# 2 Números racionales

## INTRODUCCIÓN

Los conceptos que se estudian en esta unidad ya han sido tratados en cursos anteriores. A pesar de ello, es importante volverlos a repasar, pues los alumnos suelen cometer errores al operar con este tipo de números.

## RESUMEN DE LA UNIDAD

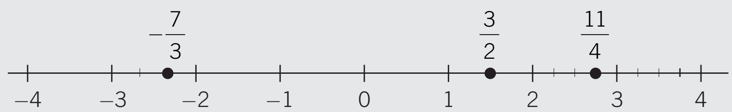
- Una *fracción* consta de numerador y denominador, separados por una raya de fracción.
- Dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{d}{c}$ son *equivalentes* si se cumple que $a \cdot c = b \cdot d$.
- *Fracción irreducible* es aquella fracción que no se puede simplificar más.
- Un número *a*, llamado *base*, elevado a un *exponente n* es igual al resultado de multiplicar *a* por sí mismo *n* veces: $a^n$.
- Un número en *notación científica* es un número entero o decimal, con una sola cifra entera (del 1 al 9), multiplicado por una potencia de base 10.

| OBJETIVOS | CONTENIDOS | PROCEDIMIENTOS |
|---|---|---|
| **1.** Representar y operar con números racionales. | • Representación de los números racionales.<br>• Operaciones con números racionales. | • Localización de números fraccionarios entre números enteros (divisiones de una recta).<br>• Operaciones con fracciones. |
| **2.** Expresar un número decimal en forma de fracción. | • Transformación de un número decimal en una fracción. | • Transformaciones de números decimales en fracciones. |
| **3.** Operar con potencias: multiplicación, división y potencia de una potencia. | • Potencias: base y exponente.<br>• Multiplicación de potencias de la misma base.<br>• División de potencias de la misma base.<br>• Potencia de una potencia.<br>• Potencias de exponente negativo. | • Expresión del producto de varios factores iguales como potencia.<br>• Producto y división de potencias de la misma base.<br>• Potencia de una potencia.<br>• Utilización de las reglas de las operaciones combinadas con potencias.<br>• Operaciones con potencias de exponente negativo. |
| **4.** Expresar un número en notación científica. | • Notación científica. | • Transformación de un número en forma decimal a notación científica. |
| **5.** Realizar operaciones en notación científica. | • Sumas y restas de números con iguales o diferentes exponentes en la potencia de 10.<br>• Productos y cocientes de números con iguales o diferentes exponentes en la potencia de 10. | • Sumas y restas de números, sacando como factor común 10 elevado al exponente común, o elevado al menor de los exponentes no comunes.<br>• Multiplicaciones y divisiones de números, sumando o restando los exponentes de 10. |

# 2 OBJETIVO 1
## REPRESENTAR Y OPERAR CON NÚMEROS RACIONALES

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Representamos los números racionales sobre una recta, en la que los números fraccionarios están comprendidos entre los números enteros.




Para ver cómo se representa un número fraccionario mostramos un ejemplo. Así, para representar el número $\frac{138}{30}$ seguimos estos pasos.

1.º Simplificamos la fracción hasta obtener su fracción irreducible: $\frac{138}{30} = \frac{69}{15} = \frac{23}{5}$

2.º Calculamos la parte entera y la parte decimal: $\frac{23}{5} = 4 + \frac{3}{5}$

3.º Tomamos sobre la recta el intervalo formado por los dos números enteros entre los que está comprendido el número, en este caso [4, 5], y lo dividimos en un número de partes igual que el denominador de la fracción, en este caso, en 5 partes.

Marcamos desde el número 4 tantas partes como indique el numerador, en este caso 3:

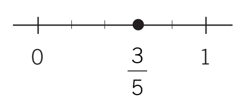

**1** **Representa los siguientes números fraccionarios.**

a) $\frac{540}{900}$

1.º Simplificamos: $\frac{540}{900} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{3}{5}$

2.º Calculamos: $\frac{3}{5} = 0 + \frac{\quad}{\quad}$

3.º Señalamos sobre la recta el intervalo [0, 1].
Lo dividimos en 5 partes iguales.
Marcamos 3 partes e indicamos la posición.

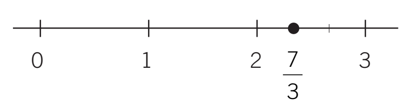



b) $\frac{420}{180}$

1.º Simplificamos: $\frac{420}{180} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{7}{3}$

2.º Calculamos: $\frac{7}{3} = 2 + \frac{\quad}{\quad}$

3.º Señalamos sobre la recta el intervalo [2, 3].
Lo dividimos en 3 partes iguales.
Marcamos 1 parte e indicamos la posición.

