TEMA 4 – PROGRAMACIÓN LINEAL

INECUACIÓN LINEAL CON DOS INCÓGNITAS

Definición: Una inecuación lineal con dos incógnitas es una desigual de la forma ax + by < c (ó ≤ ,>, ≥)
Resolución:
[1] Se representa la recta ax + by = c (Despejamos la "y" y hallamos una tabla de valores, dando dos valores a la "x")

x	x_1	x_2
y		

Esta recta nos divide el plano en dos semiplanos.

[2] Tomamos un punto cualquiera que no esté en la recta:
Si el punto cumple la inecuación: La solución es el semiplano donde está el punto
Si el punto no cumple la inecuación: La solución es el otro semiplano donde no está el punto.

SISTEMA DE INECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

Definición: Un sistema de inecuaciones lineales es un conjunto de inecuaciones.
Resolución: Buscar la región del plano que cumpla todas las inecuaciones a la vez
[1] Se resuelve cada inecuación, marcando la región del plano que la cumple.
[2] La solución es la región del plano que cumple todas las inecuaciones.

PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN LINEAL O DE OPTIMIZACIÓN

En un problema de programación lineal con dos variables, x e y, se trata de **optimizar** (maximizar o minimizar) una función, llamada **función objetivo** de la forma

$$f(x,y) = px + qy$$

sujeta a una serie de **restricciones** dadas mediante un sistema de desigualdades lineales del siguiente tipo:

$$\begin{array}{l} a_1x + b_1\,y \le c_1 \\ a_2x + b_2\,y \le c_2 \\ \ldots.. \\ a_nx + b_n\,y \le c_n \end{array}$$

Los puntos del plano que cumplen todas las inecuaciones están en un recinto (acotado o no acotado) llamado **región de validez** o **región factible**.

Los puntos de la región factible cumplen todas las restricciones y se llaman **soluciones factibles**.

La solución factible que haga óptima (máxima o mínima) la función objetivo se llama **solución óptima**.

Si hay una única solución óptima, esta estará en un vértice del recinto. Puede que haya más de una solución óptima y se encontrarán en un lado. Y es posible que no haya solución óptima, pues cuando el recinto es infinito, la función objetivo puede crecer o decrecer indefinidamente.

PRÁCTICA

[1] Localizar la función objetivo: f(x,y) = px + qy

[2] Hallar las restricciones $\begin{cases} a_1x + b_1y \le c_1 \\ a_2x + b_2y \le c_2 \\ \ldots \\ a_nx + b_ny \le c_n \end{cases}$

[3] Dibujar la región factible (región que cumple todas las restricciones)
[4] Hallar los vértices de la región factible (como intersección de dos rectas)
[5] Evaluar la función objetivo en cada uno de los vértices
[6] Solución:

- **Si la región está acotada**: Existe máximo y mínimo. El vértice que haga máxima la función objetivo será el máximo y el vértice que la haga mínima será el mínimo.
- **Si la región no está acotada**: Existirá o máximo o mínimo.
    - Se toma un punto, cualquiera, del interior de la región factible y se evalúa la función objetivo.
    - Si este valor es menor que los valores de la función objetivo en los vértices, habrá máximo, pero no mínimo. El máximo se alcanzará en el vértice que maximice la función objetivo.
    - Si este valor es mayor que los valores de la función objetivo en los vértices, habrá mínimo, pero no máximo. El mínimo se alcanzará en el vértice que minimice la función objetivo.

Nota: Si dos vértices consecutivos optimizan una función objetivo, todo el lado sea solución.