# UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID PRUEBAS DE APTITUD PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (LOGSE)

Junio Septiembre

Curso 2003-2004
MATERIA: MATEMÁTICAS II

R1 R2

## INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El examen presenta dos opciones, A y B. El alumno deberá elegir UNA Y SOLO UNA de ellas, y resolver los cuatro ejercicios de que consta. No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

PUNTUACIÓN: La calificación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

Tiempo: 90 minutos

#### OPCIÓN A

## Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos.

a) (1 punto) Calcular el límite de la sucesión cuyo término general es  $\left(\frac{3n-1}{3n}\right)^{2n}$ 

b) (1 punto) Sean las funciones:  $F(x) = \int_1^x \sqrt{5 + e^{t^4}} dt$ ,  $g(x) = x^2$ . Calcular (F(g(x))'

## Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} (e^x - 1)/(x^2 - x) & \text{si } x \neq 0 \\ a & \text{si } x = 0, \end{cases}$$

- a) (1 punto) Determinar su dominio, y calcular los límites laterales cuando  $x \to 1$ .
- b) (1 punto) Estudiar su continuidad, y hallar el valor de a para el que f es continua en x = 0.

#### Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos

Discutir según los valores del parámetro  $\lambda$ , y resolver en los casos en que sea posible el sistema

$$\begin{cases} 6x + 4y + 2\lambda z &= 2\\ \lambda x + y - z &= 2\\ 5x + 3y + 3z &= 2\lambda \end{cases}$$

## Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos

Dado el plano

$$\pi: x + y + az + 1 = 0$$

y las rectas

$$r \equiv \left\{ egin{array}{ll} x=1 \ y=t \ z=t \end{array} 
ight. \qquad r' \equiv \left\{ egin{array}{ll} x=2 \ y=2t \ z=t \end{array} 
ight. \qquad r'' \equiv \left\{ egin{array}{ll} x=3 \ y=3t \ z=t \end{array} 
ight.$$

- a) Calcula el valor de a para que los puntos de corte del plano  $\pi$  con las rectas r, r' y r'' estén alineados. (1,5 puntos)
- b) Calcula las ecuaciones de la recta que pasa por esos tres puntos. (0,75 puntos)
- c) Calcula la distancia de dicha recta al origen. (0,75 puntos)

### OPCIÓN B

#### Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos

Se consideran las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - z + 1 = 0 \end{cases}$$
$$s \equiv \begin{cases} 2x - z + 2 = 0 \\ 2y - mz = 6 \end{cases}$$

a) Hallar el valor de m para que r y s sean paralelas.

b) Para el valor de m obtenido en el apartado anterior, determinar la ecuación del plano que contiene a las rectas r y s.

#### Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos

Calcular unas ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto P(3,-1,0) y corta perpendicularmente a la recta:

$$\begin{cases} x = 3 + 2\lambda \\ y = 4 + \lambda \\ z = 5 + 3\lambda \end{cases}$$

#### Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos

Se considera la función:

$$f(x) = \frac{1}{(1 + (\text{ sen } x)^2)}$$

Se pide:

a) (1 Punto) Calcular sus puntos críticos en el intervalo abierto  $(-\pi, \pi)$ .

b) (1 Punto) Calcular los extremos relativos y/o absolutos de la función f(x) en el intervalo cerrado  $[-\pi, \pi]$ .

c) (1 Punto) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f(x) en el punto  $(\pi/4, f(\pi/4))$ .

#### Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos

Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a:

$$\begin{cases} x + 3y - az = 4 \\ x + ay + z = 2 \\ x + 4y - 5z = 6. \end{cases}$$

Se pide:

a) (2 puntos) Discutir el sistema según los diferentes valores del parámetro a.

b) (1 punto) Resolver el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.

#### MATEMÁTICAS II

# CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

# OPCIÓN A

Ejercicio 1. Un punto cada apartado.

Ejercicio 2. Apartado a): 0,5 puntos el dominio, y 0,5 puntos los límites. Apartado b): 0,5 puntos el estudio de la continuidad, y 0,5 puntos el valor de a.

Ejercicio 3. Discusión del sistema: 1,5 puntos. Resolución en el caso compatible: 1,5 puntos.

Ejercicio 4. Apartado a): 1,5 puntos. Apartado b): 0,75 puntos. Apartado c): 0,75 puntos.

# OPCIÓN B

Ejercicio 1. 1 punto cada apartado.

Ejercicio 2. 1 punto planteamiento; 1 punto resolución.

Ejercicio 3. 1 punto cada apartado.

Ejercicio 4. 2 puntos apartado a); 1 punto apartado b).