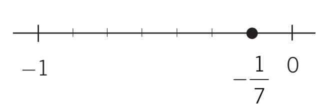



c) $-\frac{210}{1.470}$

1.º Simplificamos: $-\frac{210}{1.470} = -\frac{\quad}{\quad} = -\frac{\quad}{\quad} = -\frac{\quad}{\quad} = -\frac{1}{7}$

2.º Calculamos: $-\frac{1}{7} = 0 - \frac{1}{7}$

3.º Señalamos sobre la recta el intervalo [0, −1], y representamos la fracción.

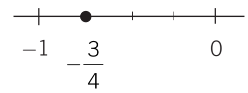


d) $-\dfrac{450}{600}$

1.º Simplificamos: $-\dfrac{450}{600} = -\dfrac{\quad}{\quad} = -\dfrac{\quad}{\quad} = -\dfrac{\quad}{\quad} = -\dfrac{3}{4}$

2.º Calculamos: $-\dfrac{3}{4} = 0 - \dfrac{3}{4}$

3.º Señalamos sobre la recta el intervalo [0, −1] y representamos la fracción.




**SUMA (O RESTA) DE NÚMEROS RACIONALES**

Para sumar (o restar) fracciones con **distinto** denominador, las reducimos a **común** denominador y luego sumamos sus numeradores.

## EJEMPLO

**Efectúa:** $\mathbf{\dfrac{3}{5} - 2 + \dfrac{17}{3}}$

Hallamos el mínimo común múltiplo de los denominadores: m.c.m. (3, 5) = 15

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9}{15} \qquad 2 = \frac{2 \cdot 15}{15} = \frac{30}{15} \qquad \frac{17}{3} = \frac{17 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{85}{15}$$

$$\frac{3}{5} - 2 + \frac{17}{3} = \frac{9}{15} - \frac{30}{15} + \frac{85}{15} = \frac{9 - 30 + 85}{15} = \frac{64}{15}$$

**2** **Realiza las siguientes operaciones.**

a) $4 - \dfrac{5}{3} - \dfrac{3}{2}$ m.c.m. (2, 3) =

$$4 = \frac{4 \cdot \square}{\square} \qquad \frac{5}{3} = \frac{5 \cdot \square}{3 \cdot \square} = \frac{\square}{\square} \qquad \frac{3}{2} = \frac{3 \cdot \square}{2 \cdot \square} = \frac{\square}{\square}$$

$$4 - \frac{5}{3} - \frac{3}{2} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad - \quad - \quad}{\quad} = \frac{5}{6}$$

b) $\dfrac{5}{2} - \left[1 - \left(\dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{4}\right)\right]$ m.c.m. (3, 4) = 12

Efectuamos primero la suma del paréntesis:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot \square}{12} + \frac{1 \cdot \square}{12} = \frac{\square + \square}{12} = \frac{11}{12}$$

$$\frac{5}{2} - \left[1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right)\right] = \frac{5}{2} - \left[1 - \frac{11}{12}\right] = \frac{5}{2} - \frac{1}{12} = \frac{5 \cdot \square}{12} - \frac{1}{12} = \frac{\square - \square}{12} = \frac{29}{12}$$

c) $3 - \left(\dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{5}\right)$ m.c.m. (3, 5) = 15

Efectuamos primero la resta del paréntesis:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot \square}{15} - \frac{1 \cdot \square}{15} = \frac{\square - \square}{15} = \frac{2}{15}$$

$$3 - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) = 3 - \frac{2}{15} = \frac{3 \cdot \square}{15} - \frac{2}{15} = \frac{43}{15}$$

**PRODUCTO (O COCIENTE) DE NÚMEROS RACIONALES**

- Para multiplicar dos fracciones, efectuamos el producto de los numeradores y lo dividimos entre el producto de los denominadores.
- Para dividir dos fracciones, multiplicamos la primera fracción por la inversa de la segunda.

**EJEMPLO**

$$\mathbf{\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{7}} = \frac{1\cdot 5}{3\cdot 7} = \frac{5}{21}$$

$$\mathbf{\frac{1}{3} : \frac{5}{7}} = \frac{1}{3}\cdot\frac{7}{5} = \frac{1\cdot 7}{3\cdot 5} = \frac{7}{15}$$

$$\mathbf{\frac{2}{5} : 3} = \frac{2}{5} : \frac{3}{1} = \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{3} = \frac{2\cdot 1}{5\cdot 3} = \frac{2}{15}$$

