UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)
Curso 2003-2004
MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SOCIALES II

Junio
Septiembre
R1 R2

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El examen presenta dos opciones: A y B. El alumno deberá elegir una de ellas y responder razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad gráfica o de cálculo simbólico.
TIEMPO MÁXIMO: Una hora y media.
CALIFICACIÓN: Cada ejercicio lleva indicada su puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

   Se considera el sistema lineal de ecuaciones dependiente del parámetro real m:

$$\left\{\begin{array}{rcr} mx + y - 3z & = & 5 \\ -x + y + z & = & -4 \\ x + my - mz & = & 1 \end{array}\right.$$

   (a) Discútase el sistema según los diferentes valores del parámetro m.

   (b) Resuélvase el sistema para $m = 2$.

2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

   Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x) = \frac{x^3}{a} - ax^2 + 5x + 10, \quad a \neq 0$$

   (a) Obtener los valores de a para los cuales la función $f(x)$ tiene un máximo en $x = 1$.

   (b) Calcular los extremos relativos de $f(x)$ para $a = 3$ y representar la función.

3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

   Una cierta señalización de seguridad tiene instalados dos indicadores. Ante una emergencia los indicadores se activan de forma independiente. La probabilidad de que se active el primer indicador es 0,95 y de que se active el segundo es 0,90.

   (a) Hallar la probabilidad de que ante una emergencia se active sólo uno de los indicadores.

   (b) Hallar la probabilidad de que ante una emergencia se active al menos uno de los indicadores.

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

   Una muestra aleatoria de 9 tarrinas de helado proporciona los siguiente pesos en gramos

   88 90 90 86 87 88 91 92 89

   Hallar un intervalo de confianza al 95% para la media de la población, sabiendo que el peso de las tarrinas tiene una distribución normal con una desviación típica de 1,8 gramos.

OPCIÓN B

1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

   Un establecimiento de prendas deportivas tiene almacenados 1600 bañadores, 1000 gafas de baño y 800 gorros de baño. Se quiere incentivar la compra de estos productos mediante la oferta de dos tipos de lotes: el lote A, que produce un beneficio de 8 euros, formado por un bañador, un gorro y unas gafas, y el lote B que produce un beneficio de 10 euros y está formado por dos bañadores y unas gafas. Sabiendo que la publicidad de esta oferta tendrá un coste de 1.500 euros a deducir de los beneficios, se pide calcular el número de lotes A y B que harán máximo el beneficio y a cuánto asciende éste.

2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

   Sean las funciones

   $$f(x) = x^2 - 2x - 8 \; ; \quad g(x) = -\frac{x^2}{2} + x + 4$$

   (a) Calcular

   $$\lim_{x \to 4} \frac{f(x)}{g(x)}$$

   (b) Calcular el área del recinto acotado limitado por las curvas $f(x)$ y $g(x)$.

3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

   En una población, el 40% son hombres y el 60% mujeres. En esa población el 80% de los hombres y el 20% de las mujeres son aficionados al fútbol.

   (a) Calcular la probabilidad de que una persona elegida al azar sea aficionada al fútbol.

   (b) Elegida al azar una persona resulta ser aficionada al fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

   Calcular el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria para garantizar que, en la estimación de la media de una población normal con varianza igual a 60, al 90% de confianza, el error de estimación cometido no sea superior a 3 unidades.

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SOCIALES II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

Opción A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Discusión correcta del sistema	1,5 puntos.
Resolución correcta del sistema	1,5 puntos

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Cálculo correcto de los valores de a	1 punto
Cálculo correcto de los extremos relativos	1 punto
Correcta representación gráfica	1 punto

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Resolución correcta del apartado a)	1 punto.
Resolución correcta del apartado b)	1 punto.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Planteamiento correcto del ejercicio	1 punto.
Obtención correcta del intervalo de confianza	1 punto

Opción B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Obtención correcta de la función objetivo y de las restricciones	1 punto
Representación correcta de la región factible	1 punto
Obtención correcta de los valores pedidos	1 punto

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Resolución correcta del apartado a)	1 punto
Resolución correcta del apartado b)	2 puntos

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Resolución correcta del apartado a)	1 punto
Resolución correcta del apartado b)	1 punto

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Planteamiento correcto del ejercicio	1 punto
Obtención correcta del intervalo de confianza	1 punto.

