1 Números reales

INTRODUCCIÓN

Los conceptos que se estudian en esta unidad ya han sido tratados en cursos anteriores. A pesar de ello, es importante volverlos a repasar, pues los alumnos suelen cometer errores al operar con este tipo de números.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- Un *número* es el resultado de sumar los valores de posición de sus cifras.
- El *máximo común divisor* (*m.c.d.*) de dos números es el mayor de sus divisores comunes.
- El *mínimo común multiplo* (*m.c.m.*) de dos números es el menor de sus múltiplos comunes.
- *Truncar* las cifras decimales de un número hasta un orden determinado consiste en cambiar por ceros las cifras que vienen a continuación de dicho orden.
- *Redondear* un número decimal es estimar si se suma o no una unidad a la cifra que ocupa la posición a la que se va a redondear el número.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Reconocer el valor de cada una de las cifras de un número.	• Valor de cada cifra en función de la posición que ocupa. • Expresión polinómica de un número.	• Identificación de la posición que ocupa cada cifra en un número y su valor. • Desarrollo de un número en forma polinómica.
2. Hallar el máximo común divisor (m.c.d.) de dos números.	• Máximo común divisor (m.c.d.) de dos números.	• Obtención de los divisores de dos números y selección del mayor divisor común.
3. Hallar el mínimo común múltiplo (m.c.m.) de dos números.	• Mínimo común múltiplo (m.c.m.) de dos números.	• Obtención de los primeros múltiplos de dos números y selección del menor múltiplo común.
4. Representar y operar con números enteros.	• Representación de los números enteros. • Valor absoluto de un número entero. • Operaciones con números enteros.	• Localización de números enteros sobre las divisiones de una recta. • Obtención del valor absoluto de números enteros. • Operaciones con números enteros.
5. Representar y operar con números racionales.	• Representación de los números racionales. • Operaciones con números racionales.	• Localización de números fraccionarios entre números enteros (divisiones de una recta). • Operaciones con fracciones.
6. Expresar un número decimal en forma de fracción.	• Transformación de un número decimal en una fracción.	• Transformaciones de números decimales en fracciones.
7. Aproximar un número decimal.	• Aproximación por truncamiento y redondeo.	• Truncamiento y redondeo de un número decimal hasta un orden.
8. Calcular el error que cometemos al aproximar un número decimal.	• Error absoluto. • Cota o margen de error. • Error relativo.	• Obtención de los errores absoluto y relativo al aproximar un número decimal. • Determinación de la cota de error.

1 OBJETIVO 1
RECONOCER EL VALOR DE CADA UNA DE LAS CIFRAS DE UN NÚMERO

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

En un número, el **valor** de cada cifra depende de la **posición** que ocupe.
Una cifra escrita a la izquierda de otra cifra representa unidades de un orden inmediato superior.

EJEMPLO

En el número 3.125.479,275:

3 representa las unidades de millón.
1 representa las centenas de millar.
2 representa las decenas de millar.
5 representa las unidades de millar.
4 representa las centenas.
7 representa las decenas.
9 representa las unidades.
2 representa las décimas.
7 representa las centésimas.
5 representa las milésimas.

EXPRESIÓN POLINÓMICA DE UN NÚMERO
Un número es el resultado de sumar los valores de posición de cada una de sus cifras.

EJEMPLO

$$\mathbf{3.025.079} = 3 \cdot 10^6 + ... + 2 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + ... + 7 \cdot 10 + 9$$
$$\mathbf{35{,}012} = 3 \cdot 10 + 5 + ... + 1 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3}$$

La cifra 0 no aporta valor al número, independientemente de la posición que ocupe.