**3** **Efectúa las siguientes operaciones.**

a) $\frac{2}{3}\cdot\frac{(-1)}{5}\cdot\frac{7}{2} = \frac{\square\cdot(\square)\cdot\square}{\square\cdot\square\cdot\square} = \frac{}{}$

b) $\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{5}\right) : \frac{(-3)}{7} = \left(\frac{\square}{\square}\right)\cdot\frac{7}{(-3)} = \frac{\square\cdot\square}{\square\cdot(-3)} = \frac{}{}$

c) $\left[3\cdot\frac{1}{4}\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)\right] : \left[(-5) : \frac{1}{2}\right] = \left[\frac{\square\cdot(-2)}{\square}\right] : \left[(-5)\cdot\frac{2}{1}\right] = \left(\frac{}{}\right) : \left(\frac{}{}\right) = \left(\frac{}{}\right)\cdot\left(\frac{}{}\right) = \left(\frac{}{}\right) = \frac{3}{100}$

d) $\left(\frac{1}{3} : \frac{5}{7}\right)\cdot\left(7 : \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{3}\cdot\frac{7}{5}\right)\cdot\left(7\cdot\frac{2}{1}\right) = \left(\frac{}{}\right)\cdot\left(\frac{}{}\right) = \frac{}{}$

**POTENCIA DE UN NÚMERO RACIONAL**

Para elevar una fracción a una potencia, se elevan el numerador y el denominador a dicha potencia.

**EJEMPLO**

$$\left(-\mathbf{\frac{3}{5}}\right)^{\mathbf{3}} = \frac{(-3)^3}{5^3} = \frac{-27}{125}$$

**4** **Haz estas operaciones.**

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^3 - \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{}{} - \frac{}{} = \frac{\square - \square}{200} = \frac{\ -\ }{200} = \frac{667}{200}$

b) $5 - \left(\frac{1}{3}\right)^5 = 5 - \frac{1}{} = \frac{\ -\ }{27} = \frac{134}{27}$

c) $3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 3 + \frac{}{} - \frac{}{} = \frac{\ +\ -\ }{36} = \frac{113}{36}$

**OPERACIONES COMBINADAS CON NÚMEROS RACIONALES**

La jerarquía de las operaciones es:

- Primero se hacen las operaciones de los paréntesis.
- Después, se calculan las potencias, si las hubiera.
- A continuación, se efectúan las multiplicaciones y divisiones.
- Por último, se resuelven las sumas y restas.
- Siempre se opera respetando el orden en que están escritas las operaciones, de izquierda a derecha.

**EJEMPLO**

$$\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{5}\right):\left(3-\frac{1}{7}+\frac{1}{2}\right)$$

Hay dos bloques, con los que debemos operar por separado:

$$\frac{3}{2}+\frac{1}{5}=\frac{3\cdot 5}{2\cdot 5}+\frac{1\cdot 2}{5\cdot 2}=\frac{15}{10}+\frac{2}{10}=\frac{17}{10}$$

$$3-\frac{1}{7}+\frac{1}{2}=\frac{3\cdot 7\cdot 2}{7\cdot 2}-\frac{1\cdot 2}{7\cdot 2}+\frac{1\cdot 7}{2\cdot 7}=\frac{42}{14}-\frac{2}{14}+\frac{7}{14}=\frac{42-2+7}{14}=\frac{47}{14}$$

Operamos y simplificamos:

$$\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{5}\right):\left(3-\frac{1}{7}+\frac{1}{2}\right)=\frac{17}{10}:\frac{47}{14}=\frac{17\cdot 14}{10\cdot 47}=\frac{238}{470}=\frac{119}{235}$$

**5** **Efectúa las operaciones.**

a) $\left(\frac{1}{5}\right)^3-\left[\left(\frac{1}{5}\right)^{7-4}\right]=\left(\frac{1}{5}\right)^3-\left(\frac{1}{5}\right)^3=0$

b) $\left(1+\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)=\left(\frac{\quad+\quad}{3}\right)-\left(\frac{\quad+\quad}{4}\right)+\left(\frac{\quad-\quad}{12}\right)=\frac{\quad}{\quad}-\frac{\quad}{\quad}+\frac{\quad}{\quad}=$

$=\frac{\quad-\quad+\quad}{12}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

c) $\dfrac{3+\frac{1}{7}}{\frac{1}{2}+\frac{3}{14}}=\dfrac{\frac{\quad+\quad}{7}}{\frac{\quad+\quad}{14}}=\frac{\quad}{7}\cdot\frac{14}{\quad}=\frac{308}{70}=\frac{154}{35}=\frac{22}{5}$

d) $\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)+\left(3-\frac{1}{2}\right)-\left(2+\frac{1}{5}\right)=\frac{\quad}{\quad}+\frac{\quad}{2}-\frac{\quad}{5}=\frac{\quad+\quad-\quad}{30}=-\frac{16}{30}$

e) $\left(2-\frac{1}{5}\right)\cdot\left(3+\frac{1}{2}\right):\left(4-\frac{2}{3}\right)=\frac{\quad}{5}\cdot\frac{\quad}{2}:\frac{\quad}{3}=\frac{\quad}{5}\cdot\frac{\quad}{2}\cdot\frac{3}{\quad}=\frac{189}{100}$

# 2 OBJETIVO 2
## EXPRESAR UN NÚMERO DECIMAL EN FORMA DE FRACCIÓN

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Para expresar un número fraccionario en **forma decimal**, y viceversa, se divide el numerador entre el denominador.

