TEMA 12 – INFERENCIA ESTADÍSTICA.

ESTIMACIÓN DE LA MEDIA

DISTRIBUCIÓN NORMAL

<u>EJERCICIO 1</u> : Los pesos, en kilogramos, de un grupo de personas se distribuyen según una *N*(70, 10). Calcula, en este grupo de personas, la probabilidad de:
a) Pesar más de 85 kg. b) Pesar entre 65 y 75 kg.

Solución: X es $N(70, 10)$

a) $P[X > 85] = P\left[Z > \frac{85-70}{10}\right] = P[Z > 1{,}5] = 1 - P[Z \le 1{,}5] = 1 - 0{,}9332 = 0{,}0668$

b) $P[65 < X < 75] = P\left[\frac{65-70}{10} < Z < \frac{75-70}{10}\right] = P[-0{,}5 < Z < 0{,}5] = P[Z < 0{,}5] - P[Z \le -0{,}5] =$
$P[Z < 0{,}5] - P[Z \ge 0{,}5] = P[Z < 0{,}5] - [1 - P[Z < 0{,}5]] = 0{,}6915 - 1 + 0{,}6915 = 0{,}383$

<u>EJERCICIO 2</u> : En una distribución *N*(18, 4), halla la probabilidad de que *X* valga:
a) Más de 25. b) Entre 15 y 30.

Solución: X es $N(18, 4)$

a) $P[X > 25] = P\left[Z > \frac{25-18}{4}\right] = P[Z > 1{,}75] = 1 - P[Z \le 1{,}75] = 1 - 0{,}9599 = 0{,}0401$

b) $P[15 < X < 30] = P\left[\frac{15-18}{4} < Z < \frac{30-18}{4}\right] = P[-0{,}75 < X < 3] = P[Z < 3] - P[Z \le -0{,}75] =$
$P[Z < 3] - P[Z \ge 0{,}75] = P[Z < 3] - [1 - P[Z < 0{,}75]] = 0{,}9987 - 1 + 0{,}7734 = 0{,}7721$

INTERVALO CARACTERISTICO

<u>EJERCICIO 3</u> : Obtén el intervalo característico para el 95%, en una distribución *N*(120, 25).

Solución: El intervalo característico es de la forma: $(\mu - z_{\alpha/2} \cdot \sigma,\ \mu + z_{\alpha/2} \cdot \sigma)$
Para el 95%, $1 - \alpha = 0{,}95$; $\alpha = 0{,}05 \Rightarrow P[\ Z \le z_{\alpha/2}] = 1 - \alpha/2 \Rightarrow P[\ Z \le z_{\alpha/2}] = 0{,}975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}96$
Por tanto, el intervalo será: $(120 - 1{,}96 \cdot 25;\ \ 120 + 1{,}96 \cdot 25)$, es decir: $(71; 169)$
Esto significa que el 95% de los individuos están en este intervalo.

<u>EJERCICIO 4</u> : En una distribución normal con media $\mu = 15$ y desviación típica $\sigma = 3{,}2$, obtén un intervalo centrado en la media, $(\mu - k,\ \mu + k)$, de forma que el 90% de los individuos estén en ese intervalo.

Solución: Se trata de hallar el intervalo característico correspondiente al 90%. Este intervalo es de la forma:$(\mu - z_{\alpha/2} \cdot \sigma,\ \mu + z_{\alpha/2} \cdot \sigma)$
Para el 90%, $1 - \alpha = 0{,}9$; $\alpha = 0{,}1 \Rightarrow P[\ Z \le z_{\alpha/2}] = 1 - \alpha/2 \Rightarrow P[\ Z \le z_{\alpha/2}] = 0{,}95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}645$
Por tanto, el intervalo será: $(15 - 1{,}645 \cdot 3{,}2;\ \ 15 + 1{,}645 \cdot 3{,}2)$, es decir: $(9{,}736; 20{,}264)$

DISTRIBUCIÓN DE LA MEDIA

EJERCICIO 5 : En una determinada población, los pesos se distribuyen según una normal de media $\mu = 65$ kg y varianza 49. Si extraemos muestras de tamaño 64:
a) ¿Cuál es la distribución de la variable aleatoria media muestral, $\bar{x}$?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media de los pesos en una de esas muestras sea mayor de 66,5 kg?

