

TEMA 5 – FUNCIONES EXPONENCIALES, LOGARÍTMICAS Y TRIGONOMÉTRICAS

5.1 - COMPOSICIÓN DE FUNCIONES

Dadas dos funciones, f y g , se llama **función compuesta** de f y g , y se designa $g \circ f$, a la función que transforma x en $g[f(x)]$

$$x \xrightarrow{g \circ f} g[f(x)]$$

$$x \xrightarrow{f} f(x) \xrightarrow{g} g[f(x)]$$

La expresión $g \circ f(x)$ se lee f compuesta con g . Se nombra en primer lugar la función de la derecha porque es la primera en actuar sobre la x .

En general, la función $g[f(x)] \neq f[g(x)]$

5.2 - FUNCIÓN INVERSA O RECÍPROCA DE OTRA

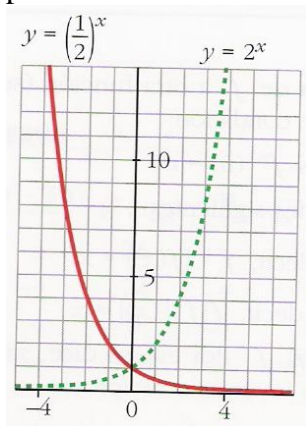
Se llama **función inversa o recíproca** de f a otra función (se designa f^{-1}) que cumple la siguiente condición: Si $f(a) = b$, entonces, $f^{-1}(b) = a$

Como consecuencia $f^{-1}[f(x)] = f[f^{-1}(x)] = x$

Además las gráficas de las dos funciones son simétricas respecto de la bisectriz del primero y tercer cuadrante ($y = x$)

5.3 – LAS FUNCIONES EXPONENCIALES

Se llaman **funciones exponenciales** las que tienen la ecuación $y = a^x$, siendo la base a un número positivo distinto de 1



Dominio : \mathbb{R}

Recorrido : $(0, \infty)$

Asíntota : $y = 0$

Punto de corte: $(0, 1)$

Continua en \mathbb{R}

Monotonía:

si $a > 1$ creciente ; si $a < 1$ decreciente

Concava : \mathbb{R}

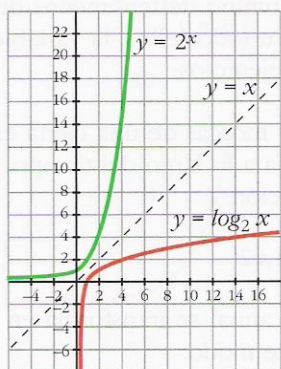
Notas:

- En matemáticas superiores la función $y = e^x$ es extraordinariamente importante. Tanto es así que cuando se habla de “la función exponencial” sin mencionar cuál es su base, se está haciendo referencia a ella.
- También son exponenciales las funciones $y = a^{kx}$, pues $a^{kx} = (a^k)^x$ es decir es una función exponencial de base a^k
- En las calculadoras científicas suele haber dos teclas 10^x , e^x con las que se obtienen valores de las funciones $y = 10^x$, $y = e^x$ respectivamente.

5.4 – LAS FUNCIONES LOGARÍTMICAS

Se llaman **funciones logarítmicas** las que tienen la ecuación $y = \log_a x$, siendo a un número positivo distinto de 1

$y = \log_a x \Rightarrow x = a^y$, por tanto $y = \log_a x$ e $y = a^x$ son funciones inversas



Dominio : $(0, \infty)$

Recorrido : \mathbb{R}

Asíntota : $y = 0$

Punto de corte: $(0,1)$

Continua en $(0, \infty)$

Monotonía: si $a > 1$ creciente ; si $a < 1$ decreciente

Curvatura : si $a > 1$ cóncava; si $a < 1$ cóncava

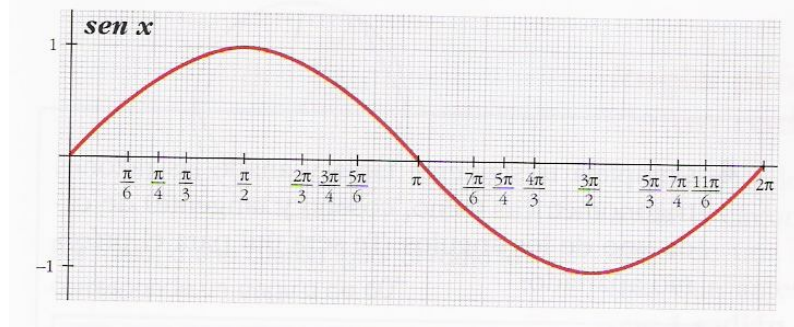
Notas:

- En matemáticas superiores la función $y = \log_e x$ es muy importante. Se le llama logaritmo neperiano y se designa por $y = \ln x$ o $y = Lx$. Es la función inversa de la exponencial de base e : $y = e^x$
- En las calculadoras científicas suele haber dos teclas, \log y \ln con las que se obtienen valores de las funciones $y = \log x$ $y = \ln x$, respectivamente.