**EJEMPLO**

**a)** $\dfrac{\mathbf{49}}{\mathbf{20}} = 2{,}45 \rightarrow$ Decimal exacto

**b)** $\dfrac{\mathbf{86}}{\mathbf{11}} = 7{,}8181\ldots = 7{,}\widehat{81} \rightarrow$ Decimal periódico puro

**c)** $\dfrac{\mathbf{87}}{\mathbf{66}} = 1{,}31818\ldots = 1{,}3\widehat{18} \rightarrow$ Decimal periódico mixto

Para pasar un número en forma decimal a fracción, y viceversa, operamos de manera diferente en cada uno de los tres casos anteriores.

**EJEMPLO**

**a) Decimal exacto:**

$$2{,}4625 = \frac{24.625}{10.000} = \frac{4.925}{2.000} = \frac{985}{400} = \frac{197}{80}$$

**b) Decimal periódico puro:**

Se resta la parte entera

$$3{,}\widehat{45} = \frac{345 - 3}{99} = \frac{342}{99} = \frac{114}{33} = \frac{38}{11}$$

Se ponen tantos 9 como cifras tenga la parte periódica

Cifras de la parte entera y la parte decimal no periódica

**c) Decimal periódico mixto:**

$$3{,}21\widehat{7} = \frac{3.217 - 321}{900} = \frac{2.896}{900} = \frac{1.448}{450} = \frac{724}{225}$$

Se ponen tantos 9 como cifras tenga la parte periódica y tantos 0 como cifras tenga la parte anteperiódica

**1** **Obtén la fracción generatriz de los siguientes números.**

a) $0{,}87 = \dfrac{87}{100}$

b) $0{,}\widehat{3} = \text{\_\_\_} = \dfrac{1}{3}$

c) $3{,}15\widehat{27} = \dfrac{31.527 - 315}{9.900} =$

$= \text{\_\_\_} = \text{\_\_\_} = \text{\_\_\_}$

d) $2{,}\widehat{45} = \text{\_\_\_} = \text{\_\_\_} = \dfrac{27}{11}$

e) $0{,}0\widehat{15} = \text{\_\_\_} = \text{\_\_\_} = \dfrac{1}{66}$

f) $-235{,}75 = -\text{\_\_\_} = -\text{\_\_\_} = -\text{\_\_\_}$

g) $6{,}\widehat{2} = \dfrac{-}{\text{\_\_\_}} = \text{\_\_\_}$

**2** **Expresa en forma decimal las fracciones y en forma fraccionaria los decimales.**

| | | |
|---|---|---|
| a) $\dfrac{9}{8}$ | f) $\dfrac{9}{11}$ | k) $\dfrac{101}{90}$ |
| b) 7,35 | g) 0,278 | l) 1,0435 |
| c) $13{,}\overset{\frown}{7}$ | h) $6{,}1\overset{\frown}{6}$ | m) $1{,}\overset{\frown}{274}$ |
| d) $8{,}9\overset{\frown}{1}$ | i) 18,57 | n) $0{,}31\overset{\frown}{5}$ |
| e) $\dfrac{48}{10}$ | j) $2{,}26\overset{\frown}{5}$ | ñ) $0{,}01\overset{\frown}{23}$ |

**3** **Indica si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas, justificando tu respuesta y poniendo ejemplos en el caso de que no sean ciertas.**

a) Cualquier número decimal puede expresarse en forma de fracción.

b) Cualquier número entero puede expresarse como una fracción.

c) En un número decimal periódico, las cifras decimales se repiten indefinidamente después de la coma.

d) Si un número decimal tiene como período la cifra 0, es un número entero.

e) Una fracción se puede expresar siempre como un número decimal.

# 2 OBJETIVO 3
## OPERAR CON POTENCIAS: MULTIPLICACIÓN, DIVISIÓN Y POTENCIA DE UNA POTENCIA

NOMBRE: ______________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

**POTENCIA**

Un número *a*, llamado base, elevado a un exponente *n* es igual al resultado de multiplicar *a* por sí mismo *n* veces:

$$\overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \ldots a}^{n \text{ veces}} = a^n$$ Se lee: «*a* elevado a *n*».