Solución: $\mu = 85$, $\sigma = \sqrt{49} = 7$, $n = 64$

a) $X \sim N(\mu, \sigma) = N(65,7) \Rightarrow \bar{x} \sim N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = N\left(65; \frac{7}{8}\right)$.

b) $P[\bar{x} > 66{,}5] = P\left[z > \dfrac{66{,}5 - 65}{\frac{7}{8}}\right] = P[z > 1{,}71] = 1 - P[z \le 1{,}71] = 1 - 0{,}9564 = 0{,}0436$

EJERCICIO 6 : La media de edad de los lectores de una determinada revista es de 17,2 años, y la desviación típica, 2,3 años. Si elegimos muestras de 100 lectores:
a) ¿Cuál es la probabilidad de que la media de la edad de la muestra está comprendida entre 16,7 y 17,5 años?
b) ¿Cuál es la distribución de las medias muestrales?

Solución: $\mu = 17{,}2$; $\sigma = 2{,}3$; $n = 100$

a) $X \sim N(\mu, \sigma) = N(17{,}2;2{,}3) \Rightarrow \bar{x} \sim N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = N(17{,}2;\ 0{,}23)$

$P[16{,}7 < \bar{x} < 17{,}5] = P\left[\dfrac{16{,}7 - 17{,}2}{0{,}23} < z < \dfrac{17{,}5 - 17{,}2}{0{,}23}\right] = P[-2{,}17 < z < 1{,}30] =$

$= P[z < 1{,}30] - P[z \le -2{,}17] = P[z < 1{,}30] - P[z \ge 2{,}17] = P[z < 1{,}30] - (1 - P[z < 2{,}17]) =$

$= 0{,}9032 - (1 - 0{,}9850) = 0{,}8882$

b) Ya hemos hallado, en el apartado anterior, que las medias muestrales, $\bar{x}$, se distribuyen N (17,2; 0,23).

INTERVALO CARACTERÍSTICO PARA LA MEDIA

EJERCICIO 7 : La duración de cierto tipo de batería sigue una distribución normal de media 3 años y desviación típica de 0,5 años. Si se toman muestras de tamaño 9, halla un intervalo en el que estén comprendidos el 99% de las duraciones medias de las baterías de cada muestra.

Solución: $X \sim N(3;\ 0{,}5)$, n = 9

El intervalo característico es de la forma: $\left(\mu - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \mu + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Para el 99%, $1 - \alpha = 0{,}99$; $\alpha = 0{,}01 \Rightarrow P[Z \le z_{\alpha/2}] = 1 - \alpha/2 \Rightarrow P[Z \le z_{\alpha/2}] = 0{,}995 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2{,}575$.

Por tanto, el intervalo será: $\left(3 - 2{,}575 \cdot \frac{0{,}5}{3};\ 3 + 2{,}575 \cdot \frac{0{,}5}{3}\right)$; es decir : (2,57; 3,43)

Por tanto, las duraciones medias de las baterías en el 99% de las muestras estarán comprendidas entre 2,57 y 3,43 años.

<u>EJERCICIO 8</u> : La edad de los alumnos de 2º de Bachillerato de cierto instituto sigue una distribución *N* (17,6; 0,5). Los agrupamos al azar de 10 en 10 para una competición. Halla el intervalo característico del 95% correspondiente a las edades medias de los grupos.

Solución: $X \sim N(17,6;\ 0,5)$, n = 10

El intervalo característico es de la forma: $\left(\mu - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \mu + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Para el 95%, 1 - α = 0,95 ; α = 0,025 ⇒ P[Z ≤ $z_{\alpha/2}$] = 1 - α/2 ⇒ P[Z ≤ $z_{\alpha/2}$] = 0,975 ⇒ $z_{\alpha/2}$ = 1,96

Por tanto, el intervalo será: $\left(17{,}6 - 1{,}96 \cdot \frac{0{,}5}{\sqrt{10}};\ 17{,}6 + 1{,}96 \cdot \frac{0{,}5}{\sqrt{10}}\right)$; es decir : (17,29; 17,91)

Por tanto, las edades medias en el 95% de los grupos están entre 17,29 y 17,91 años.

INTERVALO DE CONFIANZA

<u>EJERCICIO 9</u> : La estatura de los habitantes mayores de edad de una determinada ciudad sigue una distribución normal de media desconocida y varianza 36 cm². En una muestra aleatoria de 80 individuos de esta ciudad, hemos obtenido una estatura media de 172 cm. Determina un intervalo de confianza del 95,44% para la estatura media de los habitantes mayores de edad de dicha ciudad.

