

# EXPONENCIALES Y LOGARITMOS

## EXPONENCIALES

1. Halla "x":

a)  $2^{x+1} = 4^x$       b)  $2^x = 1/16$       c)  $3^{x+1} = 9^{x-2}$   
d)  $25^x = \sqrt{5}$     e)  $25^x = \frac{1}{5}$     f)  $3^{x^2-2} = 9$     g)  $3^{2x-3} = 81$   
h)  $2^{x^2-3} = \frac{1}{4}$     i)  $3^{x-1} = \sqrt[3]{3}$     j)  $2^{x+1} = 16^x$     k)  $3^{2x-1} = 81^x$

2. Halla "x":

a)  $27^{1/3} = x$       b)  $x^{1/2} = 5$       c)  $32^x = 2$       d)  $x^{3/2} = 27$   
e)  $4^x = 32$       f)  $x^{3/2} = 8$       g)  $3^{2x} = 27$       h)  $10^x = 0,001$   
i)  $\left(\frac{1}{10}\right)^x = 100$     j)  $3^x = 9^{x+1}$     k)  $9^{2x} = 27$       l)  $2^{2x} = 8^2$   
m)  $10^{3x} = 100$     n)  $10^{2x-1} = 0,01$

3. Simplifica las siguientes expresiones:

a)  $3^{x+2} \cdot 9^{x-1} \cdot 3^2$     b)  $2^{x-1} \cdot 2^{x^2-1} \cdot 2^{3-x}$     c)  $\frac{4^{x-2}}{8^{x-1}}$   
d)  $\frac{3^{x+1} + 3^x}{2 \cdot 9^x}$     e)  $\frac{2^{x+1} + 3 \cdot 2^{x-1}}{4^{x-2}}$     f)  $\frac{e^{x-1} + e^{x+3}}{e^{4x}}$   
g)  $\frac{4^x \cdot 2^{3-x}}{2^{x+1} + 2^{x-1}}$     h)  $\frac{3^{x+1} \cdot 9^x}{3^x \cdot 3^{x^2+1}}$     i)  $\frac{e^{x+1} - e^{x-2}}{e^{2x-1}}$

4. Resuelve:

a)  $3^{-x} + 9^{x+1} = 4$       b)  $3^{2x+3} = 2187$       c)  $3^{\frac{x+1}{x-2}} = \frac{1}{9}$   
d)  $3^{x^2-3x+3} = 3$       e)  $10^{\frac{x^2-1}{x+1}} = 10$       f)  $3^{2x-1} - 3^{x+1} = 0$   
g)  $5^{2x+1} + 3 \cdot 5^{6x-3} = 500$     h)  $4^{x-2} - 2^{x+1} = -12$     i)  $3^{2(x+2)} - 4 \cdot 3^x - 77 = 0$

5. Resuelve:

a)  $e^{x-2} = e^{2(x-1)}$

b)  $4^{x+1} = 2^{2x-3}$

c)  $2^{x-1} = 8^{x-3}$

d)  $3^{2x+1} - 9^{x+2} = -702$

e)  $5^{3x-2} = 625$

f)  $5^{x^2-x-6} = 1$

g)  $3^{2x-1} - 3^{2x} = -54$

h)  $4^x - 2^{x+2} = 32$

i)  $5^{x-2} = 25^{x-3}$

6. Resuelve:

a)  $3^{2x+5} = 27^{x+2}$

b)  $3^{x+1} + 3^{x-2} + 3^x + 3^{x-1} = 120$

c)  $4^x + 2^{x-1} = \frac{1}{2}$

d)  $2^{-x+5} = 8^{x+3}$

e)  $1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^x = 511$

f)  $1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 3^x = 3280$

g)  $1 + 4 + 16 + 64 + \dots + 4^x = 1365$

h)  $1 + 5 + 25 + 125 + \dots + 5^x = 19531$

i)

$1 + 6 + 36 + 216 + \dots + 6^x = 55987$

j)  $1 + 7 + 49 + 343 + \dots + 7^x = 19608$

k)  $2^x + 2^{x-1} + 2^{x+1} + 2^{x-3} = 29$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $3 \cdot 3^x = 27$

b)  $5 \cdot 3^x = 405$

c)  $2^x/4 = 4$

d)  $4^{2x+1} = 1/4$

8. Las siguientes ecuaciones exponenciales tienen soluciones enteras. Hállalas:

a)  $2^{x^2} = 16$

b)  $3^{x-3} = 81$

c)  $\sqrt{3^x} = \frac{1}{9}$

d)  $\left(\frac{1}{3}\right)^x = \sqrt{3}$

9. Resuelve mediante un cambio de variable:

a)  $2^{2x} - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$

b)  $3^x + 3^{x-1} - 3^{x-2} = 11$

c)  $2^x + 2^{-x} = 65/8$

10. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $3^{x+2} = 729$

b)  $2^{3x-2} = 16$

c)  $5^x + 5^{x+1} = 750$

d)  $1000^{2+x} = 1$

11. Resuelve:

a)  $2^{2x+1} = 8^{x-1}$

b)  $3^{x-1} = 3^{x^2-1}$

c)  $\frac{2^{3x+1}}{2^{x^2}} = \frac{4^x}{2^5}$

12. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a)  $2^{x+1} = 4^x$

b)  $3^{x+2} = 9$

c)  $4^{x-1} = 2^{x+1}$

d)  $25^{x+2} = 5^{-x-2}$

e)  $3^{x-1} + 3^x - 3^{x+1} = -45$

f)  $3^{x+1} - 3^x - 2 \cdot 3^{x-1} = 12$

g)  $2^{3x} - 2^{2x} - 4 = 0$

h)  $3^{2x+1} - 12 \cdot 3^x + 3^2 = 0$

13. Halla "x":

a)  $2^{x-1} + 2^x - 2^{x+1} = -4$       b)  $5^x + 5^{x+1} - \frac{1}{5} = 1$       c)  $32^x = \sqrt[3]{2^2}$   
d)  $3^{x+1} \cdot 3^x = \frac{1}{27}$       e)  $3^{x-1} + \frac{1}{3} = 2 \cdot 3^{2x-1}$       f)  $a^{2x-3} = \sqrt[3]{a}$

