UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO
Curso **2015-2016**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**.
Calificación: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos; las preguntas 3ª y 4ª sobre 2 puntos.
Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(1-x)}{1-x} & \text{si} \quad x < 0 \\ xe^{-x} & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$, donde ln denota el logaritmo neperiano, se pide:

a) (1 punto) Estudiar la continuidad de f y calcular $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

b) (0.5 puntos) Calcular la recta tangente a la curva $y = f(x)$, en $x = 2$.

c) (1.5 puntos) Calcular $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

a) (1.5 puntos) Despeje X en la ecuación matricial $X\,(CD)^{-1} = A + X\left(D^{-1}C^{-1} - B\right)$, siendo A, B, C, D matrices cuadradas invertibles. Exprese X de la forma más simple posible.

b) (1.5 puntos) Para $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ determine la matriz Y tal que $YB = A$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dados los planos $\pi_1 \equiv ax + y - z + 1 = 0$ y $\pi_2 \equiv x + ay + z - 2 = 0$, determine, en caso de que existan, el valor o posibles valores del parámetro a, para cada uno de los siguientes supuestos:

a) (0.5 puntos) Que π_1 y π_2 sean paralelos.

b) (0.5 puntos) Que π_1 y π_2 sean perpendiculares.

c) (1 punto) Que la recta intersección de π_1 y π_2 sea perpendicular al plano $x = y$.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dado el punto $P(2, 1, -1)$, determine el punto simétrico de P respecto al plano que pasa por los puntos $A(0, 2, -1)$, $B(1, -3, 0)$ y $C(2, 1, 1)$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} 3x & + & y & + & mz & = & 1 \\ x & - & y & + & 2z & = & -2 \\ 5x & + & (m+1)y & + & 2z & = & 4, \end{array}\right.$$

se pide:

a) (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro m.

b) (0.5 puntos) Resolverlo en el caso $m = 0$.

c) (0.5 puntos) Resolverlo en el caso $m = 2$.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.

Se consideran los puntos $A(0,5,3)$, $B(0,6,4)$, $C(2,4,2)$ y $D(2,3,1)$ y se pide:

a) (1 punto) Comprobar que los cuatro puntos son coplanarios y que el polígono $ABCD$ es un paralelogramo.

b) (1 punto) Calcular el área de dicho paralelogramo.

c) (1 punto) Determinar el lugar geométrico de los puntos P cuya proyección sobre el plano $ABCD$ es el punto medio del paralelogramo.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.

a) (1 punto) Determine el polinomio $f(x)$, sabiendo que $f'''(x) = 12$, para todo $x \in \mathbb{R}$ y además verifica: $f(1) = 3\,;\quad f'(1) = 1\,;\quad f''(1) = 4$.

b) (1 punto) Determine el polinomio $g(x)$, sabiendo que $g''(x) = 6$, para todo $x \in \mathbb{R}$ y que además verifica:

$$\int_0^1 g(x)\,dx = 5, \qquad \int_0^2 g(x)\,dx = 14.$$

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.

Estudie la continuidad y la derivabilidad en $x = 0$ y en $x = 1$ de $f(x) = \left\{\begin{array}{ll} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ |x \ln x| & \text{si } x > 0 \end{array}\right.$, donde ln denota el logaritmo neperiano.