**1.-** A partir de la definición de derivada de una función en un punto, calcular la derivada de las funciones $f(x)=3x$, en $x_o=1$, y $g(x)=\sqrt{x-5}$ en $x_o=9$.

Sol: a) 3; b) 1/4

**2.-** Estudiar la continuidad y la derivabilidad de la función:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}} & \text{si } x\neq 0\\ 0 & \text{si } x=0\end{cases} \quad \text{en } x_o=0.$$

Sol: f continua en cero, pero no es derivable.

**3.-** Sea k un número real y f una función real definida sobre R, mediante

$$f(x)=\begin{cases}x^2 sen\dfrac{1}{x}+kx & \text{si } x\neq 0\\ 0 \text{ si } x=0\end{cases}$$

**a)** Calcular la derivada de f en el punto $x_o=0$
**b)** Calcular la función derivada

Sol: a) f'(0)=k; b) $f'(x)=\begin{cases}2x sen\dfrac{1}{x}+x^2\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)\cdot\left(\dfrac{-1}{x^2}\right)+k & \text{si } k\neq 0\\ k & \text{si } x=0\end{cases}$

**4.-** Estudiar la derivabilidad de la función:

$$f(x)=\begin{cases}3x+5 & \text{si } x\leq -1\\ 2 & \text{si } -1<x\leq 1\\ x^2-3x+1 & \text{si } x>1\end{cases}$$

Sol: f derivable en $\mathbb{R}-\{-1,1\}$

**5.-** Calcular a y b para que la función sea derivable:

$$f(x)=\begin{cases}x^3-x & \text{si } x<-1\\ ax^2+bx & \text{si } x\geq -1\end{cases}$$

Sol: a=b=-2

**6.-** Utilizando la definición de derivada en un punto, calcular f'(-2), siendo $f(x)=\dfrac{3-2x}{4x+1}$

Sol: -2/7

**7.-** Derivar y simplificar:

$$f(x)=Arctg\frac{1+x}{1-x}-Arctgx$$

$$g(x)=\left(\frac{x^2}{2}-\frac{1}{4}\right)\cdot Arcsenx+\frac{x}{4}\sqrt{1-x^2}$$

Sol: $f'(x)=0$ $g'(x)=x arcsenx$

**8.-** Hallar un punto del intervalo [0,1], donde la tangente a la curva $f(x)=1+x-x^2$, sea paralela al eje de abscisas.

Sol: x=1/2

**9.-** Hallar los puntos en los que la tangente a la curva $f(x)=\dfrac{x^3}{3}-x^2-3x+1$ sea:

**a)** Paralela el eje OX
**b)** Paralela a la recta: $g(x)=5x+3$
**c)** Perpendicular a la recta: $h(x)=\dfrac{x}{3}+1$

Sol: a) x=-1 y x=3; b) x=-2 y x=4; c) x=0 y x=2.

**10.-** Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por:

$$f(x)=\frac{1}{2x}+\ln x \quad \text{Si } x>0,$$

**a)** Determina el punto de la gráfica de f en el que la pendiente de la recta tangente es máxima.
**b)** Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa x=1.

Sol: a) (1,1/2); b) 4x+2y-5=0

**11.-** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $g(x)=\dfrac{x}{x-2}$ en el punto de abscisa x = 3.

Sol: y=-2x+9

**12.-** Halla el punto de la curva $f(x)=\ln(1+x^2)$ en el que la tangente es perpendicular a la tangente trazada por el punto de abscisa x=1.

Sol: x=-1

**13.-** Considera la función derivable $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ def por:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^x-e^{-x}}{2x} & si \;\; x<0\\ ax+b & si \;\; x\geq 0\end{cases}$$

**a)** Calcula a y b.
**b)** Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x=-1

Sol: a) b=1; a=0; b) y= $y=\dfrac{-1-x}{e}+\dfrac{e^2-1}{2e}$

**14.-** Calcula la derivada n-ésina de f(x)=1/x

Sol: $f^{n)}(x)=\dfrac{(-1)^n\cdot n!}{x^{n+1}}$

**15.-** Para la función:

$$f(x)=\begin{cases}(\alpha x^2+\beta x+\gamma)\cdot e^{1-x} & si \quad x>1\\ sen(x-1) & si \quad x\leq 1\end{cases}$$

Encontrar los valores de $\alpha,\beta,\gamma$ para que f sea de clase 2 en el punto x=1.