14. Simplifica las siguientes expresiones:

a)  $2^{\frac{x}{2}} \cdot 4^x \cdot 8^{\frac{2x}{3}}$       b)  $3^{2x-1} \cdot 3^{x+2} \cdot 3^{\frac{x}{2}}$       c)  $\frac{2^{x+1} \cdot 2^{-x+1}}{8^x \cdot 4^x}$   
d)  $\frac{5^x \cdot 25^x}{625^x \cdot 125^x}$       e)  $\frac{81^{x+1} \cdot 9^x}{3^{2x-3} \cdot 3^{4x}}$       f)  $\frac{(3^{x+1})^2 \cdot 9^x}{81^{-x+1} \cdot 3^{2x}}$

15. Resuelve:

a)  $3^{x+2} + 2 \cdot 3^x - 33 = 0$       b)  $2^{x-1} - 3 \cdot 2^x + 2^{-1} = -2$   
c)  $2^{x+1} - 2^x + 3 \cdot 2^{-2} = 1$       d)  $2^{2-x} - 2^{-x} + 2 = 2^3$   
e)  $2^x \cdot 2^{3-2x} + 2^2 = 2^3$       f)  $5^{x-1} \cdot 5^{2x-3} = 3125$

## LOGARITMOS

1. Calcula los logaritmos que se indican:

- a)  $\log^2 32$                       b)  $\log^5 625$                       c)  $\log 1000$                       d)  $\log^3 81$   
e)  $\ln e^3$                       f)  $\log 10^5$                       g)  $\ln e^x$                       h)  $\log^2 64$   
i)  $\log^3 729$                       j)  $\log^2 128$

2. Halla los logaritmos siguientes:

- a)  $\log^2(1/8)$                       b)  $\log^2(1/2)$ ;                      c)  $\log^2(1/32)$   
d)  $\log^3(1/3)$                       e)  $\log^3(1/9)$                       f)  $\log^3(1/81)$   
g)  $\log^5(1/5)$                       h)  $\log^5 125$                       i)  $\log^5 25$

3. Empleando la calculadora halla:

- a)  $\log 8$                       b)  $\log 3$                       c)  $\log 121$                       d)  $\log(5,74)$                       e)  $\log(3,15)$   
f)  $\log(102,31)$                       g)  $\ln(4,15)$                       h)  $\ln(3,19)$                       i)  $\ln 103$

4. Halla el valor de "x" en las siguientes expresiones:

- a)  $\log_x 32 = 5$                       b)  $\log_x 36 = 2$                       c)  $\log_x 81 = 2$   
d)  $\log_x 49 = 2$                       e)  $\log_x 5 = \frac{1}{2}$                       f)  $\log_x \frac{1}{16} = -4$   
g)  $\log_x 5 = -\frac{1}{2}$                       h)  $\log_x 32 = \frac{5}{2}$                       i)  $\log_x 0,01 = -2$   
j)  $\log_x 4 = -\frac{1}{2}$                       k)  $\log_x 216 = 3$                       l)  $\log_x 64 = 3$

5. Calcula x en las siguientes ecuaciones:

- a)  $\log x = \log 5 - \log 2$                       b)  $\ln x = 2 \ln 3$   
c)  $1 + 2 \log x = 3$                       d)  $3 \log^3 x = -9$

6. Resuelve:

- a)  $\log^2 16 = x$                       b)  $\log(10000) = x$                       c)  $\log^3 27 = x$   
d)  $\log_a x = 0$                       e)  $\log^9 x = 2$                       f)  $\log^{16} 4 = x$   
g)  $\log_o \sqrt[3]{3} = x$                       %

7. Resuelve:

- a)  $\log_x 0,0001 = -4$                       b)  $\log_2 \frac{1}{32} = x$                       c)  $\log_x 10 = \frac{1}{3}$   
d)  $\log_3 (3^2 \sqrt{3}) = x$                       e)  $\log 1 = x$                       f)  $\log_3 \sqrt{81} = x$   
g)  $\log_2 (\log_2 2^8) = x$                       h)  $\log_5 \sqrt{5} = x$                       i)  $\log_5 625 = x$

8. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a)  $\log x + \log 30 = 1$                       b)  $\log(2x) = \log 32 - \log x$

9. Resuelve:

a)  $\log x = \log 2$

b)  $\log x = 3$

c)  $\log x = 5$

d)  $\log_2 (32^2) = x$

e)  $\log x = 2 \log 3$

f)  $\log x - \log 10 = 2$

g)  $4 \log_3 (2x - 5) = \log_3 81$

h)  $\log_2 (x^2 + x + 2) = 2$

i)  $\log_2 \left( \frac{3x^2 + 5}{2x - 1} \right) = 3$

10. Resuelve:

a)  $\log (3x + 25) = 2$

b)  $\frac{5 - 3x}{x - 2} = \log 0,1$

c)  $\log_3 (3x - 1) - \log_3 (x + 1) = 2$

d)  $3 \log_2 (x - 1) = \log_2 8$

e)  $\log 3 + \log (x - 1) = \log (2x)$

f)  $\log \frac{x}{100} = \log 10^4 - \log x$

g)  $\begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ x - 3y = 70 \end{cases}$