1 **Identifica las cifras y escribe en forma polinómica los siguientes números.**

a) 83
8 → decenas
3 → unidades

$$83 = 8 \cdot 10 + 3$$

b) 511,3
5 → centenas
1 → decenas
1 → __________
3 → décimas

$$511{,}3 = 5 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 1 + 3 \cdot 10^{-1}$$

c) 2.305,74
2 → unidades de millar
3 → centenas
0 → __________
5 → __________
7 → __________
4 → centésimas

$$2.305{,}74 = 2 \cdot 10^3 + \_\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_\_ + 7 \cdot \_\_\_\_\_\_ + 4 \cdot 10^{-2}$$

d) 3.003.303,303
3 → unidades de millón
3 → unidades de millar
3 → centenas
3 → unidades
3 → décimas
3 → milésimas

$$3.003.303{,}303 = 3 \cdot 10^6 + 3 \cdot \_\_\_\_\_\_ + 3 \cdot \_\_\_\_\_\_ + 3 + 3 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot \_\_\_\_\_\_$$

OBJETIVO 2

HALLAR EL MÁXIMO COMÚN DIVISOR (m.c.d.) DE DOS NÚMEROS

NOMBRE: ________________________ CURSO: __________ FECHA: __________

El máximo común divisor de dos números es el **mayor** de sus **divisores comunes**.

EJEMPLO

Sean los números 12 y 42. Sus divisores son:

Div (12) = {1, 2, 3, 4, 6, 12}
Div (42) = {1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42}

Divisores comunes = {1, 2, 3, **6**}

Luego el máximo común divisor de 12 y 42 es: m.c.d. (12, 42) = 6

¿Cómo lo vamos a hallar?

Para hallar el máximo común divisor de dos números seguimos estos pasos.

1.º Descomponemos los dos números en sus **factores primos**.
2.º Multiplicamos los factores primos **comunes** de ambos, elevados al **menor exponente**.

EJEMPLO

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 12 = 2^2 \cdot 3 \qquad \begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \qquad \text{m.c.d. } (12, 42) = 2 \cdot 3 = 6$$

1 **Halla el máximo común divisor de estos números, descomponiendo en factores primos.**

a) 21 y 105

$$\begin{array}{r|l} 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$21 = 3 \cdot 7$ $\qquad 105 = 3 \cdot \boxed{} \cdot \boxed{}$

m.c.d. (21, 105) = $\boxed{} \cdot \boxed{}$ = 21

c) 60 y 210

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ \_ & \_ \\ \_ & \_ \\ \_ & \_ \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 210 & 2 \\ \_ & \_ \\ \_ & \_ \\ \_ & \_ \end{array}$$

$60 = 2^2 \cdot \boxed{} \cdot \boxed{}$ $\qquad 210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

m.c.d. (60, 210) = $\boxed{} \cdot \boxed{} \cdot \boxed{}$ = 30

b) 33 y 44

$$\begin{array}{r|l} 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 44 & \_ \\ \_ & \_ \\ 11 & \_ \\ 1 & \end{array}$$

$33 = 3 \cdot \boxed{}$ $\qquad 44 = 2^2 \cdot \boxed{}$

m.c.d. (33, 44) = 11

d) 45 y 80

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & \_ \\ \_ & \_ \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 80 & \_ \\ \_ & \_ \\ \_ & \_ \\ \_ & \_ \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$45 = 3^2 \cdot \boxed{}$ $\qquad 80 = 2^4 \cdot \boxed{}$

m.c.d. (45, 80) = 5

1 OBJETIVO 3

HALLAR EL MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (m.c.m.) DE DOS NÚMEROS

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

El mínimo común múltiplo de dos números es el **menor** de sus **múltiplos comunes**.

EJEMPLO

Sean los números 12 y 42. Sus múltiplos son: Múltiplos de 12 = {0, 12, 24, 36, 48, 60, **84**, 96, ...}

Múltiplos de 42 = {0, 42, **84**, 126, ...}

Luego el mínimo común múltiplo de 12 y 42 es: m.c.m. (12, 42) = 84

¿Cómo lo vamos a hallar?

Para hallar el mínimo común múltiplo de dos números seguimos estos pasos.

1.º Descomponemos los dos números en **factores primos**.

2.º Multiplicamos los factores primos **comunes** y **no comunes** a ambos que estén elevados al **mayor exponente**.

