

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO
Curso 2015-2016
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**
Calificación: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos; las preguntas 3ª y 4ª sobre 2 puntos.
Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función $f(x) = (6 - x)e^{x/3}$, se pide:

- (1 punto) Determinar su dominio, asíntotas y cortes con los ejes.
- (1 punto) Calcular su derivada, intervalos de crecimiento y decrecimiento y extremos relativos.
- (1 punto) Determinar el área del triángulo que forman los ejes coordenados con la tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto $x = 0$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} x - 2z - 1 & = 0 \\ x + y + z - 4 & = 0 \end{cases}$ y $s \equiv \{(2 + \lambda, 1 - 3\lambda, \lambda); \lambda \in \mathbb{R}\}$, se pide:

- (1 punto) Obtener la recta que pasa por el punto $P(1, 0, 5)$ y corta perpendicularmente a r .
- (1 punto) Obtener el plano que contiene a la recta r y es paralelo a s .
- (1 punto) Hallar la distancia entre las rectas r y s .

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

- (1 punto) Determine, si es posible, los parámetros α y β de modo que se verifique la igualdad:

$$\alpha \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 3 & -8 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}.$$

- (1 punto) Determine los posibles valores de λ para que el rango de la matriz A sea 2, donde

$$A = \lambda \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Cierta fundación ha destinado 247000 euros para la dotación de 115 becas de estudios. El importe de cada beca es de 3000 euros, si el estudiante cursa un grado universitario; de 2000 euros, si cursa formación profesional y de 1500 euros, si realiza estudios de postgrado. Sabiendo que la fundación ha concedido doble número de becas de formación profesional que de postgrado, ¿cuántas becas ha concedido a cada nivel de estudios?

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\begin{cases} 2x + (a-1)y - 2z = a \\ 2x + y - az = 2 \\ -x + y + z = 1-a, \end{cases}$$

se pide:

- (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro a .
- (1 punto) Resolverlo cuando sea posible.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5-x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{5+x} & \text{si } x > 0, \end{cases}$$

se pide:

- (1 punto) Estudiar la continuidad de f y determinar sus asíntotas.
- (1 punto) Estudiar la derivabilidad de f y calcular $f'(x)$ donde sea posible.
- (1 punto) Calcular $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Sea π el plano que contiene a los puntos $A(0, 2, 1)$, $B(1, 0, 1)$ y $C(-1, -2, -1)$. Calcule el volumen del tetraedro que forma el origen de coordenadas con los puntos de intersección de π con cada uno de los ejes coordenados.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dado el plano $\pi \equiv 3x + 3y + z - 9 = 0$, se pide:

- (1 punto) Determinar la ecuación del plano perpendicular a π que contiene al eje OX .
- (1 punto) Determinar el punto del plano π más cercano al origen de coordenadas.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

OPCIÓN A

Ejercicio 1.

- a) Justificar el dominio: 0.25 puntos. Encontrar la asíntota horizontal: 0.5 puntos (repartidos en planteamiento: 0.25, resolución: 0.25). Determinar los puntos de corte con los ejes: 0.25 puntos.
- b) Calcular la derivada: 0.25 puntos. Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento: 0.5 puntos (repartidos en planteamiento: 0.25, resolución: 0.25). Determinar el máximo relativo: 0.25 puntos.
- c) Calcular la recta tangente: 0.5 puntos (repartidos en planteamiento: 0.25, resolución: 0.25). Obtener el área del triángulo 0.5 puntos (repartidos en planteamiento: 0.25, resolución: 0.25).

Ejercicio 2.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- c) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

Ejercicio 3.

- a) Procedimiento: 0.5 puntos. Cálculos: 0.5 puntos.
- b) Procedimiento: 0.5 puntos. Cálculos: 0.5 puntos.

Ejercicio 4. Plantear correctamente el sistema: 1 punto. Resolverlo: 0.75 puntos. Interpretar la solución: 0.25 puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.

- a) Obtener correctamente los valores críticos ($a = -1$, $a = 2$): 0.5 puntos (repartidos en planteamiento: 0.25, resolución: 0.25). Discutir correctamente cada caso ($[a = -1]$, $[a = 2]$, $[a \neq -1, 2]$): 0.5 puntos (repartidos en planteamiento: 0.25, resolución: 0.25).
- b) Resolver cada sistema: 0.5 puntos (repartidos en procedimiento: 0.25, cálculos: 0.25).

Ejercicio 2.

- a) Justificar la continuidad en $x \neq 0$: 0.25 puntos. Continuidad en $x = 0$: 0.25 puntos. Justificar que solamente hay una asíntota: 0.25. Obtenerla: 0.25 puntos.
- b) Calcular la derivada en $x \neq 0$: 0.5 puntos. Demostrar que f no es derivable en $x = 0$: 0.5 puntos.
- c) Saber qué integrales hay que calcular: 0.25 puntos. Cada primitiva: 0.25 puntos. Aplicar la regla de Barrow: 0.25 puntos. Si se usa la paridad para hacer sólo una integral, se calificará con 0.5 puntos este planteamiento, con 0.25 la primitiva y con 0.25 la regla de Barrow.

Ejercicio 3.

Hallar el plano π : 0.5 puntos. Obtener el volumen de tetraedro: 1.5 puntos (repartidos en planteamiento: 0.75, resolución: 0.75).

Ejercicio 4.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.