11. Expresa los siguientes logaritmos en función de  $\log 2$ :

a)  $\log 64$

b)  $\log \frac{1}{16}$

c)  $\log 5$

d)  $\log 0,32$

e)  $\log \sqrt[3]{\frac{32}{5}}$

12. Sabiendo que  $\log 2 = 0,30103$  y  $\log 3 = 0,47712$ , calcula:

a)  $\log 4$

b)  $\log 5$

c)  $\log 6$

d)  $\log 9$

e)  $\log 18$

f)  $\log 30$

g)  $\log 48$

h)  $\log 72$

i)  $\log 16$

j)  $\log 40$

k)  $\log 20$

l)  $\log 32$

13. Sabiendo que  $\log 2 = 0,30103$  y  $\log 3 = 0,47712$ , calcula:

a)  $\log 0,3$

b)  $\log 0,48$

c)  $\log \sqrt[3]{40}$

d)  $\log \frac{48}{9}$

e)  $\log \frac{18}{5}$

f)  $\log 0,072$

g)  $\log \frac{30}{4,8}$

h)  $\log (1,8)^3$

i)  $\log \sqrt[4]{\frac{9}{32}}$

j)  $\log \sqrt{\frac{9}{5}}$

k)  $\log \left( \frac{8}{3} \right)^2$

l)  $\log \left( \frac{5}{4} \right)^3$

14. Halla:

a)  $\log_2 \left( \frac{\sqrt[3]{64} \cdot 2^3}{2^4 \cdot \sqrt{128}} \right)$

b)  $\log_3 \left( \frac{\sqrt{3^3 \cdot 9} \cdot 3^1}{81^2 \cdot 3^{-2}} \right)$

c)  $\log \left( \frac{0,01 \cdot \sqrt[3]{100}}{10^{-1} \cdot 0,1} \right)$

d)  $\log_5 \left( \frac{5^{-2} \sqrt{625}}{25 \sqrt{125}} \right)$

15. Transforma los siguientes logaritmos en logaritmos neperianos:

a)  $\log 3$       b)  $\log^2 e$       c)  $\log^3 5$       d)  $\log 5$  e)  $\log^5 25$

16. Determina los intervalos en los que puede variar  $x$  para que se verifique:

a)  $0 < \log^3 x < 1$     b)  $1 < \log^2 x < 4$     c)  $2 < \ln x < 3$       d)  $-1 < \log^2 x < 0$   
e)  $-2 < \ln x < 1$     f)  $0 < \log x < 2$     g)  $1 < \ln x^2 < 2$     h)  $0 < \log^2 x < 3$

17. ¿Qué números tienen logaritmo negativo si la base es 5?

18. Prueba que  $\ln 10 \cdot \log e = 1$

19. Si la base de un sistema de logaritmos es  $1/3$ . ¿Cómo son los logaritmos de los números mayores que 1?

20. Si se multiplica un número por 8 ¿Qué variación experimenta su logaritmo en base 2?

21. Resuelve:

a)  $\log^3 9 = x$     b)  $\log^x(1/8) = -3$       c)  $\log^2 x = 5$       d)  $\log^3(\sqrt{3}/9) = x$   
e)  $\log^x 5 = -2$     f)  $\ln(1/e^2) = x$       g)  $\log^9(\sqrt{3}/3) = x$     h)  $\log^{(1/2)} 8 = x$   
i)  $\log^3 x^4 = 8$     j)  $\log x + \log 2 = \log 5$     k)  $\log^{1/2} 2^3 = x$       l)  $\log x - 1 = 2$   
 $\sqrt{\quad}$

22. Resuelve las ecuaciones logarítmicas:

a)  $\log \sqrt{x+4} - \log(3x) = -2 \log 3$       b)  $\ln x - \ln(x-2) = \ln(4x-3) - \ln 3$   
c)  $\log(x-2) - \log(x^2) = -\log(3x)$       d)  $2 \log x - \log(2x) = \log(x-1)$   
e)  $\ln(x^2+2) - \ln(x+1) = \ln(2-x)$       f)  $3 \log x - 2 \log 2 = \log(x^2) - \log 2$

23. Determina los intervalos en los que puede variar  $x$ :

a)  $0 < \log^3 x < 2$       b)  $1 < \log^2 x < 3$       c)  $0 < \log x < 1/2$   
d)  $1/2 < \log^4 x < 1$     e)  $-1 < \log^3 x < 2$       f)  $-2 < \log^2 x < 3/2$

24. Calcula el valor de los siguientes logaritmos:

a)  $2 \log_2 \left( \frac{\sqrt{64} \cdot 2^3}{32 \cdot \sqrt{8}} \right)$       b)  $\log \sqrt[3]{\frac{1000 \cdot 10^{-2}}{10^5 \cdot 10^{-1}}}$       c)  $\ln \left( \frac{e^3 \cdot \sqrt{e^3}}{e^2 \cdot e^{-4}} \right)$   
d)  $\log_3 \left( \frac{27 \cdot 3}{\sqrt{81} \cdot 3^2} \right)$       e)  $\log_5 \left( \frac{\sqrt{625} \cdot 125}{5^2 \cdot 25^2} \right)$       f)  $\log_4 \left( \frac{16 \cdot 2}{\sqrt{8} \cdot 2^2} \right)$

