OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.
Dada las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}\alpha & \beta & \gamma\\ \gamma & 0 & \alpha\\ 1 & \beta & \gamma\end{pmatrix},\quad X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1\\ 0\\ 1\end{pmatrix},\quad O=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 0\end{pmatrix},$$

se pide:

a) (1,5 puntos) Calcula α, β, γ para que $\begin{pmatrix}1\\ 2\\ 3\end{pmatrix}$ sea solución del sistema $AX = B$.

b) (1 punto) Si $\beta = \gamma = 1$ ¿Qué condición o condiciones debe cumplir α para que el sistema lineal homogéneo $AX = O$ sea compatible determinado?

c) (0,5 puntos) Si $\alpha = -1$, $\beta = 1$ y $\gamma = 0$, resuelve el sistema $AX = B$.

a)

$$\begin{cases}\alpha x+\beta y+\gamma\ z=1\\ \gamma\ x+\alpha\ z=0\\ x+\beta\ y+\gamma\ z=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\alpha\cdot 1+\beta\cdot 2+\gamma\ 3=1\\ \gamma\cdot 1+\alpha\cdot 3=0\\ 1+\beta\cdot 2+\gamma\cdot 3=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\alpha+2\beta+3\gamma=1\\ 3\alpha+\gamma=0\\ 2\beta+3\gamma=0\end{cases}\Rightarrow |A|=\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 3 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 3\end{vmatrix}=18-2-18=-2\neq 0$$

$$Compatible\ Deter\min ado\Rightarrow\left(\begin{array}{ccc|c}1 & 2 & 3 & 1\\ 3 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 2 & 3 & 0\end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c}1 & 2 & 3 & 1\\ 0 & -6 & -8 & -3\\ 0 & 2 & 3 & 0\end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c}1 & 2 & 3 & 1\\ 0 & 0 & 1 & -3\\ 0 & 2 & 3 & 0\end{array}\right)\Rightarrow\gamma=-3\Rightarrow$$

$$2\beta+3\cdot(-3)=0\Rightarrow 2\beta=9\Rightarrow\beta=\frac{9}{2}\Rightarrow\alpha+2\cdot\frac{9}{2}+3\cdot(-3)=1\Rightarrow\alpha+9-9=1\Rightarrow\alpha=1\Rightarrow$$

$$Solución\Rightarrow(\alpha\ ,\ \beta\ ,\ \gamma)=\left(1\ ,\ \frac{9}{2}\ ,\ 9\right)$$

b) Para ser compatible determinado el determinante de los coeficientes no puede ser nulo, si es nulo el sistema es compatible indeterminado

$$\begin{cases}\alpha x+y+z=0\\ x+\alpha\ z=0\\ x+y+z=0\end{cases}\Rightarrow\Rightarrow |A|=\begin{vmatrix}\alpha & 1 & 1\\ 1 & 0 & \alpha\\ 1 & 1 & 1\end{vmatrix}=\alpha+1-\alpha^2-1=\alpha-\alpha^2\Rightarrow Si\ |A|=0\Rightarrow\alpha\ (1-\alpha)=0\Rightarrow\begin{cases}\alpha=0\\ \alpha=1\end{cases}$$

$$\forall\alpha\in\Re-\{1\ ,\ 0\}\Rightarrow |A|\neq 0\Rightarrow rang\ (A)=3=Número\ de\ incógnitas\Rightarrow Sistema\ Compatible\ Deter\min ado$$

$c)$

$$\begin{cases}-x+y=1\\ -z=0\\ x+y=1\end{cases}\Rightarrow |A|=\begin{vmatrix}-1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ 1 & 1 & 0\end{vmatrix}=-1-1=-2\neq 0\Rightarrow Sistema\ Compatible\ Deter\min ado\Rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}-1 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 1 & 1 & 0 & 1\end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c}-1 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 2 & 0 & 2\end{array}\right)\Rightarrow -z=0\Rightarrow z=0\Rightarrow 2y=2\Rightarrow y=1\Rightarrow -x+1=1\Rightarrow x=0$$

$$Solución\Rightarrow(x\ ,\ y\ ,\ z)=(0\ ,\ 1\ ,\ 0)$$

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 3 puntos.