Solución: X ~ N(μ,6), n = 80, $\bar{x}$ = 172

El intervalo de confianza es de la forma: $\left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}};\ \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$

Para el 95,44%,1-α = 0,9544 ; α = 0,0455 ⇒ P[Z ≤ $z_{\alpha/2}$] = 1-α/2 ⇒ P[Z ≤ $z_{\alpha/2}$] = 0,9772 ⇒ $z_{\alpha/2}$=2

Por tanto, el intervalo será: $\left(172 - 2 \cdot \frac{6}{\sqrt{80}};\ 172 + 2 \cdot \frac{6}{\sqrt{80}}\right)$; es decir, (170,66; 173,34)

Tenemos una confianza del 95,44% de que la estatura media de toda la población está entre 170,66 y 173,34 cm.

<u>EJERCICIO 10</u> : La media de las medidas de los diámetros de una muestra aleatoria de 200 bolas de rodamiento, fabricadas por cierta máquina, fue de 0,824 cm, y la desviación típica fue de 0,042 cm. Halla los límites de confianza al 95% para el diámetro medio de las bolas fabricadas por esa máquina.

Solución: X ~ N(μ;0,042), n = 200, $\bar{x}$ = 0,824

El intervalo de confianza es de la forma: $\left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}};\ \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$

Para el 95%, 1 - α = 0,95 ; α = 0,025 ⇒ P[Z ≤ $z_{\alpha/2}$] = 1 - α/2 ⇒ P[Z ≤ $z_{\alpha/2}$] = 0,975 ⇒ $z_{\alpha/2}$ = 1,96

Por tanto, el intervalo será: $\left(0{,}824 - 1{,}96 \cdot \frac{0{,}042}{\sqrt{200}};\ 0{,}824 + 1{,}96 \cdot \frac{0{,}042}{\sqrt{200}}\right)$; es decir: (0,818; 0,830)

Tenemos la confianza del 95% de que la media de la población está comprendida entre 0,818 y 0,830 cm.

ERRORES

<u>EJERCICIO 11</u> : El peso, en kilogramos, de un determinado colectivo se distribuye según una normal de desviación típica igual a 5 kg.
¿Cuántos individuos debemos seleccionar en la muestra si queremos que la media de la muestra no difiera en más de 1kg de la media de la población, con probabilidad 0,95?

Solución: $\sigma = 5$ kg y $E = 1$ kg.

El error máximo admisible es $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Para el 95%, $1 - \alpha = 0,95$; $\alpha = 0,025 \Rightarrow P[Z \le z_{\alpha/2}] = 1 - \alpha/2 \Rightarrow P[Z \le z_{\alpha/2}] = 0,975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$

Sustituimos en la expresión anterior y despejamos n:

$$1 = 1{,}96 \cdot \frac{5}{\sqrt{n}} \quad \rightarrow \quad \sqrt{n} = 1{,}96 \cdot 5 = 9{,}8 \quad \rightarrow \quad n = 96{,}04$$

Habrá que tomar una muestra de, al menos, 97 individuos.

<u>EJERCICIO 12</u> : En una muestra de 1 000 personas, mayores de 18 años, de una ciudad, hemos obtenido una estatura media de 1,72 m y una desviación típica de 0,4 m.
Con estos datos, hemos concluido que, la estatura media de los habitantes mayores de 18 años de esa ciudad está entre 170 cm y 174 cm. ¿Con qué nivel de confianza hemos llegado a dicha conclusión?

Solución: Sabemos que $E = \frac{174 - 170}{2} = 2 \text{ cm} = 0{,}02 \text{ m}$

Como no conocemos σ, tomamos $s = 0,4$ m. Y sabemos que $n = 1\,000$.

La expresión que nos da el error máximo admisible es $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Sustituyendo en la expresión anterior, tenemos que:

$$0{,}02 = z_{\alpha/2} \cdot \frac{0{,}4}{\sqrt{1\,000}} \quad \rightarrow \quad z_{\alpha/2} = \frac{0{,}02 \cdot \sqrt{1\,000}}{0{,}4} = 1{,}58$$

$P[Z \le z_{\alpha/2}] = 1 - \alpha/2 \Rightarrow P[Z \le 1,58] = 0,9429 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}9429 \quad \rightarrow \quad \alpha = 0{,}1142 \quad \rightarrow \quad 1 - \alpha = 0{,}8858$

El nivel de confianza es del 88,58%.