$a^n$
- ***n*: exponente**, indica cuántas veces se multiplica la base por ella misma.
- ***a*: base**

**EJEMPLO**

**6 · 6 · 6** $= 6^3$

Se lee: «seis elevado a tres».

**1 Completa.**

a) $29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 = \square$ «______________»

b) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = \square$ «______________»

c) $\boxed{\phantom{00000000}} = 13^5$ «______________»

d) $\boxed{\phantom{00000000}} = \square$ «Siete elevado a cuatro»

**MULTIPLICACIÓN DE POTENCIAS**

- Como las potencias son multiplicaciones, se va a trabajar con ellas cuando multiplicamos o dividimos:

$$3^4 \cdot 3^3 = \overbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}^{} \cdot \overbrace{3 \cdot 3 \cdot 3}^{} = 3^7$$

$$5^2 \cdot 5^4 = \overbrace{5 \cdot 5}^{} \cdot \overbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}^{} = 5^{6} \leftarrow \textbf{exponente}$$

- Las potencias han de tener la **misma base** para unificar el exponente.

$3^2 \cdot 5^4 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ (no se puede poner con el mismo exponente)

- La fórmula general para **multiplicar potencias de la misma base** es:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

**2 Realiza las siguientes operaciones.**

a) $10^2 \cdot 10^5 =$

b) $7^4 \cdot 7^2 = 7^{\square}$

c) $11^3 \cdot 11^2 \cdot 11 =$

d) $3^2 \cdot 3^6 =$

e) $3^3 \cdot 3^3 \cdot 3^5 =$

f) $\square \cdot 3^5 = 3^7$

g) $11^3 \cdot 11^3 =$

h) $19^5 \cdot 19^7 =$

i) $2^2 \cdot \square = 2^5$

**DIVISIÓN DE POTENCIAS**

- Para dividir potencias con igual base, se deja la base y se restan los exponentes: $a^n : a^m = a^{n-m}$
- La división entre potencias de distinta base no se puede realizar, y debe quedar indicada.

**EJEMPLO**

$$7^5 : 7^2 = \frac{7^5}{7^2} = \frac{\cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}{\cancel{7} \cdot \cancel{7}} = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^3$$

**3** **Opera con las siguientes potencias.**

a) $5^6 : 5^4 = \frac{5^6}{5^4} = \text{\_\_\_\_\_\_\_\_} = 5 \cdot 5 = \square$

b) $3^7 : 3^4 = \frac{\square}{\square} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}} = \square \cdot \square \cdot \square = \square$

c) $11^5 : 11^3 =$

d) $13^6 : 13^2 =$

e) $7^2 : 7^3 =$

**4** **Realiza estas divisiones.**

a) $3^5 : 3^4 = \square$

b) $\square : 7^2 = 7^5$

c) $4^6 : \square = 4^3$

d) $12^7 : 12^4 = \square$

e) $5^7 : \square = 5^2$

f) $6^{12} : 6^5 = \square$

- A veces se combinan las operaciones de multiplicación y división. En estos casos, se realizan las distintas operaciones, paso a paso:

$$\frac{3^2 \cdot 3^5 \cdot 3}{3^6} = \frac{3^8}{3^6} = 3^2$$

$$\frac{5^6 \cdot 5^3}{5^2 \cdot 5^3} = \frac{5^9}{5^5} = 5^4$$

- Hay que tener en cuenta que solo se puede operar cuando se unifiquen las bases de las potencias:

$$\frac{7^2 \cdot 7^3 \cdot 5^2}{7^2 \cdot 7} = \frac{7^5 \cdot 5^2}{7^3} = 7^2 \cdot 5^2$$

**5** **Completa las siguientes operaciones.**

a) $(2^5 \cdot 2^4) : (2^3 \cdot 2^2) = \frac{\text{\_\_\_\_\_\_\_\_}}{} = \frac{2^{\square}}{2^{\square}} = \square$

b) $(11^5 \cdot 11^2 \cdot 11^3) : (11^4 \cdot 11) =$

c) $(10^5 : 10^2) \cdot 10^5 = \frac{\square}{\square} \cdot \square = \square$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

**POTENCIA DE UNA POTENCIA**

Si elevamos una potencia a otra potencia, el resultado es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es el producto de los exponentes:

$$(a^n)^p = a^{n \cdot p}$$

**EJEMPLO**

$(7^2)^3 = (7 \cdot 7)^3 = (7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7) = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^6$

$(5^4)^2 = (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5)^2 = (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) = 5^8$

**6** **Completa las siguientes operaciones.**

a) $(7^3)^4 = 7^{\square}$

b) $(3^3)^{\square} = 3^{15}$

c) $(6^2)^{\square} = 6^{12}$

d) $(9^3)^{\square} = 9^{15}$

e) $(4^2)^{\square} = 4^8$

f) $(2^5)^2 = 2^{\square}$

g) $(5^3)^4 = 5^{\square}$

h) $(10^2)^3 = 10^{\square}$

Hay también operaciones combinadas que presentan las tres operaciones estudiadas hasta el momento.