Dados el punto $P(1,0,1)$, el plano $\pi \equiv x+5y-6z=1$, y la recta $r \equiv \begin{cases} x=0, \\ z=0, \end{cases}$ se pide:

a) (1 punto) Calcular el punto P' simétrico a P respecto de π.

b) (1 punto) Hallar la distancia de P a r.

c) (1 punto) Calcular el volumen del tetraedro formado por el origen de coordenadas $O(0,0,0)$ y las intersecciones de π con los ejes coordenados OX, OY y OZ.

a) Calcularemos una recta **r** que contenga **P** y que sea perpendicular al plano π , y, por ello los vectores directores de plano y recta son coincidentes. Después hallaremos el punto de corte del plano con la recta **r** que nos da el punto **Q**, punto medio entre P y P'

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_r} = \overrightarrow{v_\pi} = (1,5,-6) \\ P(1,0,1) \end{cases} \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x = 1+\lambda \\ y = 5\lambda \\ z = 1-6\lambda \end{cases} \Rightarrow \textit{Punto de corte Q con el plano } \pi \Rightarrow$$

$$(1+\lambda)+5\cdot 5\lambda-6\cdot(1-6\lambda)=1 \Rightarrow 1+\lambda+25\lambda-6+36\lambda-1=0 \Rightarrow 62\lambda-6=0 \Rightarrow 62\lambda=6 \Rightarrow$$

$$\lambda=\frac{6}{62}=\frac{3}{31} \Rightarrow Q\begin{cases} x=1+\frac{3}{31} \\ y=5\cdot\frac{3}{31} \\ z=1-6\cdot\frac{3}{31} \end{cases} \Rightarrow Q\left(\frac{34}{31},\frac{15}{31},\frac{13}{31}\right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{34}{31}=\frac{1+x_{P'}}{2} \Rightarrow 31+31x_{P'}=68 \Rightarrow 31x_{P'}=27 \\ \frac{15}{31}=\frac{0+y_{P'}}{2} \Rightarrow 31y_{P'}=30 \\ \frac{13}{31}=\frac{1+z_{P'}}{2} \Rightarrow 31+31z_{P'}=26 \Rightarrow 31z_{P'}=-5 \end{cases}$$

$$P'\left(\frac{27}{31},\frac{30}{31},-\frac{5}{31}\right)$$

b) Hallaremos un plano β que contenga a P y sea perpendicular a la recta **r**, la intersección de esta con el plano es el punto **H** y la distancia pedida el módulo del vector **PH**. El vector de la recta y el vector **PG**, donde **G** es el punto genérico del plano son perpendiculares y su producto escalar nulo y la ecuación que queremos hallas del plano.

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_r}=(0,1,0) \\ \overrightarrow{PG}=(x,y,z)-(1,0,1)=(x-1,y,z-1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_r} \perp \overrightarrow{PG} \Rightarrow \overrightarrow{v_r}\cdot\overrightarrow{PG}=0 \Rightarrow (0,1,0)\cdot(x-1,y,z-1)=0$$

$$\beta \equiv y=0 \Rightarrow$$

$$r \equiv \begin{cases} x=0 \\ y=\mu \Rightarrow \mu=0 \Rightarrow H \\ z=0 \end{cases} \begin{cases} x=0 \\ y=0 \Rightarrow \overrightarrow{PH}=(0,0,0)-(1,0,1)=(-1,0,-1)\equiv(1,0,1) \\ z=0 \end{cases}$$

$$d(P,r)=\left|\overrightarrow{PH}\right|=\sqrt{1^2+0^2+1^2}=\sqrt{2}$$

Continuación del Ejercicio 2 de la opción A

c)

$$Inter\sec ción\ con\ OX \Rightarrow OX \equiv \begin{cases} x = \gamma \\ y = 0 \Rightarrow \gamma + 5\cdot 0 - 6\cdot 0 = 1 \Rightarrow \lambda = 1 \Rightarrow \\ z = 0 \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \Rightarrow A(1\,,0\,,0) \\ z = 0 \end{cases}$$

$$Inter\sec ción\ con\ OY \Rightarrow OY \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = \varpi \Rightarrow 0 + 5\varpi - 6\cdot 0 = 1 \Rightarrow 5\varpi = 1 \Rightarrow \\ z = 0 \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{1}{5} \Rightarrow B\left(0\,,\frac{1}{5}\,,0\right) \\ z = 0 \end{cases}$$