REPASO

<u>EJERCICIO 13</u> : El peso de una carga de naranjas, en gramos, sigue una distribución *N*(175, 12). Calcula la probabilidad de que una naranja elegida al azar pese:
a) Más de 200 gramos. **b) Entre 150 y 190 gramos.**

Solución:

a) $p[x > 200] = p\left[\frac{x - 175}{12} > \frac{200 - 175}{12}\right] = p[z > 2,08] = 1 - p[z \le 2,08] = 1 - 0,9812 = 0,0188$

b) $p[150 < x < 190] = p\left[\frac{150 - 175}{12} < \frac{x - 175}{12} < \frac{190 - 175}{12}\right] =$

$= p[-2,08 < z < 1,25] = p[z < 1,25] - p[z \le -2,08] =$

$= p[z < 1,25] - p[z \succ 2,08] = p[z < 1,25] - (1 - p[z < 2,08]) = = 0,8944 - (1 - 0,9812) = 0,8756$

<u>EJERCICIO 14</u> : Las puntuaciones obtenidas en un test que se ha pasado a 100 000 personas se distribuyen según una *N* (50, 5). Si tomamos muestras de 100 de esas personas:

a) ¿Cómo se distribuyen las medias muestrales, $\bar{x}$?

b) Calcula la probabilidad de que la media de las puntuaciones en una de esas muestras esté comprendida entre 49 y 51 puntos.

Solución: n = 100

a) $X \sim N(50;5) \Rightarrow \bar{x} \sim N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = N(50;\ 0{,}5)$

b) Como sabemos que $\bar{x}$ es $N(50;\ 0{,}5)$

$$P[49 < \bar{x} < 51] = P\left[\frac{49-50}{0{,}5} < z < \frac{51-50}{0{,}5}\right] = P[-2 < z < 2] = P[z < 2] - P[z \le -2] = P[z < 2] - P[z \ge 2] =$$

$= P\,[z < 2] - (1 - P\,[z < 2]) = 0{,}9772 - 1 + 0{,}9772 = 0{,}9544$

<u>EJERCICIO 15</u> : En una panadería se han pesado 60 panecillos de un determinado tipo, obteniendo una media de 100 gramos y una desviación típica de 9. Halla el intervalo de confianza al 95% para el peso medio de los panecillos de ese tipo.

Solución: $X \sim N(100;9)$ n = 60

El intervalo de confianza es de la forma: $\left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}};\ \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$

Para el 95%, $1 - \alpha = 0{,}95$; $\alpha = 0{,}05 \Rightarrow P[\,Z \le z_{\alpha/2}] = 1 - \alpha/2 \Rightarrow P[\,Z \le z_{\alpha/2}] = 0{,}975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}96$

En este caso sería: $\left(100 - 1{,}96 \cdot \frac{9}{\sqrt{60}};\ 100 + 1{,}96 \cdot \frac{9}{\sqrt{60}}\right)$, es decir: $(97{,}72;\ 102{,}28)$

Tenemos una confianza del 95% de que el peso medio de ese tipo de panecillos esté comprendido entre 97,72 y 102,28 gramos.

<u>EJERCICIO 16</u> : En un test de inteligencia, las puntuaciones se distribuyen según una normal con desviación típica 15. Se desea estimar el valor de la puntuación media poblacional, con un error menor de 3 puntos, y con un nivel de confianza del 95%. ¿De qué tamaño, como mínimo, debemos seleccionar la muestra?

Solución: Sabemos que $\sigma = 15$ y que $E = 3$ puntos.

El error máximo admisible es $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Para el 95%, $1 - \alpha = 0{,}95$; $\alpha = 0{,}05 \Rightarrow P[\,Z \le z_{\alpha/2}] = 1 - \alpha/2 \Rightarrow P[\,Z \le z_{\alpha/2}] = 0{,}975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}96$

Sustituimos en la expresión anterior y obtenemos el valor de *n*:

$3 = 1{,}96 \cdot \frac{15}{\sqrt{n}} \rightarrow \sqrt{n} = \frac{1{,}96 \cdot 15}{3} = 9{,}8 \rightarrow n = 96{,}04$

Habrá que tomar muestras de, al menos, 97 individuos.