EJEMPLO

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 12 = 2^2 \cdot 3 \qquad \begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \qquad \text{m.c.m. } (12, 42) = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$$

1 **Halla el mínimo común múltiplo de estos números, descomponiendo en factores primos.**

a) 21 y 105

$$\begin{array}{r|l} 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$21 = \square \cdot \square$ $\qquad 105 = \square \cdot \square \cdot \square$

m.c.m. (21, 105) = $\square \cdot \square \cdot \square = 105$

b) 33 y 88

$$\begin{array}{r|l} 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 88 & 2 \\ 44 & \_\_ \\ \_\_ & \_\_ \\ 11 & \_\_ \\ 1 & \end{array}$$

$33 = 3 \cdot \square$ $\qquad 88 = 2^3 \cdot \square$

m.c.m. (33, 88) = $\square \cdot \square \cdot \square = 264$

c) 60 y 210

$$\begin{array}{r|l} 60 & \_\_ \\ 30 & \_\_ \\ 15 & \_\_ \\ 5 & \_\_ \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 210 & \_\_ \\ 105 & \_\_ \\ 35 & \_\_ \\ 7 & \_\_ \\ 1 & \end{array}$$

$60 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ $\qquad 210 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

m.c.m. (60, 210) = $\square \cdot \square \cdot \square \cdot \square = 420$

d) 45 y 80

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & \_\_ \\ \_\_ & \_\_ \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 80 & \_\_ \\ \_\_ & \_\_ \\ \_\_ & \_\_ \\ \_\_ & \_\_ \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

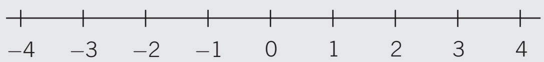
$45 = 3^2 \cdot \square$ $\qquad 80 = 2^4 \cdot \square$

m.c.m. (45, 80) = $\square \cdot \square \cdot \square = 720$

REPRESENTAR Y OPERAR CON NÚMEROS ENTEROS

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

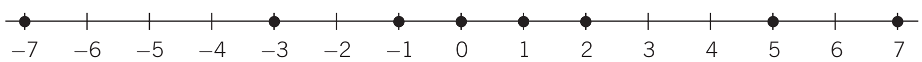
Representamos los números enteros positivos y negativos sobre una recta dividida en intervalos de la misma longitud.



EJEMPLO

Representa y ordena, de menor a mayor, los siguientes números enteros: 7, –1, –3, 5, 0, 1, 5, –7 y 2.

Los representamos sobre la recta:



Su ordenación es inmediata: $-7 < -3 < -1 < 0 < 1 < 2 < 5 < 7$

1 **Representa y ordena estos números enteros: –4, –5, 4, 5, –2, 2, –7 y 7.**

2 **Indica el signo < (menor que) o > (mayor que), según corresponda en cada caso.**

a) $-5 > -7$ c) $5 \ \square\ 7$ e) $-3 \ \square\ 0$

b) $0 \ \square\ 9$ d) $-5 \ \square\ -1$ f) $4 \ \square\ 1$

VALOR ABSOLUTO DE UN NÚMERO ENTERO

- El valor absoluto de un entero positivo es él mismo: $|3| = 3$, $|0| = 0$
- El valor absoluto de un entero negativo es su opuesto: $|-3| = 3$, $|-15| = 15$

3 **Opera y halla el valor absoluto de los números enteros.**

a) $|3 - 5| = |-2| = 2$

b) $|3 - 7 + 2 - 5| = |\square| = \square$

c) $|(-1) \cdot (4 - 5)| = |(-1) \cdot (\square)| = |\square| = \square$

d) $|(2 - 3) \cdot (7 - 5)| = |(-1) \cdot (\square)| = |\square| = \square$

e) $|(-4) : (7 - 8)| = |(-4) : (\square| = |\square| = \square$

4 **Efectúa las siguientes operaciones con números enteros.**

a) $[(-2)^2 + 2^3] : (-2) = [\square + \square] : (-2) = \square : (-2) = -6$

b) $3 \cdot [1 - 4 + 2] - (-3) \cdot [5 - (7 - 3)] = 3 \cdot (\square) - (-3) \cdot [5 - \square] = \square + \square = \square$

c) $[(-2)^2 \cdot 6^2] : 3^2 = [4 \cdot 36] : 9 = \square : 9 = 16$

d) $|(-1) \cdot 3 - 2 \cdot (-3 + 5)| = |(-1) \cdot 3 - 2 \cdot 2| = |-\square - \square| = |\square| = 7$

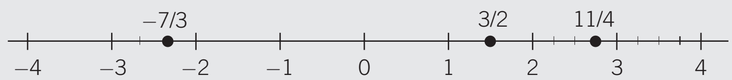
e) $|[(-5 + 3) \cdot 5] : (2 - 7)| = |[(-2) \cdot 5] : (-5)| = |(\square) : (-5)| = 2$

1 OBJETIVO 5

REPRESENTAR Y OPERAR CON NÚMEROS RACIONALES

NOMBRE: __________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Representamos los números racionales sobre una recta, en la que los números fraccionarios están comprendidos entre los números enteros.