25. Resuelve:

a)  $\log_{27} 3 = x$

b)  $\log_2 \sqrt[3]{32} = x$

c)  $\log_x 7 = 2$

d)  $\log_3 \frac{81}{x} = 3$

e)  $\log_x 32 = \frac{5}{2}$

f)  $\log_{\sqrt{1000}} x = 0$

g)  $\log_{49} \sqrt{7} = x$

h)  $\log_2 \frac{x}{4} = -2$

i)  $\log_x \sqrt{81} = 2$

j)  $\log_3 \frac{\sqrt{x}}{9} = -1$

k)  $\log_5 \frac{100}{x} = 2$

l)  $\log_{\sqrt{x}} 9 = 2$

26. Resuelve las ecuaciones:

a)  $\ln(x-1) - \ln(x^2-1) = \ln\left(\frac{1}{3}\right)$

b)  $\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) + \ln 2 = \ln(x+3)$

c)  $\log(x+1) + \log(x-2) = \log(2-x)$

d)  $2 \log(x-1) = 2 \log 2$

e)  $\log(x+1) - \log\sqrt{x-1} = \log(x-2)$

f)  $\log x + \log(x+2) = \log(4x-1)$

# SOLUCIONES

## EXPONENCIALES Y LOGARITMOS

### EXPONENCIALES

1. Halla "x":

a)  $2^{x+1} = 4^x$       b)  $2^x = 1/16$       c)  $3^{x+1} = 9^{x-2}$

d)  $25^x = \sqrt{5}$     e)  $25^x = \frac{1}{5}$     f)  $3^{x^2-2} = 9$     g)  $3^{2x-3} = 81$

h)  $2^{x^2-3} = \frac{1}{4}$     i)  $3^{x-1} = \sqrt[3]{3}$     j)  $2^{x+1} = 16^x$     k)  $3^{2x-1} = 81^x$

Sol: a)  $x=1$ ; b)  $x=-4$ ; c)  $x=5$ ; d)  $x=1/4$ ; e)  $x=-1/2$ ; f)  $x=2$ ; g)  $7/2$ ; h)  $x=1$ ; i)  $4/3$ ; j)  $1/3$ ; k)  $-1/2$

2. Halla "x":

a)  $27^{1/3} = x$       b)  $x^{1/2} = 5$       c)  $32^x = 2$       d)  $x^{3/2} = 27$

e)  $4^x = 32$       f)  $x^{3/2} = 8$       g)  $3^{2x} = 27$       h)  $10^x = 0,001$

i)  $\left(\frac{1}{10}\right)^x = 100$     j)  $3^x = 9^{x+1}$     k)  $9^{2x} = 27$     l)  $2^{2x} = 8^2$

m)  $10^{3x} = 100$     n)  $10^{2x-1} = 0,01$

Sol: a)  $x=3$ ; b)  $x=25$ ; c)  $x=1/5$ ; d)  $x=9$ ; e)  $x=5/2$ ; f)  $x=4$ ; g)  $3/2$ ; h)  $x=-3$ ; i)  $-2$ ; j)  $-2$ ; k)  $x=3/4$ ; l)  $x=3$ ; m)  $x=2/3$ ; n)  $x=-1/2$

3. Simplifica las siguientes expresiones:

a)  $3^{x+2} \cdot 9^{x-1} \cdot 3^2$     b)  $2^{x-1} \cdot 2^{x^2-1} \cdot 2^{3-x}$     c)  $\frac{4^{x-2}}{8^{x-1}}$

d)  $\frac{3^{x+1} + 3^x}{2 \cdot 9^x}$     e)  $\frac{2^{x+1} + 3 \cdot 2^{x-1}}{4^{x-2}}$     f)  $\frac{e^{x-1} + e^{x+3}}{e^{4x}}$

g)  $\frac{4^x \cdot 2^{3-x}}{2^{x+1} + 2^{x-1}}$     h)  $\frac{3^{x+1} \cdot 9^x}{3^x \cdot 3^{x^2+1}}$     i)  $\frac{e^{x+1} - e^{x-2}}{e^{2x-1}}$

Sol: a)  $3^{3x+2}$ ; b)  $2^{x^2+1}$ ; c)  $2^{-x-1}$ ; d)  $2 \cdot 3^{-x}$ ; e)  $7 \cdot 2^{3-x}$ ; f)  $\left(\frac{1}{e} + e^3\right) e^{-3x}$ ; g)  $\frac{2^4}{3}$ ;  
h)  $3^{2x-x^2}$ ; g)  $(e^3 - 1) e^{-x-1}$

4. Resuelve:

a)  $3^{-x} + 9^{x+1} = 4$     b)  $3^{2x+3} = 2187$     c)  $3^{\frac{x+1}{x-2}} = \frac{1}{9}$

d)  $3^{x^2-3x+3} = 3$     e)  $10^{\frac{x^2-1}{x+1}} = 10$     f)  $3^{2x-1} - 3^{x+1} = 0$

g)  $5^{2x+1} + 3 \cdot 5^{6x-3} = 500$     h)  $4^{x-2} - 2^{x+1} = -12$     i)  $3^{2(x+2)} - 4 \cdot 3^x - 77 = 0$