$$Inter\sec ción\ con\ OZ \Rightarrow OZ \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \Rightarrow 0 + 5\cdot 0 - 6\cdot \vartheta = 1 \Rightarrow -6\vartheta = 1 \Rightarrow \\ z = \vartheta \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ y = \quad \Rightarrow C\left(0\,,0\,,-\frac{1}{6}\right) \\ z = -\frac{1}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{OA} = (1\,,0\,,0) - (0\,,0\,,0) = (1\,,0\,,0) \\ \overrightarrow{OB} = \left(0\,,\frac{1}{5}\,,0\right) - (0\,,0\,,0) = \left(0\,,\frac{1}{5}\,,0\right) \\ \overrightarrow{OB} = \left(0\,,0\,,-\frac{1}{6}\right) - (0\,,0\,,0) = \left(0\,,0\,,-\frac{1}{6}\right) \end{cases}$$

$$V = \frac{1}{6}\cdot\left\|\left|\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}\right|\cdot\overrightarrow{OC}\right| \Rightarrow \left|\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}\right|\cdot\overrightarrow{OC} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{6} \end{vmatrix} = -\frac{1}{30} \Rightarrow \left\|\left|\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}\right|\cdot\overrightarrow{OC}\right| = \frac{1}{30} \Rightarrow$$

$$V = \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{30} = \frac{1}{180}\,u^3$$

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2 puntos.

a) (1 punto) Sea $f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ una función dos veces derivable. Sabiendo que el punto de abscisa $x = -2$ es un punto de inflexión de la gráfica de $f(x)$ y que la recta de ecuación $y = 16x + 16$ es tangente a la gráfica de $f(x)$ en dicho punto, determinar:

$$f(-2), \quad f'(-2) \quad \text{y} \quad f''(-2).$$

b) (1 punto) Determinar el área de la región acotada limitada por la gráfica de la función $g(x) = x^4 + 4x^3$ y el eje OX.

$a)$

$f(-2) = 16\cdot(-2) + 16 = -32 + 16 = -16 \Rightarrow$ *Punto que se cumple con la recta* tan *gente*

$f'(-2) = 16 \Rightarrow$ *Pendiente de la recta* tan *gente*

$f''(-2) = 0 \Rightarrow$ *Punto de* inf *lexión*

Continuación del Ejercicio 3 de la Opción A

$b)$

$$Puntos\ de\ corte\ con\ OX \Rightarrow g(x)=0 \Rightarrow x^4+4x^3=0 \Rightarrow (x+4)x^3=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x+4=0 \Rightarrow x=-4 \end{cases}$$

$$-4<-2<0 \Rightarrow (-2)^4+4\cdot(-2)^3=16+4\cdot(-8)=16-32=-16<0 \Rightarrow$$

$$A=\left|\int_{-4}^{0}\left(x^4+4x^3\right)dx\right|=\int_{0}^{-4}\left(x^4+4x^3\right)dx=\frac{1}{5}\cdot\left[x^5\right]_0^{-4}+4\cdot\frac{1}{4}\cdot\left[x^4\right]_0^{-4}=\frac{1}{5}\cdot\left[(-4)^5-0^5\right]+\left[(-4)^4-0^4\right]$$

$$A=\frac{1}{5}\cdot(-1024)+256=\frac{1280-1024}{5}=\frac{256}{5}\,u^2$$

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2 puntos.

Calcular justificadamente:

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-2x-e^x+\operatorname{sen}(3x)}{x^2}$. b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(5x^2+2)(x-6)}{(x^2-1)(2x-1)}$.

$a)$

$$y=\lim_{x\to 0}\frac{1-2x-e^x+sen\,(3x)}{x^2}=\frac{1-2\cdot 0-e^0+sen\,(3\cdot 0)}{0^2}=\frac{1-0-1+0}{0}=\frac{0}{0}=\xrightarrow{Utilizando\ L\acute{}Hopital}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{0-2-e^x+3\cdot\cos\,(3x)}{2x}=\frac{-2-e^0+3\cdot\cos\,(0)}{2\cdot 0}=\frac{-2-1+3\cdot\cos\,(0)}{0}=\frac{-2-1+3\cdot 1}{0}=\frac{0}{0}=$$

$$=\xrightarrow{Utilizando\ L\acute{}Hopital}=\lim_{x\to 0}\frac{-0-e^x+3\cdot 3\cdot\left[-sen\,(3x)\right]}{2}=\lim_{x\to 0}\frac{-e^x-9\cdot sen\,(3x)}{2}=\frac{-e^0-9\cdot sen\,(3\cdot 0)}{2}=$$

