



INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Una empresa instala casas prefabricadas de tres tipos A, B y C. Cada casa de tipo A necesita 10 horas de albañilería, 2 de fontanería y 2 de electricista. Cada casa de tipo B necesita 15 horas de albañilería, 4 de fontanería y 3 de electricista. Cada casa de tipo C necesita 20 horas de albañilería, 6 de fontanería y 5 de electricista. La empresa emplea exactamente 270 horas de trabajo al mes de albañilería, 68 de fontanería y 58 de electricista. ¿Cuántas casas de cada tipo instala la empresa en un mes?

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se desea fabricar un acuario con base cuadrada y sin tapa, de capacidad  $500 \text{ dm}^3$ . La base y las paredes del acuario han de estar realizadas en cristal. ¿Cuáles deben ser sus medidas para minimizar la superficie total del cristal empleado?

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se consideran dos actividades de ocio:  $A = \text{ver televisión}$  y  $B = \text{visitar centros comerciales}$ . En una ciudad, la probabilidad de que un adulto practique  $A$  es igual a 0,46; la probabilidad de que practique  $B$  es igual a 0,33 y la probabilidad de que practique  $A$  y  $B$  es igual a 0,15.

a) Se selecciona al azar un adulto de dicha ciudad. ¿Cuál es la probabilidad de que no practique ninguna de las dos actividades anteriores?

b) Se elige al azar un individuo de entre los que practican alguna de las dos actividades. ¿Cuál es la probabilidad de que practique las dos actividades?

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se supone que la calificación en Matemáticas obtenida por los alumnos de una cierta clase es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 1,5 puntos. Se elige una muestra aleatoria simple de tamaño 10 y se obtiene una suma de sus calificaciones igual a 59,5 puntos.

a) Determinése un intervalo de confianza al 95% para la calificación media de la clase.

b) ¿Qué tamaño ha de tener la muestra para que el error máximo de la estimación sea de 0,5 puntos, con el nivel de confianza del 95%?

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se desea invertir una cantidad de dinero menor o igual que 125000 euros, distribuidos entre acciones del tipo A y del tipo B. Las acciones del tipo A garantizan una ganancia del 10% anual, siendo obligatorio invertir en ellas un mínimo de 30000 euros y un máximo de 81000 euros. Las acciones del tipo B garantizan una ganancia del 5% anual, siendo obligatorio invertir en ellas un mínimo de 25000 euros. La cantidad invertida en acciones del tipo B no puede superar el triple de la cantidad invertida en acciones del tipo A. ¿Cuál debe ser la distribución de la inversión para maximizar la ganancia anual? Determinese dicha ganancia máxima.

### Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 4}, \quad x \neq \pm 2.$$

- Determinense las asíntotas de  $f$ .
- Calcúlense los máximos y mínimos relativos de  $f$  y determinense sus intervalos de crecimiento.
- Calcúlese la integral definida:  $\int_3^5 (x^2 - 4)f(x) dx$ .

### Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se supone que las señales que emite un determinado telégrafo son *punto* y *raya* y que el telégrafo envía un *punto* con probabilidad  $\frac{3}{7}$  y una *raya* con probabilidad  $\frac{4}{7}$ . Los errores en la transmisión pueden hacer que cuando se envíe un *punto* se reciba una *raya* con probabilidad  $\frac{1}{4}$  y que cuando se envíe una *raya* se reciba un *punto* con probabilidad  $\frac{1}{3}$ .

- Si se recibe una *raya*, ¿cuál es la probabilidad de que se hubiera enviado realmente una *raya*?
- Suponiendo que las señales se envían con independencia, ¿cuál es la probabilidad de que si se recibe *punto-punto* se hubiera enviado *raya-raya*?

### Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

La duración de la vida de una determinada especie de tortuga se supone que es una variable aleatoria, con distribución normal de desviación típica igual a 10 años. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 tortugas y se obtienen las siguientes duraciones, en años:

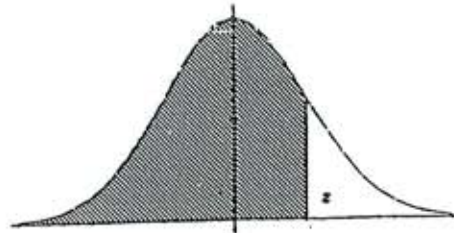
46 ; 38 ; 59 ; 29 ; 34 ; 32 ; 38 ; 21 ; 44 ; 34

- Determinese un intervalo de confianza al 95% para la vida media de dicha especie de tortugas.
- ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra observada para que el error de la estimación de la vida media no sea superior a 5 años, con un nivel de confianza del 90%?



## ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de  $z$ .



$z$	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

# SOLUCIONES MATEMÁTICAS ACS

1

## OPCIÓN A

EXERCICIO 1. -  $x =$  casas tipo A  
 $y =$  casas tipo B  
 $z =$  casas tipo C

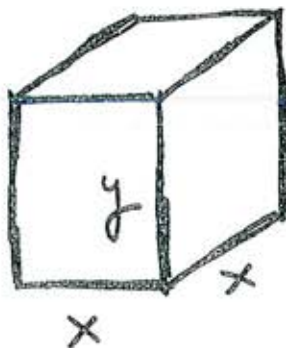
	A	B	C	Total
Albalin.	10	15	20	270
Fontan.	2	4	6	68
Electr.	2	3	5	58

$$\left. \begin{aligned} 10x + 15y + 20z &= 270 \\ 2x + 4y + 6z &= 68 \\ 2x + 3y + 5z &= 58 \end{aligned} \right\} x = 10, y = 6, z = 4$$

## EXERCICIO 2. -

Superficie  $S = x^2 + 4xy$

Volumen  $V = x^2y = 500$



$$y = \frac{500}{x^2}$$

$$S = x^2 + \frac{2000}{x}$$

$$S' = 2x - \frac{2000}{x^2}$$

$$S' = 0 \Rightarrow x = 10 \text{ dm} \quad y = 5 \text{ dm}$$

## EXERCICIO 3. -

a)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$



Probabilidad pedida :

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,64 = 0,36$$

$$b) P(A \cap B | A \cup B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A \cup B)} = \frac{0,15}{0,64} \approx 0,23$$

EJERCICIO 4. - a)  $\bar{X} = \frac{59,5}{10} = 5,95$

Nivel 95%  $\Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$

$$z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \frac{1,5}{\sqrt{10}} \approx 0,93$$

Intervalos de confianza

$$(5,95 - 0,93 ; 5,95 + 0,93) = (5,02 ; 6,88)$$

b)  $z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq E \quad 1,96 \frac{1,5}{\sqrt{n}} \leq 0,5$