Sol: $\alpha=1;\beta=-1;\gamma=0$

**16.-** Calcula la derivada n-ésina de f(x) ln(x)

Sol: $f^{n)}(x)=\dfrac{(-1)^{n-1}\cdot(n-1)!}{x^n}$

**17.-** Sea la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por:

$$f(x)=\begin{cases}-bx^2-bx+a & si \;\; x\leq 2\\ \dfrac{60}{x} & si \;\; x>2\end{cases}$$

**a)** Obtenga los valores de a y b para que la función sea continua y derivable.
**b)** Para a=48 y b=3, estudie la monotonía de f(x) y calcule sus extremos.

Sol: a) a=48; b=3; b) Máx en (-1/2,195/4)

**18.-** Sea la función f, definida por:

$$f(x)=\begin{cases}x^2-ax+5 & si \;\; x<0\\ -x^2+b & si \;\; x\geq 0\end{cases}$$

Determine los valores que han de tomar a y b para que la función f sea derivable en x=0.

Sol: a=0; b=5

**19.-** Calcular la derivada n-ésima de la función $f(x)=e^{2x}$

$Sol: f^{n)}(x)=2^n\cdot e^{2x}$

**20.-** Halla los puntos en los cuales la tangente a la curva $y=2x^3+3x^2-30x-6$ es paralela a la recta de ec. $y=6x-5$.

Sol: (2, –38) y (–3, 57)

**21.-** Calcular las derivadas de las funciones:

$$f(x)=\frac{x^3}{sen^2x} \quad g(x)=tg^2\left(\frac{x}{2}\right) \quad h(x)=\sqrt{1+x^4}$$

$f'(x)=\dfrac{3x^2sen^2x-x^3sen(2x)}{sen^4x}; g'(x)=tg\left(\dfrac{x}{2}\right)\cdot\left(1+tg^2\left(\dfrac{x}{2}\right)\right); h'(x)=\dfrac{2x^3}{\sqrt{1+x^4}}$

**22.-** Aplicando la derivación logarítmica, calcula la derivada de: $f(x)=\left(Arcsenx\right)^{\cos^2 x}$

Sol: $f'(x)=\left(Arcsenx\right)^{\cos^2 x}\cdot\left(sen2x\cdot\ln(arcsenx)+\frac{\cos^2 x}{arcsenx}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)$

**23.-** Encuentra aplicando la definición de derivada, la derivada de: $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$ .

Sol: $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\frac{-1}{2x\sqrt{x}}$

**24.-** Halla los valores de $a$ y $b$ para los cuales la recta tangente a la curva $y=x^2+ax+b$ en el punto $P(3,0)$ tenga de pendiente 2.

Sol: $a = -4$ y $b = 3$

**25.-** Busca los puntos de la curva $y=x^4-7x^3+13x^2+x+1$ que tienen la tangente formando un ángulo de 45° con el eje de abscisas.

Sol: $P$ (0, 1) $Q$ (2, 15) $R$(13/4, 3285/256)

**26.-** Utilizando la derivación implícita, halla el valor de y" en el punto P de abscisa x=2 de la curva $x^2y+4y-24=0$.

Sol: 3/4

**27.-** Se define la función f del modo siguiente:

$$f(x)=\begin{cases}\ln x-1 & \text{si } x>1\\ 2x^2+ax+b & \text{si } x\le 1\end{cases}$$

**a)** Encontrar los valores de a y b para que la función sea continua y su gráfica pase por el origen de coordenadas.

**b)** Estudiar su derivabilidad y hallar los puntos de su gráfica en los que la tangente es paralela al eje OX.

Sol: a) a=-3;b=0; b) Es derivable en R, P(3/4,-9/8)

**28.-** Dada la función $f(x)=\frac{e^x}{x^2-3}$, se pide:

**a)** Hallar su dominio de definición.

**b)** Hallar el punto o puntos en los que la gráfica de la curva $y = f(x)$ tiene tangente horizontal.

**c)** Dibujar esta curva en un pequeño entorno de cada uno de estos puntos.

Sol: a) $Dom(f)=\mathbb{R}-\left\{-\sqrt{3}\ ,\ \sqrt{3}\right\}$; b) x=-1 y x= 3; c)

**29.-** A partir de la definición de derivada, calcula el producto de las funciones $f(x)=x^2-4$ y $g(x)=x+1$, y después halla su derivada. Comprueba que el resultado es el mismo que si aplicamos la fórmula de la derivada del producto de funciones.

