

13 Cálculo de primitivas

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

A. Hallar una función de la que se conoce su derivada y un punto de su gráfica.

B. Resolver problemas elementales de cinemática por la aplicación del cálculo integral.

C. Resolver por partes las integrales de funciones del tipo: $\ln x$, $\arcsen x$, $\arctg x$, $P(x) \cdot e^x$, $P(x) \cdot \sen x$, etc.

D. Resolver, por reiteración del método, integrales de funciones como $\sen(ax) \cdot e^{bx}$.

E. Calcular integrales de funciones racionales con raíces reales, simples y múltiples, en el denominador.

F. Efectuar la descomposición y las integrales de funciones racionales con raíces complejas simples en el denominador.

G. Efectuar transformaciones sencillas en la función integrando para transformar las integrales en inmediatas.

H. Resolver integrales, especialmente trigonométricas, por cambio de variable.

ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

- La derivada de una función $f(x)$ es $f'(x) = 6x^2 - 4x + 5$ y se sabe que la función pasa por el punto $P(2, 25)$. Halla la función y calcula $f(0)$.
- La función $f(x)$ tiene un máximo relativo en el punto $M(-3, 17)$ y su derivada segunda es $f''(x) = 6x + 6$. Determina de qué función se trata y halla las coordenadas del punto de inflexión y del mínimo relativo de la misma. ¿En qué punto corta la gráfica de la función al eje de ordenadas?

- Las expresiones escalares de la velocidad y de la aceleración instantánea en un movimiento rectilíneo son $v = \frac{ds}{dt} = s'(t)$, $a = \frac{dv}{dt} = v'(t) = s''(t)$. En un determinado movimiento se sabe que la aceleración tiene el valor constante $a = -10 \text{ m/s}^2$ y que a los 2 s el móvil se encuentra en la posición $s(2) = 48 \text{ m}$ y lleva una velocidad de 12 m s^{-1} . Determina:
 - La expresión de la velocidad en cualquier instante.
 - La velocidad inicial.
 - La expresión de la posición en cualquier instante.
 - La posición inicial.
 - La posición y la velocidad a los 4 segundos.

- Resuelve, aplicando el método de integración por partes, las integrales:
 - $\int (\ln x)^2 dx$
 - $\int \frac{x}{\cos^2 x} dx$
- Resuelve las integrales:
 - $\int 2x \cdot \arctg x \cdot dx$
 - $\int (3x + 1) \cdot e^x \cdot dx$

- Halla, utilizando el método de integración por partes, las integrales:
 - $\int e^{2x+1} \cdot \cos(x-2) \cdot dx$
 - $\int \sen^4 x dx$

- Halla, mediante descomposición simple, la integral $\int \left(\frac{x^2 - 3x + 5}{x} \right) dx$
- Resuelve las integrales:
 - $\int \frac{5}{x^2 - 3x - 4} dx$
 - $\int \frac{x^4 - 2x^3 + x^2 - 5x + 6}{x^3 - 3x^2} dx$

- Resuelve las integrales con raíces complejas en el denominador:
 - $\int \frac{x+1}{x^2+6x+10} dx$
 - $\int \frac{5}{x^4-1} dx$

- Transforma las funciones para convertirlas en integrales inmediatas.
 - $\int \frac{1}{1-\cos x} dx$
 - $\int \frac{x-4\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} dx$

- Integra:
 - $\int \sen^3 x \cdot dx$
 - $\int \frac{1+\sen^2 x}{\cos^4 x} dx$