OPCIÓN A SEPT

SOLUCIONES - MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CCSS II

1

(a) $\left(\begin{array}{ccc|c} m & 1 & -3 & 5 \\ -1 & 1 & 1 & -4 \\ 1 & m & -m & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 1 & -4 \\ 1 & m & -m & 1 \\ m & 1 & -3 & 5 \end{array}\right) \sim$

$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 1 & -4 \\ 0 & m+1 & -m+1 & -3 \\ 0 & 1+m & -3+m & 5-4m \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 1 & -4 \\ 0 & m+1 & -m+1 & -3 \\ 0 & 0 & -4+2m & 8-4m \end{array}\right)$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2m-4=0 \\ -4m+8=0 \end{array}\right\} \Rightarrow m=2$

Para $m=-1$ Sistema Incompatible

$m=2$ Sistema Compatible Indeterminado

$m\neq -1,\ m\neq 2$ Sistema Compatible Determinado

(b) Para $m=2$

$\left.\begin{array}{l} 2x+y-3z=5 \\ -x+y+z=-4 \\ x+2y-2z=1 \end{array}\right\}$ $3y-z=-3$; $y=\frac{z-3}{3}=\frac{z}{3}-1$;

; $x=1+2z-2\left(\frac{z}{3}-1\right)=3+\frac{4}{3}z$

la solución es

$z=\lambda,\ y=\frac{\lambda}{3}-1,\ x=\frac{4}{3}\lambda+3$

OPCIÓN A

(2) (a) $f(x)=\dfrac{x^3}{a}-ax^2+5x+10\ ,\quad a\neq 0$

$f'(x)=\dfrac{3x^2}{a}-2ax+5\ ;$

$f'(1)=0 \Rightarrow \dfrac{3}{a}-2a+5=0 \Rightarrow 3-2a^2+5a=0$

$\begin{cases} a=3 \\ a=-1/2 \end{cases}$

$f''(x)=\dfrac{6x}{a}-2a\ ;\quad f''(1)\Big|_{a=3}=\dfrac{6}{3}-2.3<0$ Máxim

$f''(1)\Big|_{a=-1/2}=\dfrac{6}{(-1/2)}-2\cdot(-1/2)=-12+1<0$ Máxim

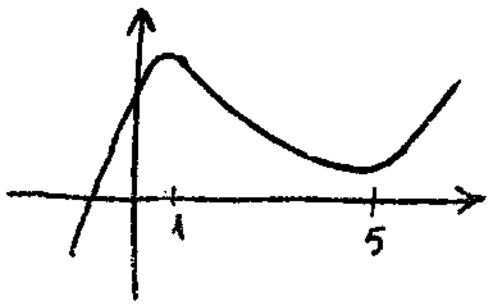
(b) para $a=3$

$f(x)=\dfrac{x^3}{3}-3x^2+5x+10$

$f'(x)=x^2-6x+5 \Rightarrow f'(x)=0 \Rightarrow x^2-6x+5=0 \begin{cases} x=1 \\ x=5 \end{cases}$

en $x=1$ tiene un máximo

$f''(x)\Big]_{x=5}=2.5-6>0 \Rightarrow$ Mínimo en $x=5$



$f(1)=12+1/3$

$f(5)=-40+\dfrac{125}{3}$

OPCIÓN A

(3) P(primer indicador) = 0,95
P(segundo indicador) = 0,90

(a) P(sólo uno) = P(primero $\cap \overline{\text{segundo}}$) +
P($\overline{\text{primero}} \cap$ segundo) = $0{,}95 \cdot 0{,}10 + 0{,}05 \cdot 0{,}90$
$= 0{,}14$

(b) P (al menos uno) = 1 − P ($\overline{\text{primero}} \cap \overline{\text{segundo}}$)
$= 1 - 0{,}05 \cdot 0{,}10 = 0{,}995$

(4) $\bar{X} = 89$, $n = 9$, $z_{\alpha/2} = z_{0{,}025} = 1{,}96$
$X \sim N(\mu, 1{,}8)$

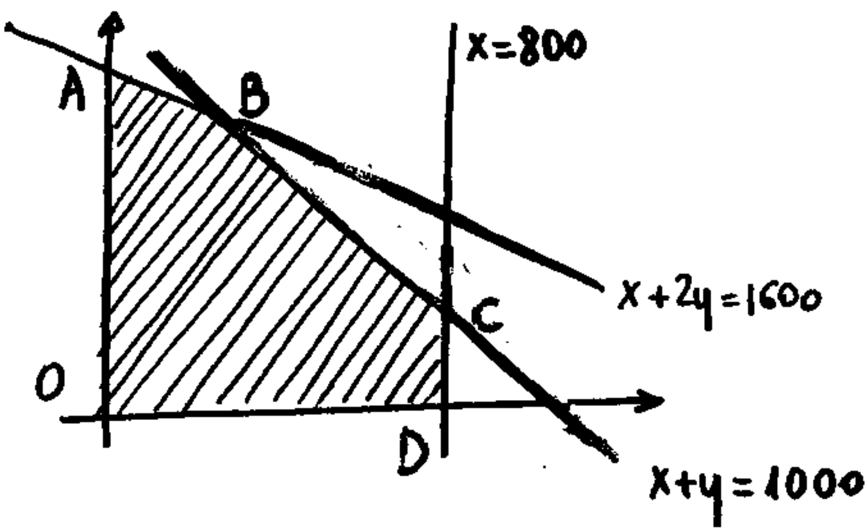
$$IC = \left(89 \pm 1{,}96 \frac{1{,}8}{\sqrt{9}}\right) = (87{,}824 \ , \ 90{,}176)$$

