Ecuaciones de la recta y el plano en el espacio

Ecuaciones de la recta en el espacio

Si una recta pasa por el punto $P(x_0, y_0, z_0)$ y tiene la dirección del vector $\vec{V}(v_x, v_y, v_z)$, tenemos:

Ecuación vectorial de la recta

$$\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OP} + \lambda \cdot \vec{V} \quad \Rightarrow \quad (x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + \lambda \cdot (v_x, v_y, v_z)$$

Ecuaciones paramétricas de la recta

$$\begin{cases} x = x_0 + \lambda \cdot v_x \\ y = y_0 + \lambda \cdot v_y \\ z = z_0 + \lambda \cdot v_z \end{cases}$$

Ecuación continua de la recta

$$\frac{x - x_0}{v_x} = \frac{y - y_0}{v_y} = \frac{z - z_0}{v_z}$$

Ecuaciones implícitas de la recta (como intersección de dos planos)

$$\begin{cases} A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0 \\ A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 = 0 \end{cases}$$

Vector director de la recta: $\vec{V} = (A_1, B_1, C_1) \times (A_2, B_2, C_2)$

Haz de planos que contienen a la recta: $\alpha(A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1) + \beta(A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2) = 0$

Ecuaciones del plano en el espacio

Si un plano pasa por el punto $P(x_0, y_0, z_0)$ y tiene la dirección de los vectores $\vec{U}(u_x, u_y, u_z)$ y $\vec{V}(v_x, v_y, v_z)$, tenemos:

Ecuación vectorial del plano

$$\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OP} + \lambda \cdot \vec{U} + \mu \cdot \vec{V} \quad \rightarrow \quad (x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + \lambda \cdot (u_x, u_y, u_z) + \mu \cdot (v_x, v_y, v_z)$$

Ecuaciones paramétricas del plano

$$\begin{cases} x = x_0 + \lambda \cdot u_x + \mu \cdot v_x \\ y = y_0 + \lambda \cdot u_y + \mu \cdot v_y \\ z = z_0 + \lambda \cdot u_z + \mu \cdot v_z \end{cases}$$

Ecuación general del plano

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & u_x & v_x \\ y - y_0 & u_y & v_y \\ z - z_0 & u_z & v_z \end{vmatrix} = 0 \rightarrow Ax + By + Cz + D = 0$$

Vector perpendicular (normal o característico) del plano: $\overrightarrow{V_\pi} = (A, B, C)$