica escalonada.



Media y varianza de una variable aleatoria discreta

Esperanza matemática o media

$$\mu = X_1 \cdot p_1 + X_2 \cdot p_2 + \dots + X_i \cdot p_i = \sum_{i=1}^n X_i \cdot p_i$$

Varianza

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2 \cdot p_i - \mu^2$$

Desviación típica

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2 \cdot p_i - \mu^2}$$

Ejemplo: La **esperanza matemática, la varianza, y la desviación típica**, de la distribución de probabilidad de las puntuaciones obtenidas al lanzar un dado son.

x	p_i	x · p_i	x² · p_i
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
2	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{4}{6}$
3	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{9}{6}$
4	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{16}{6}$
5	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{25}{6}$
6	$\frac{1}{6}$	1	6
		$\frac{21}{6}$	$\frac{91}{6}$

$$\mu = \frac{21}{6} = 3.5$$

$$\sigma^2 = \frac{91}{6} - (3.5)^2 = 2.9167$$

$$\sigma = \sqrt{2.9167} = 1.7078$$