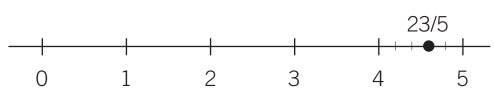
Para ver cómo se representa un número fraccionario mostramos un ejemplo. Así, para representar el número $\dfrac{138}{30}$ seguimos estos pasos.

1.º Simplificamos la fracción hasta obtener su fracción irreducible: $\dfrac{138}{30} = \dfrac{69}{15} = \dfrac{23}{5}$

2.º Calculamos la parte entera y la parte decimal: $\dfrac{23}{5} = 4 + \dfrac{3}{5}$

3.º Tomamos sobre la recta el intervalo formado por los dos números enteros entre los que está comprendido el número, en este caso [4, 5], y lo dividimos en un número de partes igual que el denominador de la fracción, en este caso, en 5 partes.

Marcamos desde el número 4 tantas partes como indique el numerador, en este caso 3:



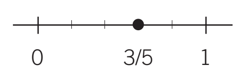
1 **Representa los siguientes números fraccionarios.**

a) $\dfrac{540}{900}$

1.º Simplificamos: $\dfrac{540}{900} = \dfrac{}{} = \dfrac{}{} = \dfrac{}{} = \dfrac{}{} = \dfrac{3}{5}$

2.º Calculamos: $\dfrac{3}{5} = 0 + \dfrac{}{}$

3.º Señalamos sobre la recta el intervalo [0, 1].
Lo dividimos en 5 partes iguales.
Marcamos 3 partes e indicamos la posición.



b) $\dfrac{420}{180}$

1.º Simplificamos: $\dfrac{420}{180} = \dfrac{}{} = \dfrac{}{} = \dfrac{}{} = \dfrac{7}{3}$

2.º Calculamos: $\dfrac{7}{3} = 2 + \dfrac{}{}$

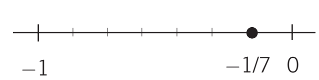
3.º Señalamos sobre la recta el intervalo [2, 3].
Lo dividimos en 3 partes iguales.
Marcamos 1 parte e indicamos la posición.

c) $-\dfrac{210}{1.470}$

1.º Simplificamos: $-\dfrac{210}{1.470} = -\dfrac{}{} = -\dfrac{}{} = -\dfrac{}{} = -\dfrac{1}{7}$

2.º Calculamos: $-\dfrac{1}{7} = 0 - \dfrac{1}{7}$

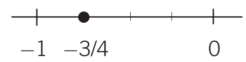
3.º Señalamos sobre la recta el intervalo [0, −1],
y representamos la fracción.



d) $-\frac{450}{600}$ 1.º Simplificamos: $-\frac{450}{600} = -\frac{\ }{\ } = -\frac{\ }{\ } = -\frac{\ }{\ } = -\frac{3}{4}$

2.º Calculamos: $-\frac{3}{4} = 0 - \frac{3}{4}$

3.º Señalamos sobre la recta el intervalo [0, −1]
y representamos la fracción.



SUMA (O RESTA) DE NÚMEROS RACIONALES

Para sumar (o restar) fracciones con **distinto** denominador, las reducimos a **común** denominador y luego sumamos sus numeradores.

