

Unidad 14 – Integrales indefinidas

ACTIVIDADES FINALES

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

■ 1. Resuelve las siguientes integrales por el método de integración de integrales inmediatas:

a) $\int (2x^2 - 4x + 5) dx$

h) $\int \left(3x + \frac{1}{x^2}\right) dx$

ñ) $\int \left(2\sqrt[4]{x^3} - \frac{5}{x}\right) dx$

b) $\int \left[\frac{x^4 - 3x\sqrt{x} + 2}{x}\right] dx$

i) $\int \frac{(1+x)^2}{x} dx$

o) $\int (2x^2 + 3)^2 \cdot 5x dx$

c) $\int \frac{3x}{x^2 + 5} dx$

j) $\int \frac{4x + 8}{x^2 + 4x} dx$

p) $\int 4x^2 \sqrt{1-x^3} dx$

d) $\int \frac{2x}{\sqrt{3x^2 + 1}} dx$

k) $\int \frac{(1+\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} dx$

q) $\int \frac{1 - \cos 2x}{2x - \sin 2x} dx$

e) $\int \cos\left(\frac{x}{2}\right) dx$

l) $\int 3x \cdot 3^{x^2} dx$

r) $\int \frac{e^{\ln x}}{x} dx$

f) $\int \frac{dx}{4 + 7x^2}$

m) $\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^8}} dx$

s) $\int \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$

g) $\int \frac{3}{\sqrt{4-x^2}} dx$

n) $\int \sin^3 2x \cos 2x dx$

t) $\int \frac{1 - \ln x}{x \ln x} dx$

■ 2. Resuelve las siguientes integrales por el método de integración por partes:

a) $\int x^2 \cdot \cos x dx$

e) $\int x^3 \cdot \ln x dx$

i) $\int x^2 \cdot e^x dx$

b) $\int e^x \cdot \cos 2x dx$

f) $\int 2^x \cdot \sin x dx$

j) $\int \ln x dx$

c) $\int \arcsen x dx$

g) $\int \arctg x dx$

k) $\int \sqrt{x} \cdot \ln x dx$

d) $\int x \sen x \cdot \cos x dx$

h) $\int x^3 \ln^2 x dx$

l) $\int \frac{x \arcsen x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

■ 3. Resuelve las siguientes integrales por el método de integración de funciones racionales:

a) $\int \frac{x}{x-2} dx$

e) $\int \frac{dx}{x^3 - 3x^2 + 2x}$

i) $\int \frac{x^3}{x^2 - 1} dx$

b) $\int \frac{x^2 + x}{(1-x)(1+x^2)} dx$

f) $\int \frac{-x^2 + 6x - 1}{(x-1)^2(x+1)} dx$

j) $\int \frac{3x^2 + 5x - 7}{x^3 - 2x^2 + x - 2} dx$

c) $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 1}$

g) $\int \frac{x^3 + 4x}{x^2 + 1} dx$

k) $\int \frac{x^4 + 2x - 6}{x^2 + x - 2} dx$

d) $\int \frac{9x}{x^3 + 5x^2 + 8x + 4} dx$

h) $\int \frac{x}{(x-1)^2} dx$

l) $\int \frac{x^3}{x^2 + 1} dx$



■ 4. Resuelve las siguientes integrales por el método de integración de cambio de variable con el cambio que se indica en cada caso:

a) $\int \frac{e^x}{e^{2x} + e^x + 2} dx$ $[e^x = t]$	d) $\int \frac{x^3}{\sqrt{x-1}} dx$ $[\sqrt{x-1} = t]$
b) $\int \frac{1}{x + \sqrt{x}} dx$ $[\sqrt{x} = t]$	e) $\int \cos^{-4} x dx$ $[\operatorname{tg} x = t]$
c) $\int \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$ $[4-x^2 = t^2]$	f) $\int \frac{3^x + 27^x}{1+9^x} dx$ $[3^x = t]$