Sol: $3x^2+2x-4$

**30.-** El espacio recorrido por un objeto, en metros, se expresa con la fórmula: $e=4t^2+2t+1$

**a)** ¿Qué espacio ha recorrido a los 4 segundos? ¿Y a los 7 segundos?

**b)** ¿Cuál es la velocidad media que ha mantenido entre los 4 y 7 segundos?

Sol: a) S(4)=73m; S(7)=211m; b) TVM[4,7]=46m/s

**31.-** El espacio, en metros, que recorre un móvil en función del tiempo, en segundos, viene descrito por la expresión: $e=\frac{2}{3}t^2+t$; sabiendo que $v(t)=\frac{d}{dt}e(t)$ ; calcula la velocidad instantánea del móvil a los 3 segundos.

Sol: 5 m/s.

**32.-** Obtén las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la curva $y=x+\sqrt{x}$ en el punto de abscisa 4.

Sol: $r_T$: 5x-4y+4=0; $r_N$: 4x+5y-46=0

**33.-** ¿Se verifica que la recta tangente a la curva $y=(x^2-x)(2x+1)$, en el punto de abscisa $-1$, es paralela a la recta $14x-2y-3=0$?

Sol: Si porque las pendientes son iguales.

**34.-** ¿Cuánto tiene que valer $a$ para que la función $f(x)=x\cdot lnx-ax$ tenga, en el punto de abscisa $e$, una recta tangente paralela a la bisectriz del primer cuadrante?

Sol: a=1

**35.-** Se sabe que la gráfica de $f(x)=\frac{ax^2+b}{x}$ tiene tangente horizontal en el punto P(2,4). Halla los valores de a y b.

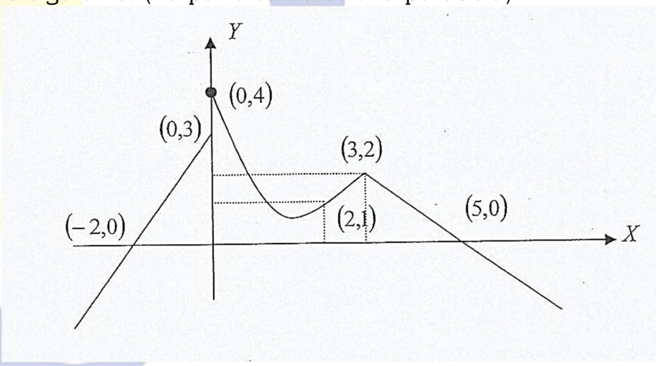
Sol: a=1; b=4.

**36.-** Calcula la derivada de la función definida a trozos dada por: $f(x)=\begin{cases}x^2\cdot sen\frac{1}{x} & si\ \ x\neq 0\\ 0 & si\ \ x=0\end{cases}$

**37.-** Calcula la derivada n-ésima de f(x)=lnx.

Sol: $(-1)^{n-1}\cdot x^{-n}\cdot(n-1)!$

**38.-** Responde de forma breve, pero razonada, a las siguientes cuestiones relativas a la función cuya gráfica es la siguiente: (La parte curva es una parábola).




**a)** ¿Cuál es el valor de la derivada en el punto de abscisa x=-1?

**b)** ¿Y en el punto de abscisa x=2?

**c)** ¿Se trata de una función continua en [-2,5]?

**d)** Da su expresión algebraica.

Sol: a) 3/2; b) -13/2; c) No; d) $5/6x^2$-19/6x+4

**39.-** Obtenga la ecuación de la recta tangente a la curva $y=x^2-3x-10$ , con ángulo de inclinación de 135°.

Sol: y=-x-11

**40.-** Sea la función continua $f(x)=\begin{cases}x+k & si\ \ x\le 0\\ \frac{e^{x^2}-1}{x} & si\ x>0\end{cases}$

**a)** Calcula el valor de k.

**b)** Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa x=1

Sol: a) k=0; b) y=(1+e)x-2

**41.-** Buscar los puntos de la gráfica de la función $y=108x^3-45x^2+5x+7$ que tienen la tangente paralela a una de las bisectrices de los ejes de coordenadas.

Sol: (2/9,191/27); (1/18,773/108), (1/6,85/12) y (1/9,193/27)

**42.-** Define la derivada de una función en un punto y explica por qué la función $f(x)=|x|$ no tiene derivada en el origen de coordenadas.

Sol: Porque tiene un pico.

**43.-** ¿Hay algún punto de la gráfica f(x)= tan (2x) en el que la tangente tenga menor pendiente que la bisectriz del primer cuadrante?

Sol: No.