Distribución binomial

Ejercicio1

Se lanza una moneda cuatro veces. Calcular la probabilidad de que salgan más caras que cruces.

Ejercicio 2

Un agente de seguros vende pólizas a cinco personas de la misma edad y que disfrutan de buena salud. Según las tablas actuales, la probabilidad de que una persona en estas condiciones viva 30 años o más es 2/3. Hállese la probabilidad de que, transcurridos 30 años, vivan:

1. Las cinco personas.

2.Al menos tres personas.

3.Exactamente dos personas.

Ejercicio 3.

Si de seis a siete de la tarde se admite que un número de teléfono de cada cinco está comunicando, ¿cuál es la probabilidad de que, cuando se marquen 10 números de teléfono elegidos al azar, sólo comuniquen dos?

Ejercicio 4

La probabilidad de que un hombre acierte en el blanco es 1/4. Si dispara 10 veces ¿cuál es la probabilidad de que acierte exactamente en tres ocasiones? ¿Cuál es la probabilidad de que acierte por lo menos en una ocasión?

Ejercicio 5

En una urna hay 30 bolas, 10 rojas y el resto blancas. Se elige una bola al azar y se anota si es roja; el proceso se repite, devolviendo la bola, 10 veces. Calcular la media y la desviación típica.

Ejercicio 6

En unas pruebas de alcoholemia se ha observado que el 5% de los conductores controlados dan positivo en la prueba y que el 10% de los conductores controlados no llevan puesto el cinturón de seguridad. También se ha observado que las dos infracciones son independientes.

Un guardia de tráfico para cinco conductores al azar. Si tenemos en cuenta que el número de conductores es suficientemente importante como para estimar que la proporción de infractores no varía al hacer la selección.

1. Determinar la probabilidad de que exactamente tres conductores hayan cometido alguna de las dos infracciones.

2. Determine la probabilidad de que al menos uno de los conductores controlados haya cometido alguna de las dos infracciones.

Ejercicio 7

Un laboratorio afirma que una droga causa efectos secundarios en una proporción de 3 de cada 100 pacientes. Para contrastar esta afirmación, otro laboratorio elige al azar a 5 pacientes a los que aplica la droga. ¿Cuál es la probabilidad de los siguientes sucesos?

1. Ningún paciente tenga efectos secundarios.

2.Al menos dos tengan efectos secundarios.

3.¿Cuál es el número medio de pacientes que espera laboratorio que sufran efectos secundarios si elige 100 pacientes al azar?

Soluciones

Ejercicio1

Se lanza una moneda cuatro veces. Calcular la probabilidad de que salgan más caras que cruces.

Solución:

Se lanza una moneda cuatro veces. Calcular la probabilidad de que salgan más caras que cruces.

B(4, 0.5) p = 0.5q = 0.5

$$p(X \geq 3) = p(X = 3) + p(X = 4) =$$

$$= \binom{4}{3} 0.5^3 \cdot 0.5 + \binom{4}{4} 0.5^4 = 0.3125$$

Ejercicio 2

Un agente de seguros vende pólizas a cinco personas de la misma edad y que disfrutan de buena salud. Según las tablas actuales, la probabilidad de que una persona en estas condiciones viva 30 años o más es 2/3. Hállese la probabilidad de que, transcurridos 30 años, vivan:

1. Las cinco personas.

2.Al menos tres personas.

3.Exactamente dos personas.

Solución:

Un agente de seguros vende pólizas a cinco personas de la misma edad y que disfrutan de buena salud. Según las tablas actuales, la probabilidad de que una persona en estas condiciones viva 30 años o más es 2/3. Hállese la probabilidad de que, transcurridos 30 años, vivan:

1. Las cinco personas.

B(5, 2/3) p = 2/3 q = 1/3

$$p(X=5)=\binom{5}{5}\left(\frac{2}{3}\right)^5=0.132$$

2.Al menos tres personas.

$$p(X\geq 3)=p(X=3)+p(X=4)+p(X=5)=$$

$$=\binom{5}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)^2+\binom{5}{4}\left(\frac{2}{3}\right)^4\left(\frac{1}{3}\right)+\binom{5}{5}\left(\frac{2}{3}\right)^5=0.791$$

3.Exactamente dos personas.

$$p(X=2)=\binom{5}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^3=0.164$$

Ejercicio 3.

Si de seis a siete de la tarde se admite que un número de teléfono de cada cinco está comunicando, ¿cuál es la probabilidad de que, cuando se marquen 10 números de teléfono elegidos al azar, sólo comuniquen dos?

Solución:

Si de seis a siete de la tarde se admite que un número de teléfono de cada cinco está comunicando, ¿cuál es la probabilidad de que, cuando se marquen 10 números de teléfono elegidos al azar, sólo comuniquen dos?