OPCIÓN B

1. x: lotes tipo A
y: lotes tipo B

maximizar: $z = 8x + 10y - 1500$

restricciones:
$$x + 2y \le 1600$$
$$x + y \le 1000$$
$$x \le 800$$
$$x \ge 0,\ y \ge 0$$



$O = (0,0)$ $\qquad z(O) = -1500$

$A = (0, 800)$ $\qquad z(A) = 6500$

$B = (400,$ $\qquad (B) = \boxed{7700}$ ← Máximo

$C = (800, 40$ $\qquad (C) = 6900$

$D = (800, 0)$ $\qquad z(D) = 4900$

Deberá vender 400 lotes tipo A y 600 tipo B para conseguir el máximo beneficio que será de 7.700 euros

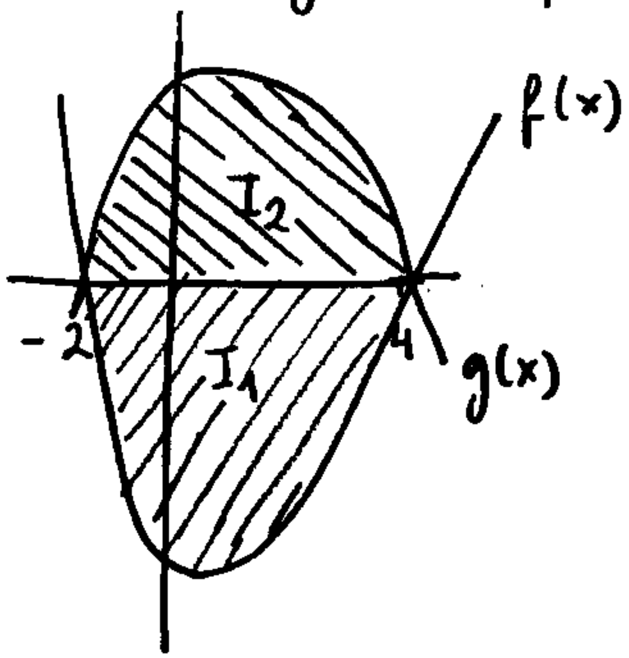
OPCIÓN B

(2) (a) $\lim_{x\to 4} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to 4} \frac{x^2-2x-8}{-x^2/2+x+4} = \frac{0}{0}$ L'Hôpital

o bien:

$\Rightarrow \lim_{x\to 4} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to 4} \frac{(x-4)\ (x+2)}{(-\frac{1}{2})\ (x-4)\ (x+2)} = -2$

(b) $f(x) = g(x) \Rightarrow$ puntos de intersección $(-2,0)$, $(4,0)$



Area $= I_1 + I_2 = 18+36=54$, ya que:

$$I_1 = \left| \int_{-2}^{4} (x^2-2x-8)\,dx \right| = \left| \frac{x^3}{3} - x^2 - 8x \right]_{-2}^{4} \right| = |-36| = 36$$

$$I_2 = \left| \int_{-2}^{4} \left(-\frac{x^2}{2}+x+4\right) dx \right| = \left| -\frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} + 4x \right]_{-2}^{4} \right| = |18| = 18$$

OPCIÓN B

(3) $P(H) = 0,4$, $P(M) = 0,6$

$P(\text{aficionado}/H) = 0,8$

$P(\text{aficionado}/M) = 0,2$

(a) $P(\text{aficionado}) = P(\text{aficionado}/H) \cdot P(H) +$

$+ P(\text{aficionado}/M) \cdot P(M) = 0,8 \cdot 0,4 + 0,2 \cdot 0,6$

$= 0,44$

(b) $P(M/\text{aficionado}) = \dfrac{P(M \cap \text{aficionado})}{P(\text{aficionado})} =$

$= \dfrac{P(\text{aficionado}/M) \cdot P(M)}{P(\text{aficionado})} = \dfrac{0,2 \cdot 0,6}{0,44} = 0,27$

(4) $X \sim N(\mu, \sqrt{60}) \Rightarrow \overline{X}_n \sim N\left(\mu, \dfrac{\sqrt{60}}{\sqrt{n}}\right)$

$P(|\overline{X} - \mu| < 3) = 0,90$

$P\left(|\overline{X} - \mu| \Big/ \dfrac{\sqrt{60}}{\sqrt{n}} < 3 \Big/ \dfrac{\sqrt{60}}{\sqrt{n}}\right) = 0,90$

$1 - \alpha = 0,90 \Rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0,05} = 1,65$

$1,65 < \dfrac{3}{\sqrt{60}/\sqrt{n}} \Rightarrow \dfrac{1,65 \cdot \sqrt{60}}{3} \leq \sqrt{n} \Rightarrow \dfrac{1,65^2 \cdot 60}{3^2} \leq n$

$18,15 \leq n \Rightarrow$ El tamaño mínimo es 19