■ 5. Resuelve las siguientes integrales por el método de integración de cambio de variable:

a) $\int x\sqrt{x-1} dx$	d) $\int \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}} dx$	g) $\int \frac{\sqrt[3]{1+\ln x}}{x} dx$
b) $\int \frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{2x-3}+1} dx$	e) $\int \frac{dx}{(x+5)\sqrt{x+1}}$	h) $\int \frac{\sqrt{x}}{x+2} dx$
c) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^2 x}$	f) $\int \frac{\operatorname{sen} 3x}{\sqrt[3]{1+3\cos 3x}} dx$	i) $\int \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} dx$

■ 6. Resuelve las siguientes integrales por el método de integración más conveniente:

a) $\int \frac{3}{1+\sqrt{x+1}} dx$	i) $\int x^2 \cdot \operatorname{arcsen} x dx$	p) $\int \frac{1}{\sqrt{1+4x-x^2}} dx$
b) $\int \operatorname{sen}^3 x dx$	j) $\int \frac{\operatorname{arcsen} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$	q) $\int \frac{3x}{x^4+16} dx$
c) $\int \frac{[\ln x]^5}{x} dx$	k) $\int \frac{dx}{x[\ln x - 1]}$	r) $\int \frac{\sqrt{x} + \ln x}{2x} dx$
d) $\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+2x}}$	l) $\int \frac{\ln(\ln x)}{x} dx$	s) $\int \frac{x^4-8}{x^3-4x} dx$
e) $\int \operatorname{sen}(\ln x) \cdot dx$	m) $\int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos^2 x} dx$	t) $\int \ln[x + \sqrt{1+x^2}] dx$
f) $\int \frac{6x^3-x}{1+x^4} dx$	n) $\int x \ln(x^2-1) dx$	u) $\int \frac{6x^3-7x}{\sqrt{1-x^4}} dx$
g) $\int x \cdot \ln\left[\frac{1-x}{1+x}\right] dx$	ñ) $\int \frac{4x^2}{x^4-1} dx$	v) $\int \frac{2+x^2-3x}{(1+x^2)} dx$
h) $\int \operatorname{sen}^4 5x \cdot \cos 5x dx$	o) $\int \frac{\cos 5x}{\operatorname{sen}^4 5x} dx$	w) $\int \sqrt{6-5x^2} dx$

■ 7. Halla la primitiva de la función $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$ cuya gráfica pase por el punto (2, 2).

ACTIVIDADES FINALES

ACCESO A LA UNIVERSIDAD

- 8. Calcula:

a) $\int x^3 \cdot e^{x^2} dx$

b) $\int \frac{e^{2x}}{2+e^x} dx$

- 9. Resuelve: $\int \cos^3 x \cdot \sin^2 x dx$.

- 10. Calcula las siguientes integrales indefinidas:

$I_1 = \int e^{3x} \cos 2x dx$

$I_2 = \int x e^{-x} dx$

$I_3 = \int x^2 \sin x dx$

- 11. Resuelve la siguiente integral indefinida:

$$I = \int \frac{x^3 - x}{x^2 + 4x - 12} dx$$

- 12. Calcula:

$$I = \int \frac{x+1}{x^2-x} dx$$

- 13. Resuelve las siguientes integrales indefinidas:

$I_1 = \int \frac{x-1}{x^2+2x+3} dx$

$I_2 = \int \frac{5x+8}{2x^2+x-3} dx$

- 14. Resuelve $\int \frac{4^x + 5 \cdot 16^x}{1+16^x} dx$.

- 15. Calcula $\int \frac{1+\ln x}{x(\ln^2 x - \ln x)} dx$.

- 16. Calcula la primitiva de la función $f(x) = [\ln x]^2$ que se anule en $x = e$.

- 17. Calcula, integrando por partes, las siguientes integrales. Comprueba el resultado por derivación.

$I_1 = \int x \cdot \sin(\ln x) dx$

$I_2 = \int x \cdot \ln(x^2 + 1) dx$

$I_3 = \int x^2 \cdot \ln(2x + 1) dx$

- 18. Halla $f(x)$ si sabemos que $f(0) = 1$; $f'(0) = 2$ y $f''(x) = 3x$.

- 19. Calcula una función real $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que cumple las condiciones siguientes:

$f'(0) = 5$, $f''(0) = 1$, $f(0) = 0$ y $f'''(x) = x + 1$