$$=\frac{-1-9\cdot sen\,(0)}{2}=\frac{-1-9\cdot 0}{2}=-\frac{1}{2}$$

$b)$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(5x^2+2)(x-6)}{(x^2-1)(2x-1)}=\frac{\infty}{\infty}=\xrightarrow{Utilizando\ L\acute{}Hopital}=\lim_{x\to\infty}\frac{10x\,(x-6)+(5x^2+2)}{2x\,(2x-1)+2\,(x^2-1)}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{10x^2-60x\,/+5x^2+2}{4x^2-2x\,/+2x^2-2}=\lim_{x\to\infty}\frac{15x^2-60x+2}{6x^2-2x-2}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{15\frac{x^2}{x^2}-60\frac{x}{x^2}+\frac{2}{x^2}}{6\frac{x^2}{x^2}-2\frac{x}{x^2}-\frac{2}{x^2}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{15-\frac{60}{x}+\frac{2}{x^2}}{6-\frac{2}{x}-\frac{2}{x^2}}=\frac{15-\frac{60}{\infty}+\frac{2}{\infty}}{6-\frac{2}{\infty}-\frac{2}{\infty}}=\frac{15-0+0}{6-0-0}=\frac{15}{6}=\frac{5}{2}$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 3 puntos.

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} a + \ln(1-x), & \text{si } x < 0, \\ x^2 e^{-x}, & \text{si } x \geq 0, \end{cases}$$

(donde ln denota logaritmo neperiano) se pide:

a) (1 punto) Calcular $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

b) (1 punto) Calcular el valor de a, para que $f(x)$ sea continua en todo $\mathbf{R}$.

c) (1 punto) Estudiar la derivabilidad de f y calcular f', donde sea posible.

a)

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} x^2 e^{-x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{e^x} = \frac{\infty}{\infty} = \xrightarrow{\text{Utilizando L'Hopital}} = \lim_{x\to\infty} \frac{2x}{e^x} = \frac{\infty}{\infty} = \xrightarrow{\text{Utilizando L'Hopital}} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{2}{e^x} = \frac{2}{\infty} = 0$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = a + \ln(1-x) = \ln[1-(-\infty)] = \ln(1+\infty) = \infty$$

b)

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = a + \ln(1-0) = a + \ln 1 = a + 0 = a \\ f(0) = \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 0^2 e^{-0} = 0 \cdot 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow f(0) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^-} f(x) \Rightarrow a = 0$$

c)

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{1-x} \cdot (-1) & si \quad x < 0 \\ 2x \cdot e^{-x} - x^2 e^{-x} & si \quad x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^-} f'(x) = \dfrac{-1}{1-0} = \dfrac{-1}{1} = -1 \\ \lim\limits_{x\to 0^+} f'(x) = 0 \cdot e^{-0}(2-0) = 0 \cdot 1 \cdot 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\lim_{x\to 0^-} f'(x) = -1 \neq \lim_{x\to 0^+} f'(x) = 0 \Rightarrow No\ es\ derivable\ en\ x = 0 \Rightarrow$$

$$f'(x) = \begin{cases} -\dfrac{1}{1-x} & si \quad x < 0 \\ x \cdot e^{-x}(2-x) & si \quad x > 0 \end{cases}$$

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 3 puntos.

Dados el plano $\pi \equiv 2x - y = 2$, y la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1, \\ y - 2z = 2, \end{cases}$ se pide:

a) (1 punto) Estudiar la posición relativa de r y π.
b) (1 punto) Determinar el plano que contiene a r y es perpendicular a π.
c) (1 punto) Determinar la recta que pasa por $A(-2, 1, 0)$, corta a r, y es paralela a π.

a) Un plano y una recta pueden ser paralelos, pertenecer la recta al plano o cortarse en un punto. Son paralelas o la recta está contenida en el plano cuando los vectores directores, de ambos, son perpendiculares y su producto escalar es nulo, de no ser así se cortan en un punto.

$$y = 2 + 2z \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 2\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_r} = (0, 2, 1) \\ \overrightarrow{v_\pi} = (2, 0, -1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_r} \cdot \overrightarrow{v_\pi} = (0, 2, 1)\cdot(2, 0, -1) = 0 \cdot 2 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot (-1) = -1 \neq 0 \Rightarrow Se\ cor\text{tan}\ en\ un\ punto$$

b) El plano α queda determinado por el vector director de la recta, el vector director del plano π y el vector **RG**, siendo **R** un punto cualquiera de la recta (tomamos el indicado en la ecuación paramétrica) y **G** el punto genérico del plano. Los tres vectores son coplanarios y el determinante de la matriz que forman es nulo y la ecuación del plano pedido.