| $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ | $a^m : a^n = a^{m-n}$ | $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ |
|---|---|---|
| **Multiplicación** | **División** | **Potencia de una potencia** |

**EJEMPLO**

$$(2^5 \cdot 2^4) : (2^2)^3 = \frac{2^5 \cdot 2^4}{(2^2)^3} = \frac{2^9}{2^6} = 2^3$$

**7** **Realiza estas operaciones.**

a) $(3^5 : 3^2)^3 = \left(\frac{\square}{\square}\right)^3 = (\square)^3 =$

b) $(5^7 : 5^3) \cdot (5^6 : 5^2) = \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square}$

c) $(10^3)^4 : (10^2 \cdot 10^3) =$

d) $(4^2)^3 \cdot (4^5)^2 =$

e) $(6^5 : 6^2) \cdot (6^3)^4 =$

**POTENCIA DE EXPONENTE NEGATIVO**

- Al efectuar una división de potencias, el resultado puede ser una potencia de exponente negativo:

$$7^3 : 7^5 = \frac{7^3}{7^5} = \frac{\cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7}}{7 \cdot 7 \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7}} = \frac{1}{7 \cdot 7} = \frac{1}{7^2} = 7^{-2}$$

- Si hay exponentes negativos, podemos transformarlos en una fracción: $\frac{1}{a^n}$

$$3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{81}$$

- En general, las potencias de exponente negativo se definen: $\boldsymbol{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$
- Las potencias de exponente negativo cumplen las propiedades que ya conocemos para las potencias de exponente natural.

**8** **Opera con potencias de exponentes negativos.**

a) $5^2 \cdot 3^{-2} = 5^2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{5^2}{3^{\square}} = \frac{25}{\square}$

b) $5^2 \cdot 5^{-7} \cdot 5^3 = 5^2 \cdot \frac{1}{\square} \cdot 5^3 = \frac{5^2 \cdot 5^3}{\square} = \square$

c) $6^3 \cdot 2^{-4} = 6^3 \cdot \frac{1}{\square} = (2 \cdot 3)^3 \cdot \frac{1}{\square} = \frac{2^3 \cdot 3^3}{\square} = \square$

$\boxed{6 = 2 \cdot 3}$

d) $4^3 \cdot 2^{-3} \cdot 8 = 4^3 \cdot \frac{\square}{\square} \cdot 8 = (2 \cdot 2)^3 \cdot \frac{\square}{\square} \cdot 2^3 = \frac{\square}{\square} =$

$\boxed{4 = 2 \cdot 2}$

$\boxed{8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3}$

**9** **Expresa en forma de potencia de la base indicada en cada caso.**

| OPERACIÓN | BASE | RESULTADO |
|---|---|---|
| $9^{-7} \cdot 9^{11}$ | 3 | |
| $4^6 : 8^{-3}$ | 2 | |
| $(25^9)^{-3}$ | 5 | |
| $(16^{-5} : 4^3)^{-2}$ | 2 | |
| $(49^{-3})^4 : 7^{-6}$ | 7 | |

# 2 OBJETIVO 4
# EXPRESAR UN NÚMERO EN NOTACIÓN CIENTÍFICA

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Para expresar un número en notación científica, lo escribimos con una sola cifra, distinta de cero, como parte entera y las otras cifras decimales, multiplicado por una potencia de 10 con exponente igual a:

- el número de cifras que hemos pasado a la parte decimal, o
- menos el número de posiciones que hemos saltado para conseguir que la primera cifra sea entera.

## EJEMPLO

| | |
|---|---|
| **5.438** $= 5{,}438 \cdot 10^3$ | 3 cifras hemos tenido que pasar a decimales. |
| **34,7** $= 3{,}47 \cdot 10^1$ | 1 cifra hemos tenido que pasar a decimal. |
| **800** $= 8 \cdot 10^2$ | 2 cifras hemos tenido que pasar a decimales. |
| **0,00748** $= 7{,}48 \cdot 10^{-3}$ | 3 saltos hemos tenido que dar para conseguir que la primera cifra: 7, esté en la parte entera. |
| **0,356** $= 3{,}56 \cdot 10^{-1}$ | 1 salto hemos tenido que dar para conseguir que la primera cifra: 3, esté en la parte entera. |
| **0,0691** $= 6{,}91 \cdot 10^{-2}$ | 2 saltos hemos tenido que dar para conseguir que la primera cifra: 6, esté en la parte entera. |