<u>EJERCICIO 17</u> : En una muestra de 150 personas de un determinado colectivo, hemos obtenido una edad media de 38 años y una varianza de 36. Con estos datos, hemos concluido que la edad media de la población (de ese colectivo) está comprendida entre 37,04 y 38,96 años. ¿Cuál es el nivel de confianza con el que se ha llegado a dicha conclusión?

Solución: Como no conocemos σ, tomamos $s = \sqrt{36} = 6$ años, y sabemos que $n = 150$ personas.

La expresión que nos da el error máximo admisible es $E = z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Sabemos que $E = \dfrac{38{,}96 - 37{,}04}{2} = 0{,}96$ años.

Sustituyendo en la expresión anterior, obtenemos el valor de $z_{\alpha/2}$:

$$0{,}96 = z_{\alpha/2} \cdot \frac{6}{\sqrt{150}} \quad \rightarrow \quad z_{\alpha/2} = \frac{0{,}96 \cdot \sqrt{150}}{6} \approx 1{,}96 \quad \rightarrow \quad z_{\alpha/2} \approx 1{,}96$$

$P[Z < z_{\alpha/2}] = 1 - \alpha/2 \Rightarrow P[Z < 1{,}96] = 1 - \alpha/2 \Rightarrow P[Z < 1{,}96] = 0{,}975 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0{,}975 \Rightarrow \alpha = 0{,}05$
$\Rightarrow 1 - \alpha = 0{,}95 \Rightarrow$ El nivel de confianza es del 95%

<u>EJERCICIO 18</u> : La duración de las bombillas de cierta marca sigue una distribución normal de media 780 horas, con desviación típica 200. Si consideramos muestras de 50 de esas bombillas, halla el intervalo característico del 95% correspondiente a las medias muestrales.

Solución: $X \sim N(780;200) \Rightarrow$

El intervalo característico es de la forma: $\left(\mu - z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \mu + z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Para el 95%, $1 - \alpha = 0{,}95$; $\alpha = 0{,}05 \Rightarrow P[\,Z \le z_{\alpha/2}] = 1 - \alpha/2 \Rightarrow P[\,Z \le z_{\alpha/2}] = 0{,}975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}96$

Por tanto, el intervalo será: $\left(780 - 1{,}96 \cdot \dfrac{200}{\sqrt{50}};\ 780 + 1{,}96 \cdot \dfrac{200}{\sqrt{50}}\right)$, es decir: $(724{,}56,\ 835{,}44)$

<u>EJERCICIO 19</u> : Se sabe que la presión sistólica de los individuos de una determinada población sigue una distribución N (127, 24). Si extraemos muestras de tamaño 25:
a) ¿Cuál es la distribución de la variable aleatoria media muestral, $\bar{x}$?
b) Calcula la probabilidad de que la media de las presiones sistólicas en una de esas muestras esté comprendida entre 126,5 y 128.

Solución: n = 25

a) $X \sim N(\mu, \sigma) = N(127;24) \Rightarrow \bar{x} \sim N\left(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N(127;\ 4{,}8)$

b) $P[126{,}5 < \bar{x} < 128] = P\left[\dfrac{126{,}5 - 127}{4{,}8} < z < \dfrac{128 - 127}{4{,}8}\right] = P[-0{,}10 < z < 0{,}21] =$

$= P[z < 0{,}21] - P[z \le -0{,}10] = P[z < 0{,}21] - P[z \ge 0{,}10] = P[z < 0{,}21] - (1 - P[z < 0{,}10]) =$
$= 0{,}5832 - (1 - 0{,}5398) = 0{,}123$

<u>EJERCICIO 20</u> : El nivel de colesterol en una persona adulta sana sigue una distribución normal *N*(192, 12). Calcula la probabilidad de que una persona adulta sana tenga un nivel de colesterol:
a) Superior a 200 unidades. **b) Entre 180 y 220 unidades.**

Solución:

a) $p[x > 200] = p\left[\dfrac{x - 192}{12} > \dfrac{200 - 192}{12}\right] = p[z > 0{,}67] = 1 - p[z \le 0{,}67] = 1 - 0{,}7486 = 0{,}2514$

b) $p[180 < x < 220] = p\left[\dfrac{180 - 192}{12} < \dfrac{x - 192}{12} < \dfrac{220 - 192}{12}\right] =$