Sol: a)  $x=-1$ ; b)  $x=2$ ; c)  $x=1$ ; d)  $x=1, x=2$ ; e)  $x=2$ ; f)  $x=2$ ; g)  $1$ ; h)  $x=3$ ; i)  $x=0$



5. Resuelve:

a)  $e^{x-2} = e^{2(x-1)}$       b)  $4^{x+1} = 2^{2x-3}$       c)  $2^{x-1} = 8^{x-3}$   
 d)  $3^{2x+1} - 9^{x+2} = -702$       e)  $5^{3x-2} = 625$       f)  $5^{x^2-x-6} = 1$   
 g)  $3^{2x-1} - 3^{2x} = -54$       h)  $4^x - 2^{x+2} = 32$       i)  $5^{x-2} = 25^{x-3}$

Sol: a)  $x=0$ ; b)  $x=0$ ; c)  $x=4$ ; d)  $x=1$ ; e)  $x=2$ ; f)  $x=-2, x=3$ ; g)  $x=2$ ; h)  $x=3$ ; i)  $x=4$

6. Resuelve:

a)  $3^{2x+5} = 27^{x+2}$       b)  $3^{x+1} + 3^{x-2} + 3^x + 3^{x-1} = 120$       c)  $4^x + 2^{x-1} = \frac{1}{2}$   
 d)  $2^{-x+5} = 8^{x+3}$       e)  $1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^x = 511$   
 f)  $1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 3^x = 3280$       g)  $1 + 4 + 16 + 64 + \dots + 4^x = 1365$   
 h)  $1 + 5 + 25 + 125 + \dots + 5^x = 19531$       i)  $1 + 6 + 36 + 216 + \dots + 6^x = 55987$   
 j)  $1 + 7 + 49 + 343 + \dots + 7^x = 19608$       k)  $2^x + 2^{x-1} + 2^{x+1} + 2^{x-3} = 29$

Sol: a)  $x=-1$ ; b)  $x=3$ ; c)  $x=-1$ ; d)  $x=-1$ ; e)  $x=8$ ; f)  $x=7$ ; g)  $x=5$ ; h)  $x=6$ ; i)  $x=6$ ; j)  $x=5$ ; k)  $x=3$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $3 \cdot 3^x = 27$       b)  $5 \cdot 3^x = 405$       c)  $2^x/4 = 4$       d)  $4^{2x+1} = 1/4$

Sol: a)  $x=2$ ; b)  $x=4$ ; c)  $x=4$ ; d)  $x=-1$

8. Las siguientes ecuaciones exponenciales tienen soluciones enteras. Hállalas:

a)  $2^{x^2} = 16$       b)  $3^{x-3} = 81$       c)  $\sqrt{3^x} = \frac{1}{9}$       d)  $\left(\frac{1}{3}\right)^x = \sqrt{3}$

Sol: a)  $x=2$ ; b)  $x=7$ ; c)  $x=-4$ ; d)  $x=-1/2$

9. Resuelve mediante un cambio de variable:

a)  $2^{2x} - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$       b)  $3^x + 3^{x-1} - 3^{x-2} = 11$       c)  $2^x + 2^{-x} = 65/8$

Sol: a)  $x=2$ ; b)  $x=2$ ; c)  $x=3, x=-3$

10. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $3^{x+2} = 729$       b)  $2^{3x-2} = 16$       c)  $5^x + 5^{x+1} = 750$       d)  $1000^{2+x} = 1$

Sol: a)  $x=4$ ; b)  $x=2$ ; c)  $x=3$ ; d)  $x=-2$

11. Resuelve:

a)  $2^{2x+1} = 8^{x-1}$       b)  $3^{x-1} = 3^{x^2-1}$       c)  $\frac{2^{3x+1}}{2^{x^2}} = \frac{4^x}{2^5}$

Sol: a)  $x=4$ ; b)  $x=0, x=1$ ; c)  $x=3, x=-2$

12. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a)  $2^{x+1} = 4^x$       b)  $3^{x+2} = 9$       c)  $4^{x-1} = 2^{x+1}$       d)  $25^{x+2} = 5^{-x-2}$   
 e)  $3^{x-1} + 3^x - 3^{x+1} = -45$       f)  $3^{x+1} - 3^x - 2 \cdot 3^{x-1} = 12$       g)  $2^{3x} - 2^{2x} - 4 = 0$       h)  $3^{2x+1} - 12 \cdot 3^x + 3^2 = 0$

Sol: a)  $x=1$ ; b)  $x=0$ ; c)  $x=3$ ; d)  $x=-2$ ; e)  $x=3$ ; f)  $x=2$ ; g)  $x=1$ ; h)  $x=0, x=1$

13. Halla "x":

a)  $2^{x-1} + 2^x - 2^{x+1} = -4$       b)  $5^x + 5^{x+1} - \frac{1}{5} = 1$       c)  $32^x = \sqrt[3]{2^2}$   
d)  $3^{x+1} \cdot 3^x = \frac{1}{27}$       e)  $3^{x-1} + \frac{1}{3} = 2 \cdot 3^{2x-1}$       f)  $a^{2x-3} = \sqrt[3]{a}$

Sol: a)  $x = 3$ ; b)  $x = -1$ ; c)  $x = 2/15$ ; d)  $x = -2$ ; e)  $x = 0$ ; f)  $x = 5/3$

