

MATRICES

<p>Suma de matrices</p> $\mathcal{M}_{m \times n} \times \mathcal{M}_{m \times n} \xrightarrow{+} \mathcal{M}_{m \times n}$ $(A, B) \longrightarrow A + B$	<p>Producto de un número real por una matriz</p> $\mathbb{R} \times \mathcal{M}_{m \times n} \longrightarrow \mathcal{M}_{m \times n}$ $(\lambda, A) \longrightarrow \lambda \cdot A$
$\left. \begin{array}{l} A = (a_{ij}) \\ B = (b_{ij}) \end{array} \right\} \Rightarrow A + B = (a_{ij}) + (b_{ij}) = (a_{ij} + b_{ij})$	$\left. \begin{array}{l} A = (a_{ij}) \\ \lambda \end{array} \right\} \Rightarrow \lambda \cdot A = \lambda \cdot (a_{ij}) = (\lambda \cdot a_{ij})$
<p>Propiedades:</p> <p>1. Conmutativa: $A + B = B + A$</p> <p>2. Asociativa: $(A + B) + C = A + (B + C)$</p> <p>3. Elemento neutro: La matriz nula, 0 $A + 0 = 0 + A = A$</p> <p>4. Elemento simétrico: La matriz opuesta, $-A$ $A + (-A) = -A + A = 0$</p>	<p>Propiedades:</p> <p>1. Seudoasociativa: $\lambda \cdot (\mu \cdot A) = (\lambda \cdot \mu) \cdot A$</p> <p>2. Distributiva respecto a la suma de matrices: $\lambda \cdot (A + B) = \lambda \cdot A + \lambda \cdot B$</p> <p>3. Distributiva respecto a la suma de números: $(\lambda + \mu) \cdot A = \lambda \cdot A + \mu \cdot A$</p> <p>4. Elemento unidad: $1 \in \mathbb{R}$ $1 \cdot A = A$</p>
$(\mathcal{M}_{m \times n}, +)$ es un grupo conmutativo	
$(\mathcal{M}_{m \times n}, \mathbb{R}, +, \cdot)$ es un espacio vectorial	
<p>Producto de matrices</p> $\mathcal{M}_{m \times n} \times \mathcal{M}_{n \times p} \longrightarrow \mathcal{M}_{m \times p}$ $(A, B) \longrightarrow A \cdot B$	$\left. \begin{array}{l} A = (a_{ij}) \\ B = (b_{jk}) \end{array} \right\} \Rightarrow A \cdot B = C \quad \text{y} \quad c_{ik} = \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot b_{jk}$
<p>Propiedades:</p> <p>Asociativa: $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$</p> <p>Distributiva respecto a la suma por la izquierda: $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$</p> <p>Distributiva respecto a la suma por la derecha: $(A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$</p> <p>Seudoasociativa $\lambda \cdot (A \cdot B) = (\lambda \cdot A) \cdot B = A \cdot (\lambda \cdot B)$</p> <p>Matriz identidad $A \in \mathcal{M}_{m \times n} \text{ e } I_n \in \mathcal{M}_n \Rightarrow A \cdot I_n = A$ $A \in \mathcal{M}_{m \times n} \text{ e } I_m \in \mathcal{M}_m \Rightarrow I_m \cdot A = A$</p>	<p>Observaciones:</p> <p>El producto de matrices no cumple la propiedad conmutativa.</p> $A \cdot B \neq B \cdot A$ $A \cdot B = 0 \not\Rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ \text{ó} \\ B = 0 \end{cases}$ $\left. \begin{array}{l} A \cdot C = B \cdot C \\ C \neq 0 \end{array} \right\} \not\Rightarrow A = B$ $(A + B)^2 \neq A^2 + 2AB + B^2$ $(A - B)^2 \neq A^2 - 2AB + B^2$ $(A + B)(A - B) \neq A^2 - B^2$
<p>Determinante de un producto</p> $ A \cdot B = A \cdot B $	
<p>Traspuesta de una matriz es la matriz que se obtiene intercambiando las filas por las columnas</p>	<p>Inversa de una matriz</p> A^{-1} es la inversa de $A \Leftrightarrow A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$
$(A + B)^t = A^t + B^t$	A es regular $\Leftrightarrow A$ tiene inversa $\Leftrightarrow A \neq 0$
$(\lambda \cdot A)^t = \lambda \cdot A^t$	$(\lambda \cdot A)^{-1} = \frac{1}{\lambda} \cdot A^{-1} \quad (\lambda \neq 0)$
$(A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$	$(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$
$(A^t)^t = A$	$(A^{-1})^{-1} = A$
$I^t = I$	$I^{-1} = I$
$(A^{-1})^t = (A^t)^{-1}$	$(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$
$ A^t = A $	$ A^{-1} = \frac{1}{ A }$