5.5 – FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

FUNCIÓN SENO

Grados	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
Radianes	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$3\pi/4$	$5\pi/6$	π	$7\pi/6$	$5\pi/4$	$4\pi/3$	$3\pi/2$	$5\pi/3$	$7\pi/4$	$11\pi/6$	2π
seno	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0	-1/2	$-\sqrt{2}/2$	-3/2	-1	-3/2	-2/2	-1/2	0

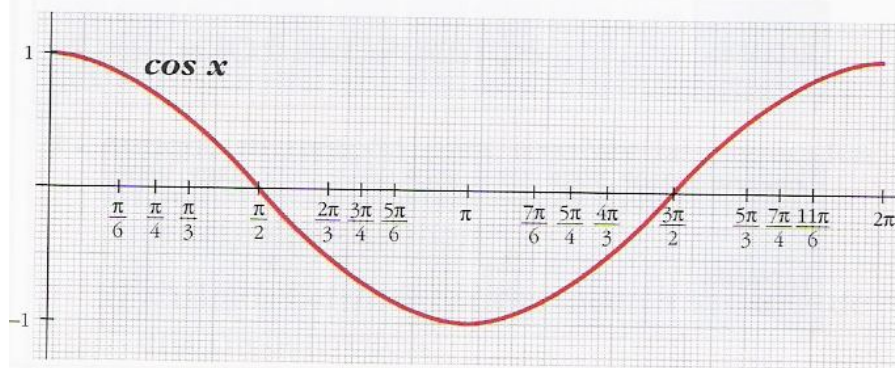


CARACTERÍSTICAS

- Dominio : \mathbb{R}
- Recorrido : $[-1,1]$
- Periodicidad : 2π
- Continua
- Creciente $(0^\circ+360^\circ k, 90^\circ+360^\circ k) \cup (270^\circ+360^\circ k, 360^\circ+360^\circ k)$
- Decreciente $(90^\circ+360^\circ k, 270^\circ+360^\circ k)$
- Máximo $x = 90^\circ+360^\circ k$ $y = 1$
- Mínimo $x = 270^\circ+360^\circ k$ $y = -1$
- Cóncava: $(0^\circ+360^\circ k, 180^\circ+360^\circ k)$
- Cóncava: $(180^\circ+360^\circ k, 360^\circ+360^\circ k)$
- Puntos de inflexión $x = 0^\circ+180^\circ k$ $y = 0$

FUNCIÓN COSENO

Grados	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
Radianes	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$3\pi/4$	$5\pi/6$	π	$7\pi/6$	$5\pi/4$	$4\pi/3$	$3\pi/2$	$5\pi/3$	$7\pi/4$	$11\pi/6$	2π
cos	1	$3/2$	$2/2$	$1/2$	0	$-1/2$	$-2/2$	$-3/2$	-1	$-3/2$	$-2/2$	$-1/2$	0	$-1/2$	$-2/2$	$-3/2$	1

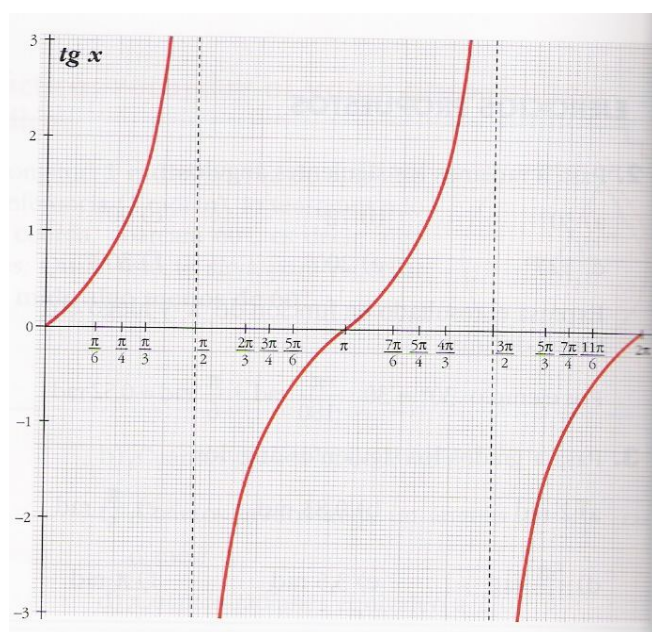


CARACTERÍSTICAS

- Dominio : \mathbb{R}
- Recorrido : $[-1,1]$
- Periodicidad : 2π
- Continua
- Creciente ($180^\circ+360^\circ k, 360^\circ+360^\circ k$)
- Decreciente ($0^\circ+360^\circ k, 180^\circ+360^\circ k$)
- Máximo $x = 0^\circ+360^\circ k$ $y = 1$
- Mínimo $x = 180^\circ+360^\circ k$ $y = -1$
- Concava: ($0^\circ+360^\circ k, 90^\circ+360^\circ k$) \cup ($270^\circ+360^\circ k, 360^\circ+360^\circ k$)
- Convexa: ($90^\circ+360^\circ k, 270^\circ+360^\circ k$)
- Puntos de inflexión $x = 90^\circ+180^\circ k$ $y = 0$

FUNCIÓN TANGENTE

Grados	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
Radianes	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$3\pi/4$	$5\pi/6$	π	$7\pi/6$	$5\pi/4$	$4\pi/3$	$3\pi/2$	$5\pi/3$	$7\pi/4$	$11\pi/6$	2π
Tag	0	$3/3$	1	3		-3	-1	$-3/3$	0	$3/3$	1	3		-3	-1	$-3/3$	0



CARACTERÍSTICAS

- Dominio : $\mathbb{R} - \{90^\circ+180^\circ k\}$
- Recorrido : \mathbb{R}
- Periodicidad : π
- Continua: $\mathbb{R} - \{90^\circ+180^\circ k\}$
- Creciente $\mathbb{R} - \{90^\circ+180^\circ k\}$
- Concava: ($0^\circ+180^\circ k, 90^\circ+180^\circ k$)
- Convexa: ($90^\circ+180^\circ k, 180^\circ+180^\circ k$)
- Puntos de inflexión $x = 90^\circ+180^\circ k$ $y = 0$