

TEMA 2 – ARITMÉTICA MERCANTIL

2.1 – AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES

En un aumento o disminución porcentual, el número por el que hay que multiplicar la cantidad inicial para obtener la cantidad final se llama **índice de variación**.

En un **aumento porcentual** del r%, el índice de variación es $1 + \frac{r}{100}$

En una **disminución porcentual** del r%, el índice de variación es $1 - \frac{r}{100}$

Para calcular el **valor final**, en un aumento o en una disminución porcentual, se halla el índice de variación y se multiplica por la cantidad inicial. $C_F = C_I \cdot IV$

Para **encadenar aumentos y disminuciones porcentuales**, se calculan los índices de variación correspondientes a los distintos pasos y se multiplican, Se obtiene, así, el índice de variación global.

2.2 – TASAS Y NÚMEROS ÍNDICES

TASAS

La tasa de natalidad es un indicador social. En toda tasa se da la cantidad que interesa en relación a una cantidad de referencia.

Ejemplos:

- Tasa de natalidad: $21,64 \text{ ‰} \Rightarrow$ Nacen 21,64 bebés por cada 1000 habitantes.
- Tasa de paro: $12 \% \Rightarrow$ 12 parados por cada 100 personas en edad laboral.
- Tasa de alcoholemia: $0,15 \Rightarrow 0,15 \text{ cm}^3$ de alcohol por litro de sangre.

NÚMEROS ÍNDICES

El **índice de las bolsas** refleja el valor global de las empresas que se cotizan en ellas. El valor del índice en cada momento se obtiene mediante cálculos muy complejos en los que se valoran las cotizaciones de las acciones y la cantidad que se comercializa de cada una.

Más que su valor concreto, se puede prestar atención a su variación porcentual respecto a una fecha anterior: *El IBEX 35 ha subido un 0,80 % durante esta semana.*

Especialmente importante es el **índice de precios al consumo** (IPC). No tiene, en cada momento, un valor determinado, sino que se evalúa en referencia al año (o al mes) anterior: *El IPC ha subido en mayo un 0,28 %, con lo que acumula un crecimiento anual del 3,56 %.*

Para calcular la variación mensual del IPC, se tiene en cuenta la variación del precio de cada uno de los bienes de consumo y la cantidad invertida en el mismo durante ese mes.

2.3 – INTERESES BANCARIOS

Al acudir a un banco lo hacemos principalmente por dos motivos.

- **Ahorrar dinero.** Dejamos un deposito en el banco y el banco negocia con nuestro dinero y nos **paga unos intereses**.
- **Pedir un préstamos:** El banco nos presta dinero y nos **cobra unos intereses** (Debemos devolver más que lo que pedimos)

PAGO ANUAL DE INTERESES

El tanto por ciento anual que paga un banco por depositar en él un dinero se llama **rédito**

Si un banco paga el $r\%$ anual, un capital C durante un año se transforma en $C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)$. Como cada año el capital se multiplica por $\left(1 + \frac{r}{100}\right)$, al cabo de n años se transforma en $C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$

$$C \xrightarrow{\text{n años al } r\% \text{ anual}} C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

Frecuentemente, el banco no tarda un año en abonar los intereses, sino que lo hace en intervalos de tiempo distintos (trimestres, meses...) El tiempo que el banco deja transcurrir para que un capital produzca intereses se llama **periodo de capitalización**.

PAGO MENSUAL DE INTERESES

Un $r\%$ anual significa un $r/12\%$ mensual. Si un capital C se deposita en un banco al $r\%$ anual con pago mensual de intereses (periodo de capitalización de un mes), cada mes se multiplica por

$1 + \frac{r/12}{100} = 1 + \frac{r}{1200}$ y, por tanto al cabo de n meses se habrá transformado en $C \cdot \left(1 + \frac{r}{1200}\right)^n$

$$C \xrightarrow{\text{n meses al } r\% \text{ anual}} C \cdot \left(1 + \frac{r}{1200}\right)^n$$

PAGO TRIMESTRAL DE INTERESES

Un $r\%$ anual significa un $r/4\%$ trimestral. Si un capital C se deposita en un banco al $r\%$ anual con pago trimestral de intereses (periodo de capitalización de un trimestre), cada trimestre se multiplica

por $1 + \frac{r/4}{100} = 1 + \frac{r}{400}$ y, por tanto al cabo de n trimestres se habrá transformado en $C \cdot \left(1 + \frac{r}{400}\right)^n$

$$C \xrightarrow{\text{n trimestres al } r\% \text{ anual}} C \cdot \left(1 + \frac{r}{400}\right)^n$$

PAGO SEMESTRAL DE INTERESES

Un r% anual significa un r/2 % semestral. Si un capital C se deposita en un banco al r% anual con pago semestral de intereses (periodo de capitalización de un semestre), cada semestre se multiplica por $1 + \frac{r/2}{100} = 1 + \frac{r}{200}$ y, por tanto al cabo de n semestres se habrá transformado en $C \cdot \left(1 + \frac{r}{200}\right)^n$

$$C \xrightarrow{\text{n semestres al r\% anual}} C \cdot \left(1 + \frac{r}{200}\right)^n$$

PAGO DIARIO DE INTERESES

Un r% anual significa un r/365 % diario. Si un capital C se deposita en un banco al r% anual con pago diario de intereses (periodo de capitalización de un día), cada día se multiplica por $1 + \frac{r/365}{100} = 1 + \frac{r}{36500}$ y, por tanto al cabo de n días se habrá transformado en $C \cdot \left(1 + \frac{r}{36500}\right)^n$

$$C \xrightarrow{\text{n días al r\% anual}} C \cdot \left(1 + \frac{r}{36500}\right)^n$$

2.4 – TASA ANUAL EQUIVALENTE: T.A.E.