B(10, 1/5)p = 1/5q = 4/5

$$p(X=2)=\binom{10}{2}\left(\frac{1}{5}\right)^2\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^8=0.3020$$

Ejercicio 4

La probabilidad de que un hombre acierte en el blanco es 1/4. Si dispara 10 veces ¿cuál es la probabilidad de que acierte exactamente en tres ocasiones? ¿Cuál es la probabilidad de que acierte por lo menos en una ocasión?

Solución:

La probabilidad de que un hombre acierte en el blanco es 1/4. Si dispara 10 veces ¿cuál es la probabilidad de que acierte exactamente en tres ocasiones? ¿Cuál es la probabilidad de que acierte por lo menos en una ocasión?

B(10, 1/4) p = 1/4q = 3/4

$$p(X=3)=\binom{10}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^7=0.25$$

$$p(\text{al menos uno})=1-\binom{10}{0}\left(\frac{1}{4}\right)^0\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{10}=0.9437$$

<u>Ejercicio 5</u>

En una urna hay 30 bolas, 10 rojas y el resto blancas. Se elige una bola al azar y se anota si es roja; el proceso se repite, devolviendo la bola, 10 veces. Calcular la media y la desviación típica.

Solución:

En una urna hay 30 bolas, 10 rojas y el resto blancas. Se elige una bola al azar y se anota si es roja; el proceso se repite, devolviendo la bola, 10 veces. Calcular la media y la desviación típica.

B(10, 1/3) p = 1/3q = 2/3

$$\mu=10\cdot\frac{1}{3}=3.33$$

$$\sigma=\sqrt{10\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}}=1.49$$

<u>Ejercicio 6</u>

En unas pruebas de alcoholemia se ha observado que el 5% de los conductores controlados dan positivo en la prueba y que el 10% de los conductores controlados no llevan puesto el cinturón de seguridad. También se ha observado que las dos infracciones son independientes.

Un guardia de tráfico para cinco conductores al azar. Si tenemos en cuenta que el número de conductores es suficientemente importante como para estimar que la proporción de infractores no varía al hacer la selección.

1. Determinar la probabilidad de que exactamente tres conductores hayan cometido alguna de las dos infracciones.

2. Determine la probabilidad de que al menos uno de los conductores controlados haya cometido alguna de las dos infracciones.

Solución:

En unas pruebas de alcoholemia se ha observado que el 5% de los conductores controlados dan positivo en la prueba y que el 10% de los conductores controlados no llevan puesto el cinturón de seguridad. También se ha observado que las dos infracciones son independientes.

Un guardia de tráfico para cinco conductores al azar. Si tenemos en cuenta que el número de conductores es suficientemente importante como para estimar que la proporción de infractores no varía al hacer la selección.

1. Determinar la probabilidad de que exactamente tres conductores hayan cometido alguna de las dos infracciones.

$$p(A \cup B) = 0.05 + 0.1 - 0.05 \cdot 0.1 = 0.145$$

$$B(5, 0.145) \qquad p = 0.145 \qquad q = 0.855$$

$$p(X = 3) = \binom{5}{3} 0.145^3 \cdot 0.855^2 = 0.0223$$

2. Determine la probabilidad de que al menos uno de los conductores controlados haya cometido alguna de las dos infracciones.

$$p(\text{al menos uno}) = 1 - \binom{5}{0} 0.855^5 = 0.543$$

<u>Ejercicio 7</u>

Un laboratorio afirma que una droga causa efectos secundarios en una proporción de 3 de cada 100 pacientes. Para contrastar esta afirmación, otro laboratorio elige al azar a 5 pacientes a los que aplica la droga. ¿Cuál es la probabilidad de los siguientes sucesos?

1. Ningún paciente tenga efectos secundarios.

2.Al menos dos tengan efectos secundarios.

3.¿Cuál es el número medio de pacientes que espera laboratorio que sufran efectos secundarios si elige 100 pacientes al azar?

Solución:

Un laboratorio afirma que una droga causa efectos secundarios en una proporción de 3 de cada 100 pacientes. Para contrastar esta afirmación, otro laboratorio elige al azar a 5 pacientes a los que aplica la droga. ¿Cuál es la probabilidad de los siguientes sucesos?

1. Ningún paciente tenga efectos secundarios.

B(100, 0.03) p = 0.03 q = 0.97

$$p(X=0)=\binom{5}{0}0.97^5=0.8587$$

2.Al menos dos tengan efectos secundarios.

$$p(X\geq 2)=1-p(X<2)=1-\left[p(X=0)+p(X=1)\right]=$$

$$=1-\binom{5}{0}0.97^5+\binom{5}{1}0.03\cdot 0.97^4=0.00847$$

3.¿Cuál es el número medio de pacientes que espera laboratorio que sufran efectos secundarios si elige 100 pacientes al azar?

$$\mu=100\cdot 0.03=3$$