**1** **Expresa en notación científica los siguientes números.**

a) $2.000.000 = 2{,}000000 \cdot 10^6 = 2 \cdot 10^6$

b) 4.000 = __________

c) 100 = __________

d) 700 = __________

e) 10 = __________

f) 80.000 = __________

g) 5.000.000 = 5 · __________

**2** **Expresa en notación científica estos números con parte entera y parte decimal.**

a) $990{,}85 = 9{,}9085 \cdot 10^2$

b) 340 = 3,4 · __________

c) 655,1 = 6,551 · __________

d) 567.765,22 = __________

e) 15,35 = __________

f) 340,05 = 3,4005 · __________

g) 37,986 = 3,7986 · __________

h) 4,4 = __________

i) 3,45 = __________

**3** **Expresa los números decimales en notación científica.**

a) $0{,}0567 = 5{,}67 \cdot 10^{-2}$

b) 0,000045 = 4,5 · __________

c) 0,0000061 = __________

d) 0,093 = __________

e) 0,367 = 3,67 · __________

f) 0,0073 = __________

g) 0,000101 = __________

h) 0,0007 = __________

i) 0,4765 = __________

OBJETIVO 5

# REALIZAR OPERACIONES EN NOTACIÓN CIENTÍFICA



NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Para efectuar operaciones con números expresados en notación científica, hay que seguir unas sencillas reglas, que vamos a ver con ejemplos y para hacerlo después con calculadora, es importante aprender a calcular primero sin ella, pues funciona según las mismas reglas.

## EJEMPLO

1.er CASO: cuando las potencias de 10 están elevadas al **mismo exponente**, un número entero positivo o negativo.

**Efectúa la suma $13{,}42 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^5$.**

En este caso, las dos potencias de 10 están elevadas al mismo exponente: 5, de forma que podemos **sacar factor común**. El resultado se da en notación científica.

$$13{,}42 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^5 = (13{,}42 + 4) \cdot 10^5 = 17{,}42 \cdot 10^5 = 1{,}742 \cdot 10^6$$

**1** **Haz las siguientes sumas y restas en notación científica.**

a) $6 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^3 = (\_\_\_ - \_\_\_ + \_\_\_) \cdot 10^3 = 8 \cdot 10^3$

b) $[101{,}17 \cdot 10^2 - 5{,}87 \cdot 10^2] \cdot 3 = [(\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_) \cdot 10^2] \cdot 3 = [\_\_\_\_\_ \cdot 10^2] \cdot 3 = 2{,}859 \cdot 10^4$

c) $(33{,}3 \cdot 10 + 2{,}5 \cdot 10 - 6{,}7 \cdot 10) \cdot \frac{2}{7} = [(\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_) \cdot 10] \cdot \frac{2}{7} =$

$= [\_\_\_\_\_ \cdot 10] \cdot \frac{2}{7} = 8{,}31 \cdot 10$

## EJEMPLO

2.º CASO: cuando las potencias de 10 están elevadas a **distintos exponentes enteros positivos**.

**Efectúa la resta $6{,}74 \cdot 10^5 - 2{,}85 \cdot 10^3$.**

Observa que, en este caso, las dos potencias de 10 están elevadas a números distintos: 5 y 3, de manera que no podemos sacar factor común directamente. Hay que expresar los dos números en función de la **potencia de menor valor**, en este caso 3.

$2{,}85 \cdot 10^3$

$6{,}74 \cdot 10^5 = 6{,}74 \cdot 10^2 \cdot 10^3 = 674 \cdot 10^3$

$6{,}74 \cdot 10^5 - 2{,}85 \cdot 10^3 = 674 \cdot 10^3 - 2{,}85 \cdot 10^3 = (674 - 2{,}85) \cdot 10^3 = 671{,}15 \cdot 10^3$

Una vez efectuada la operación, convertimos el resultado en notación científica:

$671{,}15 \cdot 10^3 = 6{,}7115 \cdot 10^5$

**2** **Haz las siguientes sumas y restas en notación científica.**

a) $2{,}71 \cdot 10^3 - 1{,}9 \cdot 10^2 + 5{,}43 \cdot 10^4 = 2{,}71 \cdot 10 \cdot 10^2 - 1{,}9 \cdot 10^2 + 5{,}43 \cdot 10^2 \cdot 10^2 =$

$= \_\_\_\_\_ \cdot 10^2 - \_\_\_\_\_ \cdot 10^2 + \_\_\_\_\_ \cdot 10^2 = (\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_) = 568{,}2 \cdot 10^2$

b) $3{,}76 \cdot 10^4 - 5{,}78 \cdot 10^3 = 3{,}76 \cdot 10 \cdot 10^3 - 5{,}78 \cdot 10^3 = \_\_\_\_\_ \cdot 10^3 - \_\_\_\_\_ \cdot 10^3 =$

$= (\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_) \cdot \_\_\_\_\_ = 31{,}82 \cdot 10^3$

c) $5{,}25 \cdot 10^4 + 60{,}4 \cdot 10^3 = \_\_\_\_\_ \cdot 10 \cdot 10^3 + \_\_\_\_\_ \cdot 10^3 = 5{,}854 \cdot 10^5$

**EJEMPLO**

3.er CASO: cuando las potencias de 10 están elevadas a **distintos exponentes**, con números enteros negativos.