14. Simplifica las siguientes expresiones:

a)  $2^{\frac{x}{2}} \cdot 4^x \cdot 8^{\frac{2x}{3}}$       b)  $3^{2x-1} \cdot 3^{x+2} \cdot 3^{\frac{x}{2}}$       c)  $\frac{2^{x+1} \cdot 2^{-x+1}}{8^x \cdot 4^{-x}}$   
d)  $\frac{5^x \cdot 25^x}{625^x \cdot 125^x}$       e)  $\frac{81^{x+1} \cdot 9^x}{3^{2x-3} \cdot 3^{4x}}$       f)  $\frac{(3^{x+1})^2 \cdot 9^x}{81^{-x+1} \cdot 3^{2x}}$

Sol: a)  $2^{\frac{9x}{2}}$ ; b)  $3^{\frac{7x}{2}+1}$ ; c)  $2^{2-x}$ ; d)  $5^{-4x}$ ; e)  $3^{6-x}$ ; f)  $3^{x-1}$

15. Resuelve:

a)  $3^{x+2} + 2 \cdot 3^x - 33 = 0$       b)  $2^{x-1} - 3 \cdot 2^x + 2^{-1} = -2$   
c)  $2^{x+1} - 2^x + 3 \cdot 2^{-2} = 1$       d)  $2^{2-x} - 2^{-x} + 2 = 2^3$   
e)  $2^x \cdot 2^{3-2x} + 2^2 = 2^3$       f)  $5^{x-1} \cdot 5^{2x-3} = 3125$

Sol: a)  $x = 1$ ; b)  $x = 0$ ; c)  $x = -2$ ; d)  $x = -1$ ; e)  $x = 1$ ; f)  $x = 3$

## LOGARITMOS

1. Calcula los logaritmos que se indican:

- a)  $\log^2 32$                       b)  $\log^5 625$                       c)  $\log 1000$                       d)  $\log^3 81$   
e)  $\ln e^3$                       f)  $\log 10^5$                       g)  $\ln e^x$                       h)  $\log^2 64$   
i)  $\log^3 729$                       j)  $\log^2 128$

Sol: a) 5; b) 4; c) 3; d) 4; e) 3; f) 5; g) x; h) 6; i) 6; j) 7

2. Halla los logaritmos siguientes:

- a)  $\log^2(1/8)$                       b)  $\log^2(1/2)$ ;                      c)  $\log^2(1/32)$   
d)  $\log^3(1/3)$                       e)  $\log^3(1/9)$                       f)  $\log^3(1/81)$   
g)  $\log^5(1/5)$                       h)  $\log^5 125$                       i)  $\log^5 25$

Sol: a) -3; b) -1; c) -5; d) -1; e) -2; f) -4; g) -1; h) 3; i) 2

3. Empleando la calculadora halla:

- a)  $\log 8$                       b)  $\log 3$                       c)  $\log 121$                       d)  $\log(5,74)$                       e)  $\log(3,15)$   
f)  $\log(102,31)$                       g)  $\ln(4,15)$                       h)  $\ln(3,19)$                       i)  $\ln 103$

4. Halla el valor de "x" en las siguientes expresiones:

- a)  $\log_x 32 = 5$                       b)  $\log_x 36 = 2$                       c)  $\log_x 81 = 2$   
d)  $\log_x 49 = 2$                       e)  $\log_x 5 = \frac{1}{2}$                       f)  $\log_x \frac{1}{16} = -4$   
g)  $\log_x 5 = -\frac{1}{2}$                       h)  $\log_x 32 = \frac{5}{2}$                       i)  $\log_x 0,01 = -2$   
j)  $\log_x 4 = -\frac{1}{2}$                       k)  $\log_x 216 = 3$                       l)  $\log_x 64 = 3$

Sol: a)  $x=2$ ; b)  $x=6$ ; c)  $x=9$ ; d)  $x=7$ ; e)  $x=25$ ; f)  $x=2$ ; g)  $x=1/25$ ; h)  $x=4$ ; i)  $x=10$ ; j)  $x=1/16$ ; k)  $x=6$ ; l)  $x=4$

5. Calcula x en las siguientes ecuaciones:

- a)  $\log x = \log 5 - \log 2$                       b)  $\ln x = 2 \ln 3$   
c)  $1 + 2 \log x = 3$                       d)  $3 \log^3 x = -9$

Sol: a)  $x=5/2$ ; b)  $x=9$ ; c)  $x=10$ ; d)  $x=1/27$

6. Resuelve:

- a)  $\log^2 16 = x$                       b)  $\log(10000) = x$                       c)  $\log^3 27 = x$   
d)  $\log_a x = 0$                       e)  $\log^9 x = 2$                       f)  $\log^{16} 4 = x$   
g)  $\log_o \sqrt[3]{3} = x$                       %

Sol: a)  $x=4$ ; b)  $x=4$ ; c)  $x=3$ ; d)  $x=1$ ; e)  $x=81$ ; f)  $x=1/4$ ; g)  $x=1/6$

7. Resuelve:

- a)  $\log_x 0,0001 = -4$                       b)  $\log_2 \frac{1}{32} = x$                       c)  $\log_x 10 = \frac{1}{3}$   
d)  $\log_3 (3^2 \sqrt{3}) = x$                       e)  $\log 1 = x$                       f)  $\log_3 \sqrt{81} = x$   
g)  $\log_2 (\log_2 2^8) = x$                       h)  $\log_5 \sqrt{5} = x$                       i)  $\log_5 625 = x$

