

# 9 Continuidad

## CRITERIOS DE EVALUACIÓN

**A.** Estudiar la continuidad de una función en un punto.

**B.** Saber hallar el dominio de continuidad de una función y su relación con el dominio de la misma.

**C.** Hallar los valores de ciertos parámetros en las funciones definidas a trozos para que sean continuas en un punto concreto o en un intervalo.

**D.** Clasificar las discontinuidades de una función discontinua en varios puntos y efectuar una representación aproximada de la función en un entorno de esos puntos.

**E.** Analizar si una función cumple, o no, las hipótesis del teorema de Bolzano.

**F.** Determinar intervalos de la amplitud deseada en los que se encuentren las soluciones de una ecuación.

**G.** Determinar si una función definida en un intervalo está acotada y en caso afirmativo encontrar el supremo y el ínfimo.

**H.** Aplicar e interpretar los teoremas de los valores intermedios y de Weierstrass.

## ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

1. Una función  $f(x)$  está dada por la expresión  $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{2x^2 - 5x - 3}$  si  $x \neq 3$ . ¿Cuál debe ser el valor de  $f(3)$  para que la función sea continua en ese punto?  
¿Quedaría algún otro punto de discontinuidad? ¿De qué tipo?

2. Determina los dominios de definición y de continuidad de las siguientes funciones:  
 a)  $f(x) = x^2 - 2x$                       c)  $f(x) = 1 - \sqrt{x - 3}$   
 b)  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 2x - 3}$                     d)  $f(x) = \sqrt{\frac{2-x}{x-3}}$

3. Calcula los valores de  $a$  y  $b$  para que la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x < 1 \\ ax + b & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ -2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$  sea continua en todo  $\mathbb{R}$ . Representala.  
 4. ¿Para qué valores de  $k$  es continua en  $\mathbb{R}$  la función  
 $f(x) = \begin{cases} 3k^2x - 5k^2 & \text{si } x < 2 \\ x^2 - 2kx + 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

5. Estudia la continuidad de la función  $f$ , clasifica los puntos de discontinuidad, si hubiera alguna evitable indica cómo se eliminaría y representala gráficamente.  

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} - e & \text{si } x < -1 \\ \frac{3+x}{x+1} & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ \frac{\text{sen}3x}{x} & \text{si } 0 < x < \frac{\pi}{3} \\ k + \ln x & \text{si } x \geq \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

6. La función  $f(x) = (\ln x)^2 - 6 \ln x + 5$  es continua en todo su dominio  $(0, +\infty)$ . Determina dos intervalos disjuntos  $[a, b]$  y  $[b, c]$  en los que la gráfica de la función corte al menos una vez al eje de abscisas. Justifica la respuesta. ¿Podrías en este caso hallar todos los puntos de corte de la función con el eje  $X$ ?  
 7. ¿Es aplicable el teorema de Bolzano a la función  $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 5}{x^3 - 2x - 7}$  en  $[2, 4]$ ? Justifica la respuesta. ¿Se puede asegurar que la función corta al eje de abscisas en algún punto o, por el contrario, que no lo corta en ningún punto?

8. Justifica que la ecuación  $x^3 + x - 5 = 0$  tiene al menos una solución en el intervalo  $[1, 2]$ . Calcula con un error menor que 0,1 la solución de la ecuación anterior.

9. Demuestra que la función  $f(x) = \frac{5e^x}{1 + e^x}$  está acotada. Indica el supremo y el ínfimo. ¿Tiene un máximo y un mínimo absoluto dicha función? ¿Por qué?

10. Calcula el máximo y el mínimo de la función  $f(x) = \frac{1 + e^{2x}}{1 + e^x}$ ,  $\forall x \in [-3, 1]$ .