$= p[-1 < z < 2{,}33] = p[z < 2{,}33] - p[z \le -1] = p[z < 2{,}33] - p[z \ge 1] = p[z < 2{,}33] - (1 - p[z < 1]) =$
$= 0{,}9901 - (1 - 0{,}8413) = 0{,}8314$

<u>EJERCICIO 21</u> : Las ventas diarias, en euros, en un determinado comercio siguen una distribución *N*(950, 200). Calcula la probabilidad de que las ventas diarias en ese comercio:
a) Superen los 1200 euros. b) Estén entre 700 y 1000 euros.

Solución:

a) $p[x > 1200] = p\left[\frac{x-950}{200} > \frac{1200-950}{200}\right] = p[z > 1,25] = 1 - p[z \le 1,25] = 1 - 0,8944 = 0,1056$

b) $p[700 < x < 1000] = p\left[\frac{700-950}{200} < \frac{x-950}{200} < \frac{1000-950}{200}\right] =$

$= p[-1 < z < 0,25] = p[z < 0,25] - p[z \le -1] = p[z < 0,25] - p[z \ge 1] = p[z < 0,25] - (1 - p[z < 1]) =$
$= 0,5987 - (1 - 0,8413) = 0,44$

<u>EJERCICIO 22</u> : En un campamento de verano, hemos pesado a 49 niñas y niños, obteniendo una media de 60 kg y una desviación típica de 6 kg. Halla los límites de confianza al 99% para el peso medio de las niñas y niños del campamento.

Solución: n = 49, $\overline{x} = 60$, s = 6

El intervalo de confianza es de la forma: $\left(\overline{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}};\quad \overline{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$

Para el 99%, $1 - \alpha = 0,99$; $\alpha = 0,01 \Rightarrow P[Z \le z_{\alpha/2}] = 1 - \alpha/2 \Rightarrow P[Z \le z_{\alpha/2}] = 0,995 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2,575$

En este caso será: $\left(60 - 2,575 \cdot \frac{6}{\sqrt{49}};\quad 60 + 2,575 \cdot \frac{6}{\sqrt{49}}\right)$; es decir : (57,79; 62,21)

Tenemos la confianza del 99% de que el peso medio de las niñas y niños del campamento esté entre 57,79 kg y 62,21 kg.

<u>EJERCICIO 23</u> : El peso de los adultos de una población numerosa se distribuye normalmente con varianza 9. ¿Cuántos individuos debemos seleccionar en la muestra si queremos que la media muestral no difiera en más de 1 kg de la media de la población, con probabilidad 0,99?

Solución: Sabemos que $\sigma = \sqrt{9} = 3$ y que $E = 1$ kg.

El error máximo admisible es $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Para el 99%, $1 - \alpha = 0,99$; $\alpha = 0,01 \Rightarrow P[Z \le z_{\alpha/2}] = 1 - \alpha/2 \Rightarrow P[Z \le z_{\alpha/2}] = 0,995 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2,575$

Sustituyendo en la expresión anterior, obtenemos el valor de *n*:

$1 = 2,575 \cdot \frac{3}{\sqrt{n}} \quad \rightarrow \quad \sqrt{n} = 2,575 \cdot 3 = 7,725 \quad \rightarrow \quad n \approx 59,68$

Habrá que tomar una muestra de al menos, 60 individuos.

<u>EJERCICIO 24</u> : Los sueldos de las empleadas y empleados de una empresa se distribuyen según una normal de media 1 500 euros y de desviación típica 300 euros. Si consideramos muestras de tamaño 40, halla el intervalo característico del 99% para los sueldos medios de las muestras.

Solución: X ~ N(1500,300) n = 40

El intervalo característico es de la forma: $\left(\mu - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \mu + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Para el 99%, $1 - \alpha = 0,99$; $\alpha = 0,01 \Rightarrow P[Z \le z_{\alpha/2}] = 1 - \alpha/2 \Rightarrow P[Z \le z_{\alpha/2}] = 0,995 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2,575$

Por tanto, el intervalo será: $\left(1\,500 - 2,575 \cdot \frac{300}{\sqrt{40}};\ 1\,500 + 2,575 \cdot \frac{300}{\sqrt{40}}\right)$, es decir: (1 377,86; 1 622,14)