Sol: a)  $x=10$ ; b)  $x=-5$ ; c)  $x=10^3$ ; d)  $x=5/2$ ; e)  $x=0$ ; f)  $x=2$ ; g)  $x=3$ ; h)  $x=1/2$ ; i)  $x=4$

8. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a)  $\log x + \log 30 = 1$                       b)  $\log(2x) = \log 32 - \log x$

Sol: a)  $x=1/3$ ; b)  $x=4$

9. Resuelve:

a)  $\log x = \log 2$                       b)  $\log x = 3$                       c)  $\log x = 5$   
d)  $\log_2 (32^2) = x$                       e)  $\log x = 2 \log 3$                       f)  $\log x - \log 10 = 2$   
g)  $4 \log_3 (2x - 5) = \log_3 81$                       h)  $\log_2 (x^2 + x + 2) = 2$   
i)  $\log_2 \left( \frac{3x^2 + 5}{2x - 1} \right) = 3$

Sol: a)  $x = 2$ ; b)  $x = 1000$ ; c)  $x = 100000$ ; d)  $x = 10$ ; e)  $x = 9$ ; f)  $x = 1000$ ; g)  $x = 4$ ; h)  $x = 1$ ,  $x = -2$ ; i)  $x = 1$ ,  $x = 13/3$

10. Resuelve:

a)  $\log (3x + 25) = 2$                       b)  $\frac{5 - 3x}{x - 2} = \log 0,1$                       c)  $\log_3 (3x - 1) - \log_3 (x + 1) = 2$   
d)  $3 \log_2 (x - 1) = \log_2 8$                       e)  $\log 3 + \log (x - 1) = \log (2x)$   
f)  $\log \frac{x}{100} = \log 10^4 - \log x$                       g)  $\begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ x - 3y = 70 \end{cases}$

Sol: a)  $x = 25$ ; b)  $x = 3/2$ ; c)  $x = -5/3$ ; d)  $x = 3$ ; e)  $x = 3$ ; f)  $x = 1000$ ; g)  $x = 100$ ,  $y = 10$

11. Expresa los siguientes logaritmos en función de  $\log 2$ :

a)  $\log 64$                       b)  $\log \frac{1}{16}$                       c)  $\log 5$                       d)  $\log 0,32$                       e)  $\log \sqrt[3]{\frac{32}{5}}$

Sol: a)  $6 \log 2$ ; b)  $-4 \log 2$ ; c)  $1 - \log 2$ ; d)  $5 \log 2 - 2$ ; e)  $2 \log 2 - 1/3$

12. Sabiendo que  $\log 2 = 0,30103$  y  $\log 3 = 0,47712$ , calcula:

a)  $\log 4$                       b)  $\log 5$                       c)  $\log 6$                       d)  $\log 9$                       e)  $\log 18$   
f)  $\log 30$                       g)  $\log 48$                       h)  $\log 72$                       i)  $\log 16$                       j)  $\log 40$   
k)  $\log 20$                       l)  $\log 32$

13. Sabiendo que  $\log 2 = 0,30103$  y  $\log 3 = 0,47712$ , calcula:

a)  $\log 0,3$                       b)  $\log 0,48$                       c)  $\log \sqrt[3]{40}$                       d)  $\log \frac{48}{9}$                       e)  $\log \frac{18}{5}$   
f)  $\log 0,072$                       g)  $\log \frac{30}{4,8}$                       h)  $\log (1,8)^3$                       i)  $\log \sqrt[4]{\frac{9}{32}}$   
j)  $\log \sqrt{\frac{9}{5}}$                       k)  $\log \left( \frac{8}{3} \right)^2$                       l)  $\log \left( \frac{5}{4} \right)^3$

14. Halla:

a)  $\log_2 \left( \frac{\sqrt[3]{64} \cdot 2^3}{2^4 \cdot \sqrt{128}} \right)$                       b)  $\log_3 \left( \frac{\sqrt{3^3 \cdot 9} \cdot 3^1}{81^2 \cdot 3^{-2}} \right)$   
c)  $\log \left( \frac{0,01 \cdot \sqrt[3]{100}}{10^{-1} \cdot 0,1} \right)$                       d)  $\log_5 \left( \frac{5^{-2} \sqrt{625}}{25 \sqrt{125}} \right)$

Sol: a)  $-5/2$ ; b)  $-9/2$ ; c)  $2/3$ ; d)  $-7/2$

15. Transforma los siguientes logaritmos en logaritmos neperianos:

a)  $\log 3$       b)  $\log^2 e$       c)  $\log^3 5$       d)  $\log 5$  e)  $\log^5 25$

Sol: a)  $\ln 3 / \ln 10$ ; b)  $1 / \ln 2$ ; c)  $\ln 5 / \ln 3$ ; d)  $\ln 5 / \ln 10$ ; e)  $\ln 25 / \ln 5 = 2$

16. Determina los intervalos en los que puede variar x para que se verifique:

a)  $0 < \log^3 x < 1$     b)  $1 < \log^2 x < 4$     c)  $2 < \ln x < 3$       d)  $-1 < \log^2 x < 0$

e)  $-2 < \ln x < 1$     f)  $0 < \log x < 2$     g)  $1 < \ln x^2 < 2$     h)  $0 < \log^2 x < 3$

Sol: a)  $1 < x < 3$ ; b)  $2 < x < 16$ ; c)  $e^2 < x < e^3$ ; d)  $1/2 < x < 1$ ; e)  $e^{-2} < x < e$ ; f)  $1 < x < 100$ ;

g)  $\sqrt{e} < x < e$ ; h)  $1 < x < 8$

17. ¿Qué números tienen logaritmo negativo si la base es 5?. Sol:  $x < 1$

18. Prueba que  $\ln 10 \cdot \log e = 1$

19. Si la base de un sistema de logaritmos es  $1/3$ . ¿Cómo son los logaritmos de los números mayores que 1? Sol: negativos