En cuentas de ahorro, llamamos TAE al tanto por ciento de crecimiento total del capital durante un año cuando los periodos de capitalización son inferiores a un año.

En préstamos bancarios, la TAE, también es superior al rédito declarado. Al calcularla se incluyen los pagos fijos (comisiones, gastos) que cobra el banco para conceder el préstamo

$$\text{Pago mensuales de intereses : } 1 + \frac{x}{100} = \left(1 + \frac{r}{1200}\right)^n \quad n = n^\circ \text{ meses}$$

Hallar x (análogamente las demás)

2.5 – AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMOS (Pagos distintos)

Para la amortización de un préstamo mediante varios pagos aplazados, se tienen en cuenta que:

- Cada pago salda los intereses que produce la deuda pendiente desde el pago anterior y, el resto, amortiza parte de esa deuda.
- El último pago salda los intereses pendientes desde el pago anterior y amortiza la totalidad de la deuda pendiente.

Tiempo	Deuda	Amortización + Intereses (en la unidad de tiempo)= Pago	Deuda Pendiente = Deuda - Amortización

2.6 – AHORRO (cantidad fija cada año – vamos varias veces al banco)

Cantidad total acumulada al final de un cierto periodo al hacer ingresos fijos a intervalos constantes.

$$S_n = \frac{a_1 \cdot x^n - a_1}{x - 1} \quad x = \left(1 + \frac{r}{100}\right)$$

Ingresamos a comienzo de año y recogemos a comienzos de año: $a_1 = C$

Ingresamos a comienzo de año y recogemos a final: $a_1 = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)$

2.7 – AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMOS (pagos iguales)

- **Anualidades** para amortizar un préstamo: Se ha de amortizar un préstamo, C , a un interés del $r\%$ anual, mediante n pagos anuales.
La anualidad correspondiente se obtiene mediante la siguiente fórmula:

$$a = C \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \quad i = \frac{r}{100} \quad n = n^\circ \text{ años}$$

- **Mensualidades** para amortizar un préstamo: Se ha de amortizar un préstamo, C , a un interés del $r\%$ anual, mediante n pagos mensuales.
La anualidad correspondiente se obtiene mediante la siguiente fórmula:

$$m = C \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \quad i = \frac{r}{1200} \quad n = n^\circ \text{ meses}$$

2.8 – PRODUCTOS FINANCIEROS

ACCIONES

Participaciones que otorgan el derecho de propiedad de una empresa. Representan, pues, las partes en que se puede dividir el capital social de una empresa.

La compraventa de acciones se realiza en los *mercados de valores* (la **bolsa**).

BONOS

Un bono es un instrumento de crédito legal mediante el cual se adquiere el compromiso de pagar una cantidad en una fecha determinada, con unos intereses concretos. Generalmente, los emiten grandes empresas o gobiernos. (El término **bono** se utiliza normalmente para emisiones de deuda a corto plazo, mientras que los de largo plazo se denominan **obligaciones**).

CRÉDITO HIPOTECARIO

Cantidad recibida para la adquisición de un inmueble (piso, casa, parcela,...), la devolución de la cual queda garantizada por el bien adquirido (hipoteca). Habitualmente la amortización se hace mediante pagos periódicos y está sometida a unos intereses pactados *a priori*.

Además de los intereses, un préstamo hipotecario conlleva otros gastos: comisión de apertura, peritaje de tasación, notaría... Estos gastos adicionales se le cargan al cliente en el momento de recibir el préstamo.

FONDOS DE INVERSIÓN

Es un instrumento de ahorro colectivo que consiste en poner en común capitales privados que se invierten en la adquisición de acciones, bonos y otros productos financieros. Los gestionan profesionales que buscan eficacia y seguridad.

Son de **renta fija** cuando la inversión se hace en productos con interés conocido –bonos, obligaciones-. Con el paso del tiempo, se cancelan unos y se abren otros. Por eso, la rentabilidad de los bonos puede sufrir ligeras variaciones.

Son de **renta variable** cuando se invierten en activos financieros sin rentabilidad determinada que dependen de sus valores en las bolsas.

Los fondos **mixtos** son los que combinan ambos tipos en una u otra proporción.

PLANES DE PENSIONES

Sistema de ahorro por el cuál una persona en edad laboral aporta un capital para su jubilación. Las cantidades que se ahorran anualmente pueden ser diferentes; el capital final, desconocido; y el ritmo de imposición, irregular.