$$\Rightarrow \sqrt{n} \geq 2 \cdot 2,940 = 5,88$$

$$n \geq 35$$

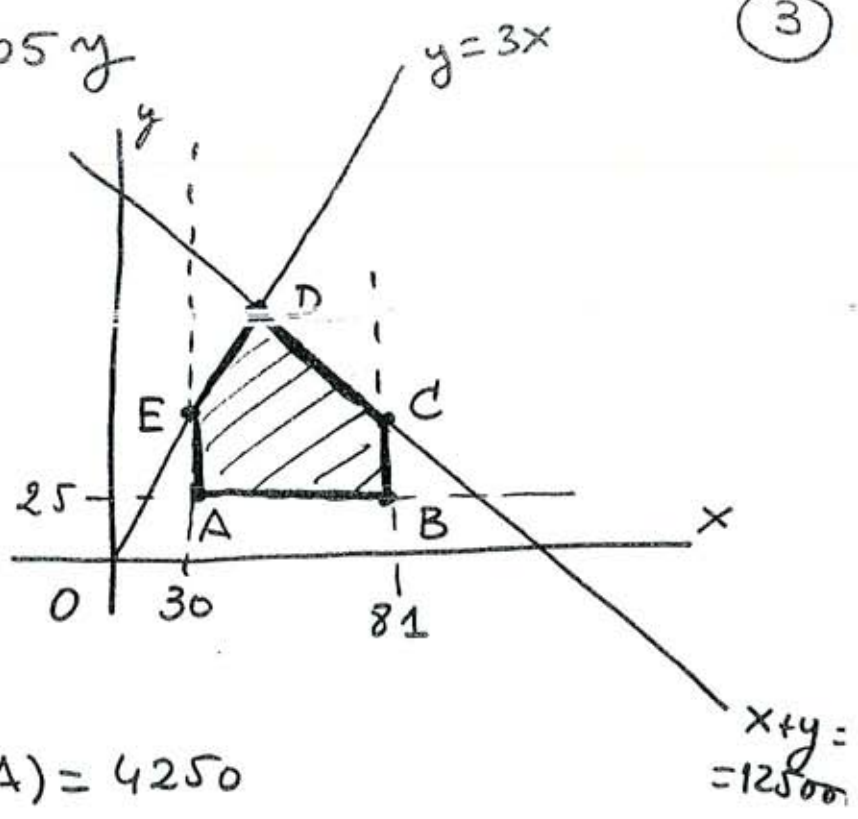


OPCIÓN B

EJERCICIO 1. -  $x =$  acciones tipo A  
 $y =$  acciones tipo B

$$G(x, y) = 0,1x + 0,05y$$

$$\begin{cases} x+y \leq 125000 \\ 30000 \leq x \leq 81000 \\ y \geq 25000 \\ y \leq 3x \end{cases}$$



$$A(30000, 25000); G(A) = 4250$$

$$B(81000, 25000); G(B) = 9350$$

$$C(81000, 44000); G(C) = 10300 \leftarrow \text{Máximo}$$

$$D(31250, 93750); G(D) = 7812,5$$

$$E(30000, 90000); G(E) = 7500$$

Debe invertir 81000 euros en A y 44000 euros en B y la ganancia máxima es 10300 euros.

EJERCICIO 2. -

a) V.  $x=2$   $x=-2$

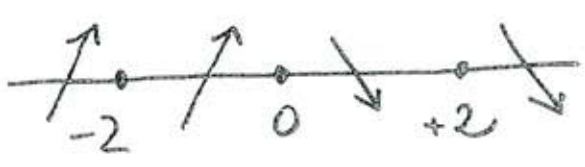
H.  $y=1$

$$b) f'(x) = \frac{-12x}{(x^2-4)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0$$

Máximo relativo

$$(0, -\frac{1}{2})$$



$f$  es creciente en  $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$ .

$$c) \int_3^5 (x^2 - 4)f(x) dx = \int_3^5 (x^2 + 2) dx = \left( \frac{x^3}{3} + 2x \right)_3^5 = \frac{110}{3}$$

EJERCICIO 3. -  $p$  = emitir "punto"  
 $r$  = emitir "raya"

$p^*$  = recibir "punto"

$r^*$  = recibir "raya"

$$P(p) = \frac{3}{7} \quad P(r) = \frac{4}{7} \quad P(r^*|p) = \frac{1}{4} \quad P(p^*|r) = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} a) P(r|r^*) &= \frac{P(r^*|r)P(r)}{P(r^*|r)P(r) + P(r^*|p)P(p)} = \\ &= \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{7}} = \frac{32}{41} \approx 0,78 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) P(r-r|p^*-p^*) &= P(r|p^*)P(r|p^*) = \\ &= \left[ \frac{P(p^*|r)P(r)}{P(p^*|r)P(r) + P(p^*|p)P(p)} \right]^2 = \end{aligned}$$

$$= \left[ \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{7}} \right]^2 = \left( \frac{16}{43} \right)^2 \approx 0,37^2 \approx 0,138$$

EJERCICIO 4. - a)  $\bar{X} = 37,5$  años

Nivel 95%  $\Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$

$$z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \cdot \frac{10}{\sqrt{10}} \approx 6,197$$

Intervalo de confianza:

$$(37,5 - 6,197; 37,5 + 6,197) \approx (31,30; 43,69)$$

b)  $E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Nivel 90%  $\Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,645$

$$1,645 \cdot \frac{10}{\sqrt{n}} \leq 5 \Rightarrow \sqrt{n} \geq 2 \cdot 1,645 = 3,29$$

$$n \geq 11$$