20. Si se multiplica un número por 8 ¿Qué variación experimenta su logaritmo en base 2?. Sol: se le suma 3

21. Resuelve:

a)  $\log^3 9 = x$     b)  $\log_x(1/8) = -3$       c)  $\log^2 x = 5$       d)  $\log^3(\sqrt{3}/9) = x$

e)  $\log^x 5 = -2$     f)  $\ln(1/e^2) = x$       g)  $\log^9(\sqrt{3}/3) = x$     h)  $\log^{(1/2)} 8 = x$

i)  $\log^3 x^4 = 8$     j)  $\log x + \log 2 = \log 5$     k)  $\log^{1/2} 2^3 = x$       l)  $\log x - 1 = 2$

Sol: a)  $x = 2$ ; b)  $x = 2$ ; c)  $x = 32$ ; d)  $x = -3/2$ ; e)  $x = 1/\sqrt{5}$ ; f)  $x = -2$ ; g)  $x = -1/4$ ; h)  $x = -3$ ; i)  $x = 9$ ; j)  $x = 5/2$ ; k)  $x = -3$ ; l)  $x = 1000$

22. Resuelve las ecuaciones logarítmicas:

a)  $\log \sqrt{x+4} - \log(3x) = -2 \log 3$

b)  $\ln x - \ln(x-2) = \ln(4x-3) - \ln 3$

c)  $\log(x-2) - \log(x^2) = -\log(3x)$

d)  $2 \log x - \log(2x) = \log(x-1)$

e)  $\ln(x^2+2) - \ln(x+1) = \ln(2-x)$

f)  $3 \log x - 2 \log 2 = \log(x^2) - \log 2$

Sol: a)  $x = 12$ ; b)  $x = 3$ ; c)  $x = 3$ ; d)  $x = 2$ ; e)  $x = 0$ ; f)  $x = 2$

23. Determina los intervalos en los que puede variar x:

a)  $0 < \log^3 x < 2$       b)  $1 < \log^2 x < 3$       c)  $0 < \log x < 1/2$

d)  $1/2 < \log^4 x < 1$     e)  $-1 < \log^3 x < 2$     f)  $-2 < \log^2 x < 3/2$

Sol: a)  $1 < x < 9$ ; b)  $2 < x < 8$ ; c)  $1 < x < \sqrt{10}$ ; d)  $2 < x < 4$ ; e)  $1/3 < x < 9$ ; f)  $1/4 < x < \sqrt{8}$

24. Calcula el valor de los siguientes logaritmos:

a)  $2 \log_2 \left( \frac{\sqrt{64} \cdot 2^3}{32 \cdot \sqrt{8}} \right)$       b)  $\log \sqrt[3]{\frac{1000 \cdot 10^{-2}}{10^5 \cdot 10^{-1}}}$       c)  $\ln \left( \frac{e^3 \cdot \sqrt{e^3}}{e^2 \cdot e^{-4}} \right)$

d)  $\log_3 \left( \frac{27 \cdot 3}{\sqrt{81} \cdot 3^2} \right)$       e)  $\log_5 \left( \frac{\sqrt{625} \cdot 125}{5^2 \cdot 25^2} \right)$       f)  $\log_4 \left( \frac{16 \cdot 2}{\sqrt{8} \cdot 2^2} \right)$

Sol a) -1; b) -1; c)  $13/2$ ; d) 0; e) -1; f)  $3/4$

25. Resuelve:

a)  $\log_{27} 3 = x$       b)  $\log_2 \sqrt[3]{32} = x$       c)  $\log_x 7 = 2$

d)  $\log_3 \frac{81}{x} = 3$       e)  $\log_x 32 = \frac{5}{2}$       f)  $\log_{\sqrt{1000}} x = 0$

g)  $\log_{49} \sqrt{7} = x$       h)  $\log_2 \frac{x}{4} = -2$       i)  $\log_x \sqrt{81} = 2$

j)  $\log_3 \frac{\sqrt{x}}{9} = -1$       k)  $\log_5 \frac{100}{x} = 2$       l)  $\log_{\sqrt{x}} 9 = 2$

Sol: a)  $x = 1/3$ ; b)  $x = 5/3$ ; c)  $x = 49$ ; d)  $x = 3$ ; e)  $x = 4$ ; f)  $x = 1$ ; g)  $x = 1/4$ ; h)  $x = 1$ ; i)  $x = 3$ ; j)  $x = 9$ ; k)  $x = 4$ ; l)  $x = 9$

26. Resuelve las ecuaciones:

a)  $\ln(x-1) - \ln(x^2-1) = \ln\left(\frac{1}{3}\right)$       b)  $\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) + \ln 2 = \ln(x+3)$

c)  $\log(x+1) + \log(x-2) = \log(2-x)$       d)  $2 \log(x-1) = 2 \log 2$

e)  $\log(x+1) - \log\sqrt{x-1} = \log(x-2)$       f)  $\log x + \log(x+2) = \log(4x-1)$

Sol: a)  $x = 2$ ; b)  $x = 1$ ; c)  $x = -1, x = 2$ ; d)  $x = -1, x = 3$ ; e)  $x = 5$ ; f)  $x = 1$