

12 Representación de funciones

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

A. Calcular el dominio de una función dada por su expresión algebraica, su gráfica o mediante un enunciado, así como su continuidad.

B. Calcular los puntos de corte con los ejes y el signo de una función.

C. Estudiar las simetrías y la posible periodicidad de una función.

D. Calcular la tendencia de una función en el infinito y en las proximidades de puntos aislados en los que no está definida.

E. Calcular las asíntotas de una función.

F. Determinar la monotonía y extremos relativos de una función.

G. Determinar la curvatura y los puntos de inflexión.

H. Representar gráficamente funciones polinómicas, racionales, con radicales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas, tras hacer un estudio completo de sus características.

I. Representar las gráficas de las funciones: $-f(x)$, $f(x) + k$, $f(x + c)$, $a \cdot f(x)$, $f(k \cdot x)$, $|f(x)|$, $f(|x|)$ cuando se conoce la gráfica de la función $f(x)$.

ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

1. Determina el dominio y la continuidad de las funciones:

$$a) f(x) = \frac{x+1}{x^3-3x^2} \quad b) g(x) = \sqrt{\frac{-x-2}{x-3}} \quad c) k(x) = \ln(\sin(2x))$$

2. Halla los puntos de corte con los ejes y el signo de las funciones:

$$a) f(x) = 1 + \sin x \quad c) h(x) = 1 - (\ln(3+x))$$

$$b) g(x) = \frac{2+e^x}{2-e^x} \quad d) k(x) = \frac{e^x}{x}$$

3. Determina la periodicidad de las funciones:

$$a) f(x) = \sin^2 x \quad b) g(x) = 4 \cos\left(\frac{4\pi x}{3}\right)$$

4. Estudia las simetrías de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \ln|x^2 - 5| \quad b) g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad c) h(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 - 4}$$

5. Estudia el comportamiento de las funciones en el infinito y en los puntos de discontinuidad.

$$a) f(x) = \frac{4-x^2}{x^3-2x^2-9x+18} \quad b) g(x) = \ln\left|\frac{x-5}{x+2}\right|$$

6. Halla las asíntotas de las funciones:

$$a) g(x) = \frac{2+e^x}{2-e^x} \quad b) h(x) = \sqrt{x^2+5}$$

7. La función $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + 4$ tiene un mínimo relativo en el punto $(2, 0)$. Determina los coeficientes b y c y estudia su monotonía.

8. Estudia la curvatura y determina los puntos de inflexión de las funciones:

$$a) f(x) = \frac{1}{1+e^x} \quad b) g(x) = \sin x - \cos x$$

9. Efectúa la representación gráfica de las siguientes funciones tras realizar un estudio de las características más importantes de cada una de ellas.

$$a) f(x) = \frac{x^2}{x^2+1} \quad c) h(x) = \ln|x^2-5| \quad e) n(x) = 2 \sin x - \cos 2x$$

$$b) g(x) = \frac{3+2x^3}{1-x^2} \quad d) m(x) = \sqrt{x^2+5} \quad f) s(x) = \frac{1}{1+e^x}$$

10. Teniendo en cuenta la gráfica de la función $f(x) = \cos x$ en el intervalo $[-\pi, \pi]$ representa las siguientes funciones en el mismo intervalo.

$$a) f(x) = 2 \cos x \quad c) f(x) = 3 + \cos x \quad e) f(x) = 1 - \cos x$$

$$b) f(x) = \cos 2x \quad d) f(x) = \cos(x - \pi) \quad f) f(x) = |1 - 2 \cos x|$$