EJEMPLO

Efectúa: $\frac{3}{5} - 2 + \frac{17}{3}$

Hallamos el mínimo común múltiplo de los denominadores: m.c.m. (3, 5) = 15

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9}{15} \qquad 2 = \frac{2 \cdot 15}{15} = \frac{30}{15} \qquad \frac{17}{3} = \frac{17 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{85}{15}$$

$$\frac{3}{5} - 2 + \frac{17}{3} = \frac{9}{15} - \frac{30}{15} + \frac{85}{15} = \frac{9 - 30 + 85}{15} = \frac{64}{15}$$

2 **Realiza las siguientes operaciones.**

a) $4 - \frac{5}{3} - \frac{3}{2}$ m.c.m. (2, 3) =

$$4 = \frac{4 \cdot \square}{\square} \qquad \frac{5}{3} = \frac{5 \cdot \square}{3 \cdot \square} = \frac{\square}{\square} \qquad \frac{3}{2} = \frac{3 \cdot \square}{2 \cdot \square} = \frac{\square}{\square}$$

$$4 - \frac{5}{3} - \frac{3}{2} = \frac{\ }{\ } - \frac{\ }{\ } - \frac{\ }{\ } = \frac{\ - \ - \ }{\ } = \frac{5}{6}$$

b) $\frac{5}{2} - \left[1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right)\right]$ m.c.m. (3, 4) = 12

Efectuamos primero la suma del paréntesis:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot \square}{12} + \frac{1 \cdot \square}{12} = \frac{\square + \square}{12} = \frac{11}{12}$$

$$\frac{5}{2} - \left[1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right)\right] = \frac{5}{2} - \left[1 - \frac{11}{12}\right] = \frac{5}{2} - \frac{1}{12} = \frac{5 \cdot \square}{12} - \frac{1}{12} = \frac{\square - \square}{12} = \frac{29}{12}$$

c) $3 - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right)$ m.c.m. (3, 5) = 15

Efectuamos primero la resta del paréntesis:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot \square}{15} - \frac{1 \cdot \square}{15} = \frac{\square - \square}{15} = \frac{2}{15}$$

$$3 - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) = 3 - \frac{2}{15} = \frac{3 \cdot \square}{15} - \frac{2}{15} = \frac{43}{15}$$

1

PRODUCTO (O COCIENTE) DE NÚMEROS RACIONALES

- Para multiplicar dos fracciones, efectuamos el producto de los numeradores y lo dividimos entre el producto de los denominadores.
- Para dividir dos fracciones, multiplicamos la primera fracción por la inversa de la segunda.

EJEMPLO

$$\mathbf{\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{7}} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{5}{21}$$

$$\mathbf{\frac{1}{3} : \frac{5}{7}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{1 \cdot 7}{3 \cdot 5} = \frac{7}{15}$$

$$\mathbf{\frac{2}{5} : 3} = \frac{2}{5} : \frac{3}{1} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{2}{15}$$

3 **Efectúa las siguientes operaciones.**

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{(-1)}{5} \cdot \frac{7}{2} = \frac{\square \cdot (\square) \cdot \square}{\square \cdot \square \cdot \square} = \frac{\quad}{\quad}$

b) $\left(\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5}\right) : \frac{(-3)}{7} = \left(\frac{\square}{\square}\right) \cdot \frac{7}{(-3)} = \frac{\square \cdot \square}{\square \cdot (-3)} = \frac{\quad}{\quad}$

c) $\left[3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)\right] : \left[(-5) : \frac{1}{2}\right] = \left[\frac{\square \cdot (-2)}{\square}\right] : \left[(-5) \cdot \frac{2}{1}\right] = \left(\frac{\quad}{\quad}\right) : \left(\frac{\quad}{\quad}\right) = \left(\frac{\quad}{\quad}\right) \cdot \left(\frac{\quad}{\quad}\right) = \left(\frac{\quad}{\quad}\right) = \frac{3}{100}$

d) $\left(\frac{1}{3} : \frac{5}{7}\right) \cdot \left(7 : \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{7}{5}\right) \cdot \left(7 \cdot \frac{2}{1}\right) = \left(\frac{\quad}{\quad}\right) \cdot \left(\frac{\quad}{\quad}\right) = \frac{\quad}{\quad}$

POTENCIA DE UNA FRACCIÓN

Para elevar una fracción a una potencia, se elevan el numerador y el denominador a dicha potencia.