**Efectúa la suma $2{,}5 \cdot 10^{-5} + 9{,}6 \cdot 10^{-4}$.**

En este caso, las dos potencias de 10 están elevadas a distintos números enteros negativos: $-5$ y $-4$, por lo que para sacar factor común elegimos el mayor de ellos, $-4$, y procedemos así:

$$2{,}5 \cdot 10^{-5} = 2{,}5 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-4}$$
$$9{,}6 \cdot 10^{-4}$$
$$2{,}5 \cdot 10^{-5} + 9{,}6 \cdot 10^{-4} = 2{,}5 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-4} + 9{,}6 \cdot 10^{-4} = 0{,}25 \cdot 10^{-4} + 9{,}6 \cdot 10^{-4} =$$
$$= (0{,}25 + 9{,}6) \cdot 10^{-4} = 9{,}85 \cdot 10^{-4}$$

**3** **Haz estas sumas y restas en notación científica.**

a) $2{,}32 \cdot 10^{-3} - 3{,}76 \cdot 10^{-4}$
Como $10^{-4} = 10^{-1} \cdot 10^{-3}$, resulta que:
$2{,}32 \cdot 10^{-3} - 3{,}76 \cdot 10^{-4} = 2{,}32 \cdot 10^{-3} - 3{,}76 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} = (2{,}32 - 0{,}376) \cdot 10^{-3} = 1{,}944 \cdot 10^{-3}$

b) $7{,}9 \cdot 10^{-6} + 5{,}5 \cdot 10^{-5} = \_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_ + \_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_ = \_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_ + \_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_ =$
$= (\_\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_\_) \cdot 10^{-5} = 6{,}29 \cdot 10^{-5}$

c) $3 \cdot 10^{-6} - 2 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-4} - 8 \cdot 10^{-5} = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} - 8 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3} =$
$= (\_\_\_\_ - 2 + \_\_\_\_ - \_\_\_\_) \cdot 10^{-3} = -1{,}677 \cdot 10^{-3}$

**EJEMPLO**

**Efectúa el producto $(6{,}2 \cdot 10^5) \cdot (4 \cdot 10^3)$.**

Multiplicamos los números: $6{,}2 \cdot 4 = 24{,}8$; y por otro lado, multiplicamos las potencias: $10^5 \cdot 10^3 = 10^8$

$$(6{,}2 \cdot 10^5) \cdot (4 \cdot 10^3) = 24{,}8 \cdot 10^8 = 2{,}48 \cdot 10^9$$

**Efectúa la división $(6{,}2 \cdot 10^5) : (4 \cdot 10^3)$.**

Dividimos los números: $6{,}2 : 4 = 1{,}55$; y por otro lado, dividimos las potencias: $10^5 : 10^3 = 10^2$

$$(6{,}2 \cdot 10^5) : (4 \cdot 10^3) = 1{,}55 \cdot 10^2$$

**4** **Realiza los productos y cocientes en notación científica.**

a) $(5 \cdot 10^4) \cdot (12 \cdot 10^7) = (5 \cdot 12) \cdot 10^{4+7} = 60 \cdot 10^{11}$

b) $(34{,}4 \cdot 10^{-5}) \cdot (6{,}1 \cdot 10^4) = (\_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_) \cdot 10^{\_\_\_} = 209{,}84 \cdot 10^{-1}$

c) $(60 \cdot 10^5) : (3 \cdot 10^6) = (60 : 3) \cdot 10^{\_\_\_} = 20 \cdot 10^{-1}$

**5** **Efectúa las operaciones combinadas en notación científica.**

a) $[(3 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^5) : (5 \cdot 10^3)] - [(2 \cdot 10^{-4} - 5 \cdot 10^{-4}) \cdot 10^4] = (2 \cdot 10^{\_\_\_}) - (-3 \cdot 10^0) =$
$= 200 + 3 = 203 = 2{,}03 \cdot 10^2$

b) $(6 \cdot 10^{-3}) : (8 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3}) = (6 \cdot 10^{-3}) : [(\_\_\_\_ - \_\_\_\_ - \_\_\_\_) \cdot 10^{-3}] =$
$= (6 \cdot 10^{-3}) : (\_\_\_\_ \cdot 10^{-3}) = 2 \cdot 10^0 = 2$