



### INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

**INSTRUCCIONES:** El examen presenta dos opciones, A y B. El alumno deberá elegir **UNA Y SÓLO UNA** de ellas, y resolver los cuatro ejercicios de que consta. No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

**PUNTUACIÓN:** La calificación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

**Tiempo:** 90 minutos

#### OPCIÓN A

**Ejercicio 1. Calificación máxima:** 2 puntos.

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

- a) (1 punto) Determinar la matriz inversa de  $B$ .
- b) (1 punto) Determinar una matriz  $X$  tal que  $A = B \cdot X$ .

**Ejercicio 2. Calificación máxima:** 2 puntos.

- a) (1 punto) Si  $A$  es una matriz tal que  $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ , ¿cuál es el valor del determinante de  $A$ ?

- b) (1 punto) Calcular un número  $k$  tal que:

$$\left[ \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} - k \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3. Calificación máxima:** 3 puntos.

Sea el plano  $\pi \equiv x + 2y + 3z = 6$

- a) (1 punto) Hallar el punto simétrico del  $(0, 0, 0)$  respecto de  $\pi$ .
- b) (1 punto) Hallar el plano perpendicular a  $\pi$  que contiene al eje  $OZ$ .
- e) (1 punto) Hallar el volumen del tetraedro cuyos vértices son el origen y los puntos de intersección de  $\pi$  con los ejes coordenados.

**Ejercicio 4. Calificación máxima:** 3 puntos.

Sabiendo que una función  $f(x)$  tiene como derivada:

$$f'(x) = (x-4)^2(x^2 - 8x + 7)$$

- a) (1 punto) Hallar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ .
- b) (1 punto) Hallar los máximos y mínimos relativos de  $f$ .
- c) (1 punto) ¿Es el punto  $x = 4$  un punto de inflexión de  $f$ ? Justificar razonadamente la respuesta.

## OPCIÓN B

**Ejercicio 1. Calificación máxima:** 2 puntos.

- a) (1,5 puntos) Hallar el conjunto formado por los puntos del plano  $z = 0$  que distan 3 unidades del plano de ecuación  $2x - y + 2z = 4$ .
- b) (0,5 puntos) Describir dicho conjunto.

**Ejercicio 2. Calificación máxima:** 2 puntos.

En el plano  $\pi \equiv 2x - 2y + z = 2$  determina un tetraedro con los tres planos coordenados. Se pide:

- a) (0,5 puntos) Calcular la longitud de la altura del tetraedro que parte del origen.
- b) (0,5 puntos) Determinar las ecuaciones paramétricas de la recta que contiene a dicha altura.
- c) (1 punto) Calcular el área de la cara del tetraedro que está contenida en el plano  $\pi$ .

**Ejercicio 3. Calificación máxima:** 3 puntos.

Sea la función  $f(x) = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}$

- a) (1 punto) Hallar sus máximos y mínimos relativos y sus asíntotas.
- b) (1 punto) Dibujar la gráfica de la función, utilizando la información obtenida en el apartado anterior, teniendo en cuenta, además, que  $f$  tiene exactamente tres puntos de inflexión cuyas abscisas son  $x_1 = \frac{-1-\sqrt{3}}{2}$ ,  $x_2 = -\frac{1}{2}$ ,  $x_3 = \frac{-1+\sqrt{3}}{2}$  respectivamente.
- c) (1 punto) Calcular el área del recinto limitado por la gráfica de la función  $f$ , el eje  $OX$ , la recta  $x = 0$ , y la recta  $x = 2$ .

**Ejercicio 4. Calificación máxima:** 3 puntos.

- a) (2 puntos) Discutir según los valores del parámetro real  $\lambda$  el sistema

$$\begin{cases} \lambda x + 3y + z = \lambda \\ x + \lambda y + \lambda z = 1 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

- b) (1 punto) Resolver el sistema anterior en el caso  $\lambda = 2$ .

**CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN**

CURSO 2003/2004

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.** Apartado a): 1 punto. Apartado b): 0,5 puntos planteamiento, 0,5 puntos resolución.

**Ejercicio 2.** Apartado a): 1 punto. Apartado b): 1 punto.

**Ejercicio 3.** Apartado a): 0,5 puntos planteamiento, 0,5 puntos resolución. Apartado b): 0,5 puntos planteamiento, 0,5 puntos resolución. Apartado e): 0,5 puntos planteamiento, 0,5 puntos resolución.

**Ejercicio 4.** Apartado a): 1 punto. Apartado b) 1 punto. Apartado e): 1 punto.

**OPCIÓN B**

**Ejercicio 1.** Apartado a) : 1 punto planteamiento, 0,5 puntos resolución. Apartado b): 0,5 puntos.

**Ejercicio 2.** Apartado a): 0,5 puntos. Apartado b): 0,5 puntos. Apartado e): 1 punto.

**Ejercicio 3.** Apartado a): 0,5 puntos por los máximos y mínimos, 0,5 puntos por las asíntotas. Apartado b): 1 punto. Apartado e): 0,5 puntos planteamiento, 0,5 puntos resolución.

**Ejercicio 4.** Apartado a): 1 punto por el cálculo correcto de los rangos, 1 punto por la discusión. Apartado b): 1 punto.