EJEMPLO

$$\mathbf{\left(-\frac{3}{5}\right)^3} = \frac{(-3)^3}{5^3} = \frac{-27}{125}$$

4 **Haz estas operaciones.**

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^3 - \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\square - \square}{200} = \frac{\quad - \quad}{200} = \frac{667}{200}$

b) $5 - \left(\frac{1}{3}\right)^5 = 5 - \frac{1}{\quad} = \frac{\quad - \quad}{27} = \frac{134}{27}$

c) $3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 3 + \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad + \quad - \quad}{36} = \frac{113}{36}$

OPERACIONES COMBINADAS CON NÚMEROS RACIONALES

La jerarquía de las operaciones es:

- Primero se hacen las operaciones de los paréntesis.
- Después, se calculan las potencias, si las hubiera.
- A continuación, se efectúan las multiplicaciones y divisiones.
- Por último, se resuelven las sumas y restas.
- Siempre se opera respetando el orden en que están escritas las operaciones, de izquierda a derecha.

EJEMPLO

$$\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{5}\right):\left(3-\frac{1}{7}+\frac{1}{2}\right)$$

Hay dos bloques, con los que debemos operar por separado:

$$\frac{3}{2}+\frac{1}{5}=\frac{3\cdot 5}{2\cdot 5}+\frac{1\cdot 2}{5\cdot 2}=\frac{15}{10}+\frac{2}{10}=\frac{17}{10}$$

$$3-\frac{1}{7}+\frac{1}{2}=\frac{3\cdot 7\cdot 2}{7\cdot 2}-\frac{1\cdot 2}{7\cdot 2}+\frac{1\cdot 7}{2\cdot 7}=\frac{42}{14}-\frac{2}{14}+\frac{7}{14}=\frac{42-2+7}{14}=\frac{47}{14}$$

Operamos y simplificamos:

$$\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{5}\right):\left(3-\frac{1}{7}+\frac{1}{2}\right)=\frac{17}{10}:\frac{47}{14}=\frac{17\cdot 14}{10\cdot 47}=\frac{238}{470}=\frac{119}{235}$$

5 **Efectúa las operaciones.**

a) $\left(\frac{1}{5}\right)^3-\left[\left(\frac{1}{5}\right)^{7-4}\right]=\left(\frac{1}{5}\right)^3-\left(\frac{1}{5}\right)^3=0$

b) $\left(1+\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)=\left(\frac{\ \ +\ \ }{3}\right)-\left(\frac{\ \ +\ \ }{4}\right)+\left(\frac{\ \ -\ \ }{12}\right)=\frac{\ \ }{\ \ }-\frac{\ \ }{\ \ }+\frac{\ \ }{\ \ }=$

$=\frac{\ \ -\ \ +\ \ }{12}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

c) $\dfrac{3+\frac{1}{7}}{\frac{1}{2}+\frac{3}{14}}=\dfrac{\frac{\ \ +\ \ }{7}}{\frac{\ \ +\ \ }{14}}=\frac{\ \ }{7}\cdot\frac{14}{\ \ }=\frac{308}{70}=\frac{154}{35}=\frac{22}{5}$

d) $\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)+\left(3-\frac{1}{2}\right)-\left(2+\frac{1}{5}\right)=\frac{\ \ }{\ \ }+\frac{\ \ }{2}-\frac{\ \ }{5}=\frac{\ \ +\ \ -\ \ }{30}=-\frac{16}{30}$

e) $\left(2-\frac{1}{5}\right)\cdot\left(3+\frac{1}{2}\right):\left(4-\frac{2}{3}\right)=\frac{\ \ }{5}\cdot\frac{\ \ }{2}:\frac{\ \ }{3}=\frac{\ \ }{5}\cdot\frac{\ \ }{2}\cdot\frac{3}{\ \ }=\frac{189}{100}$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

1 OBJETIVO 6
EXPRESAR UN NÚMERO DECIMAL EN FORMA DE FRACCIÓN Y VICEVERSA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Para expresar un número fraccionario en **forma decimal** y viceversa se divide el numerador entre el denominador.

EJEMPLO

a) $\frac{49}{20} = 2,45 \rightarrow$ decimal exacto

b) $\frac{86}{11} = 7,8181... = 7,\widehat{81} \rightarrow$ decimal periódico puro

c) $\frac{87}{66} = 1,31818... = 1,3\widehat{18} \rightarrow$ decimal periódico mixto

Para pasar un número en forma decimal a fracción y viceversa, operamos de manera diferente en cada uno de los tres casos anteriores.