$$Si\ R(1, 2, 0) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{v_r} = (0, 2, 1) \\ \overrightarrow{v_r} = (2, 0, -1) \\ \overrightarrow{RG} = (x, y, z) - (1, 2, 0) = (x-1, y-2, z) \end{cases} \Rightarrow \alpha \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$-2(x-1) + 2(y-2) - 4z = 0 \Rightarrow (x-1) - (y-2) + 2z = 0 \Rightarrow \alpha \equiv x - y + 2z + 1 = 0$$

c) El vector director de la recta s es **AH**, en donde **H** es el punto genérico de la recta **r,** es perpendicular al vector director del plano y, por ello, su producto escalar es nulo, con el valor que nos da tendremos el punto Q que nos determina el valor, de nuevo, del vector director de la recta AQ

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = (1, 2+2\lambda, \lambda) - (-2, 1, 0) = (3, 1+2\lambda, \lambda) \\ \overrightarrow{v_\pi} = (2, 0, -1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{v_\pi} \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{v_\pi} = 0 \Rightarrow$$

$$(2, 0, -1)\cdot(3, 1+2\lambda, \lambda) = 0 \Rightarrow 6 - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 6 \Rightarrow \overrightarrow{AQ} = (3, 1 + 2 \cdot 6, 6) = (3, 13, 6) \Rightarrow$$

$$s \equiv \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{13} = \frac{z}{6}$$

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2 puntos.

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & a \\ -3 & 2 & a \\ 0 & a & -1 \end{pmatrix},$$

se pide:

a) (1 punto) Hallar el valor o valores de a para que la matriz A tenga inversa.

b) (1 punto) Calcular la matriz inversa A^{-1} de A, en el caso $a = 2$.

a) Si una matriz tiene inversa su determinante no es nulo

$$|A| = \begin{vmatrix} -1 & -1 & a \\ -3 & 2 & a \\ 0 & a & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -1 & a \\ 0 & 5 & -2a \\ 0 & a & -1 \end{vmatrix} = (-1)\cdot(-1)\cdot\begin{vmatrix} 5 & 2a \\ a & 1 \end{vmatrix} = 5 - 2a^2 \Rightarrow Si\ |A| = 0 \Rightarrow 5 - 2a^2 = 0 \Rightarrow$$

$$2a^2 = 5 \Rightarrow a^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow a = \pm\sqrt{\frac{5}{2}} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{10}}{2} \\ -\frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases} \Rightarrow \forall a \in \Re - \left\{-\frac{\sqrt{10}}{2}, \frac{\sqrt{10}}{2}\right\} \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow Existe\ A^{-1}$$

$b)$

$$Con\ a = 2 \Rightarrow |A| = 5 - 2\cdot 2^2 = 5 - 8 = -3 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|}\cdot adj\ A^t \Rightarrow A^t = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$adj\ A^t = \begin{pmatrix} -6 & 3 & -6 \\ -3 & 1 & -4 \\ -6 & 2 & -5 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{(-3)}\cdot\begin{pmatrix} -6 & 3 & -6 \\ -3 & 1 & -4 \\ -6 & 2 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} \\ 2 & -\frac{2}{3} & \frac{5}{3} \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4 . **Calificación máxima:** 2 puntos.

Por la compra de cinco cuadernos, dos rotuladores y tres bolígrafos se han pagado veintidós euros. Si se compran dos cuadernos, un rotulador y seis bolígrafos, el coste es de catorce euros. Se pide:

a) (1 punto) Expresar, en función del precio de un bolígrafo, lo que costaría un cuaderno y lo que costaría un rotulador.

b) (1 punto) Calcular lo que deberíamos pagar si adquirimos ocho cuadernos y tres rotuladores.

a)

$$\begin{cases} 5C+2R+3B=22 \\ 2C+R+6B=14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5C+2R=22-3B \\ 2C+R=14-6B \end{cases} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 5-4=1 \neq 0 \Rightarrow Sist.\ Compatible\ Determ.$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 5 & 2 & 22-3B \\ 2 & 1 & 14-6B \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & -6+9B \\ 2 & 1 & 14-6B \end{array}\right) \Rightarrow C=-6+9B \Rightarrow 2\cdot(9B-6)+R=14-6B \Rightarrow 18B-12+R=14-6B$$

$$R=26-24B \Rightarrow Solución \Rightarrow (C\ ,\ R)=(9B-6\ ,\ 26-24B)$$

b)

$$8C+3R=8\cdot(9B-6)+3\cdot(26-24B)=72B-48+78-72B=30\ €$$