

## 7

## Lugares geométricos en el espacio

## CRITERIOS DE EVALUACIÓN

A. Escribir las ecuaciones paramétricas de cualquier cónica en el plano.

B. Expresar la ecuación de una cónica en forma implícita cuando se conoce su ecuación paramétrica, y viceversa.

C. Calcular puntos y hallar la ecuación en forma implícita de curvas y superficies en el espacio, dadas mediante sus ecuaciones paramétricas.

D. Determinar la ecuación de cuádricas sencillas (elipsoide, paraboloides, hiperboloides).

E. Hallar la ecuación de la superficie esférica conociendo: centro y radio, extremos de un diámetro, centro y recta o plano tangente, cuatro puntos no coplanarios.

F. Identificar una superficie esférica, su centro y radio a partir su ecuación en cualquiera de sus formas.

G. Resolver problemas de incidencia, tangencia, intersección y posición relativa con superficies esféricas.

H. Calcular las ecuaciones de superficies cónicas, cilíndricas, de traslación, de revolución y cuádricas en las coordenadas apropiadas en cada caso

## ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

1. Escribe las ecuaciones paramétricas y la ecuación implícita de la circunferencia de centro  $C(2, -3)$  y radio  $r = 5$ . Halla los puntos de la misma que se obtienen al tomar como valores del parámetro en las ecuaciones paramétricas  $t = 0$ ,  $t = \frac{3\pi}{4}$ ,  $t = \pi$ ,  $t = \frac{3\pi}{2}$ ,  $t = \frac{5\pi}{3}$

2. Escribe las ecuaciones paramétricas e implícita de la elipse de focos  $F(-1, -1)$  y  $F'(-1, 3)$  y eje mayor  $2a = 6$ .

3. Las ecuaciones paramétricas  $\begin{cases} x = 2\sqrt{1 + \sin^2 t} \\ y = 2\sin t \end{cases}$  corresponden a una parte de la cónica de ecuación  $\begin{cases} x = 2\sqrt{1 + k^2} \\ y = 2k \end{cases}$ . Escribe la ecuación implícita de la cónica, identifica de qué cónica se trata y efectúa la representación gráfica correspondiente a la parte que definen las primeras ecuaciones paramétricas.

4. Identifica la superficie que definen las ecuaciones paramétricas siguientes e indica un punto de cada una:

$$S_1: \begin{cases} x = 2 - t + 2s \\ y = -5 + t + s \\ z = 3t - s \end{cases}, \quad S_2: \begin{cases} x = 2 - t + 2s \\ y = -5 + t - 2s \\ z = 3 + 2t - 4s \end{cases}, \quad S_3: \begin{cases} x = 5 \cos \alpha \sin \beta \\ y = 5 \cos \alpha \cos \beta \\ z = 3 + 5 \sin \alpha \end{cases}$$

5. Halla las ecuaciones implícitas de la curva  $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = t^2 \\ z = 2t \end{cases}$  y determina tres de sus puntos.

6. Determina los ejes y los vértices del elipsoide de ecuación  $x^2 + y^2 + 4z^2 = 16$ . ¿Qué curva se obtiene al cortar el elipsoide por el plano  $x = 0$ ? ¿Y si es cortado por el plano  $z = 0$ ?

7. Los puntos  $A(7, -2, 5)$  y  $B(-1, -4, 1)$  son los extremos de un diámetro de una superficie esférica. Escribe sus ecuaciones paramétricas e implícita.

8. Una superficie esférica pasa por los puntos  $A(0, 0, 2)$ ,  $B(0, 2, 0)$ ,  $C(2, 0, 0)$  y  $D(4, 4, 4)$ . Calcula su ecuación implícita y determina su centro y su radio.

9. Escribe la ecuación de la superficie esférica de centro  $C(1, 0, -1)$  tangente a la recta  $r: (1 + \lambda, 2\lambda, 5 - 2\lambda)$ .

10. Se considera la superficie esférica de ecuación  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 2z - 2 = 0$ , determina: su centro, su radio, sus ecuaciones paramétricas y el volumen de la esfera que delimita.

11. Dado el plano de ecuación  $\pi: 2x - 2y - z + 3 = 0$ , y el punto  $C(5, 0, 1)$ , determina:

- La ecuación de la superficie esférica de centro  $C$  y tangente al plano.
- La ecuación de otro plano distinto y paralelo a  $\pi$  que también sea tangente a la superficie esférica.

12. Calcula las ecuaciones paramétricas de la superficie que se obtienen al girar la curva  $C: \begin{cases} x = y^2 \\ y = z \end{cases}$ , alrededor del eje  $Z$ .