EJEMPLO

a) Decimal exacto:

$$2,4625 = \frac{24.625}{10.000} = \frac{4.925}{2.000} = \frac{985}{400} = \frac{197}{80}$$

b) Decimal periódico puro:

Se resta la parte entera

$$3,\widehat{45} = \frac{345 - 3}{99} = \frac{342}{99} = \frac{114}{33} = \frac{38}{11}$$

Se ponen tantos 9 como cifras tenga la parte periódica

Cifras de la parte entera y la parte decimal no periódica

c) Decimal periódico mixto:

$$3,21\widehat{7} = \frac{3.217 - 321}{900} = \frac{2.896}{900} = \frac{1.448}{450} = \frac{724}{225}$$

Se ponen tantos 9 como cifras tenga la parte periódica y tantos 0 como cifras tenga la parte anteperiódica

1 **Obtén la fracción generatriz de los siguientes números.**

a) $0,87 = \frac{87}{100}$

b) $0,\widehat{3} = \text{——} = \frac{1}{3}$

c) $3,15\widehat{27} = \frac{31.527 - 315}{9.900} =$

$= \text{——} = \text{——} = \text{——}$

d) $2,\widehat{45} = \text{——} = \text{——} = \frac{27}{11}$

e) $0,0\widehat{15} = \text{——} = \text{——} = \frac{1}{66}$

f) $-235,75 = -\text{——} = -\text{——} = -\text{——}$

g) $6,\widehat{2} = \frac{-}{\text{————}} = \text{——}$

APROXIMAR UN NÚMERO DECIMAL

Para **truncar** las cifras decimales de un número hasta un orden determinado eliminamos las cifras que vienen a continuación de dicho orden.

EJEMPLO

5,751 truncado a las décimas es 5,7.
0,837 truncado a las centésimas es 0,83.
12,3146 truncado a las milésimas es 12,314.

1 **Trunca los números decimales a la cifra de las décimas, centésimas y milésimas.**

a) 0,2765	b) 12,34	c) 8,7521	d) 361,4938
0,2	______	______	______
0,27	______	______	______
0,276	______	______	______

Para **redondear** un número decimal hasta un orden determinado vemos si la cifra del siguiente orden es menor que 5 o mayor o igual que 5 y, en función de eso, dejamos la cifra anterior como está o la incrementamos en una unidad.

EJEMPLO

5,751 redondeado a las décimas es 5,8.
0,837 redondeado a las centésimas es 0,84.
12,3146 redondeado a las milésimas es 12,315.

2 **Redondea los números decimales a las décimas, centésimas y milésimas.**

a) 0,2765	b) 12,3453	c) 8,7521	d) 361,4932
0,3	______	______	______
0,28	______	______	______
0,277	______	______	______

3 **Efectúa las operaciones con números decimales, y redondea el resultado a las centésimas.**

a) $(1{,}367 + 4{,}875) \cdot 2 =$ ______ $\cdot\, 2 =$ ______ $= 12{,}48$

b) $(3{,}642 - 2{,}485) - (9{,}675 + 1{,}476) =$ ______ $-$ ______ $=$ ______ $= -9{,}99$

c) $\left(\dfrac{43{,}764}{2{,}15} \cdot 3{,}831\right) - \left(\dfrac{74{,}772}{13{,}57} \cdot 5{,}63\right) =$ ______ $-$ ______ $= 46{,}959 = 46{,}96$

d) $\sqrt{37} - \sqrt{22} =$ ______ $-$ ______ $=$ ______ $= 1{,}39$

e) $\dfrac{35{,}732 - 20{,}189}{63{,}562 - 18{,}987} =$ ____________ $= 0{,}349 = 0{,}35$

1 OBJETIVO 8

CALCULAR EL ERROR QUE COMETEMOS AL APROXIMAR UN NÚMERO DECIMAL

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

El **error absoluto** que cometemos al aproximar un número decimal es igual al valor absoluto de la diferencia entre el número dado y el número aproximado. Se representa por $\boldsymbol{E_a}$.

EJEMPLO

Sea el número 3,5765. ¿Qué error absoluto se comete al aproximarlo a las centésimas?

Podemos aproximar el número de dos maneras: truncándolo o redondeándolo.

Si lo truncamos a las centésimas, el número es 3,57, y el error absoluto sería:

$$E_a = |3{,}5765 - 3{,}57| = 0{,}0065$$

Si lo redondeamos a las centésimas, el número es 3,58, y el error absoluto sería:

$$E_a = |3{,}5765 - 3{,}58| = 0{,}0035$$

Como el error cometido al redondear es menor, esta forma de aproximación es mejor que el truncamiento.

1 **Calcula el error que cometemos al aproximar los siguientes números decimales a las milésimas.**

a) 35,3277

Por truncamiento queda 35,327.

$E_a = |35{,}3277 - \_\_\_\_\_\_\_\_| = 0{,}0007$

Por redondeo queda 35,328.

$E_a = |\_\_\_\_\_\_\_\_ - 35{,}3277| = 0{,}0003$

b) 107,8912

Por truncamiento queda: __________

$E_a = |107{,}8912 - \_\_\_\_\_\_\_\_| = 0{,}0002$

Por redondeo queda: __________

$E_a = |107{,}8912 - \_\_\_\_\_\_\_\_| = 0{,}0002$

El máximo error absoluto que cometemos al hacer una aproximación se llama **cota** o **margen de error**.

EJEMPLO

Al hallar con la calculadora el valor de $\sqrt{3}$, obtenemos:

$$\sqrt{3} = 1{,}7320508$$

Pero esta es una aproximación por redondeo que hace la calculadora a 7 cifras decimales, por lo que no es el valor exacto de $\sqrt{3}$.

Como no podemos hallar el error absoluto, al no conocer el valor exacto, vamos a calcular una cota del error absoluto cometido. Si aproximamos, por ejemplo, a las centésimas:

$$1{,}73 < \sqrt{3} < 1{,}74$$

El error que cometemos será menor o, como máximo, igual que la diferencia entre 1,73 y 1,74, es decir: $1{,}74 - 1{,}73 = 0{,}01$.

Así, resulta que 0,01 es una cota del error cometido al aproximar $\sqrt{3}$ a las centésimas.

2 **Halla una cota de error al aproximar $\sqrt{3}$ a las milésimas.**

$1{,}73\mathbf{2} < \sqrt{3} < 1{,}73\mathbf{3}$ $\qquad$ $1{,}73\mathbf{3} - 1{,}73\mathbf{2} = \_\_\_\_\_\_\_\_$

3 **Obtén la cota de error al aproximar los números a las décimas y a las centésimas.**

a) $\frac{3}{7}$ $\qquad \frac{3}{7} = 0{,}42857\ldots$

Para la aproximación a las **décimas**:

$$0{,}4 < \frac{3}{7} < \_\_\_\_\_$$

luego la cota de error será:

$$0{,}5 - 0{,}4 = \_\_\_\_\_$$

Para la aproximación a las **centésimas**:

$$0{,}42 < \frac{3}{7} < \_\_\_\_\_$$

luego la cota de error será:

$$0{,}43 - 0{,}42 = \_\_\_\_\_$$

b) $\frac{3}{11}$ $\qquad \frac{3}{11} = 0{,}272727$

Para la aproximación a las **décimas**:

$$0{,}2 < \frac{3}{11} < \_\_\_\_\_$$

luego la cota de error será:

$$0{,}3 - 0{,}2 = \_\_\_\_\_$$

Para la aproximación a las **centésimas**:

$$0{,}27 < \frac{3}{11} < \_\_\_\_\_$$

luego la cota de error será:

$$0{,}28 - 0{,}27 = \_\_\_\_\_$$

c) $2{,}3\widehat{5}$ $\qquad 2{,}3\widehat{5} = 2{,}35555\ldots$

Para la aproximación a las **décimas**:

$$2{,}3 < 2{,}3\widehat{5} < \_\_\_\_\_$$

luego la cota de error será:

$$\_\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_\_ = 0{,}1$$

Para la aproximación a las **centésimas**:

$$2{,}35 < 2{,}3\widehat{5} < \_\_\_\_\_$$

luego la cota de error será:

$$2{,}36 - 2{,}35 = 0{,}01$$

d) $\sqrt{7}$ $\qquad \sqrt{7} = 2{,}64575$

Para la aproximación a las **décimas**:

$$2{,}6 < \sqrt{7} < \_\_\_\_\_$$

luego la cota de error será:

$$\_\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_\_ = 0{,}1$$

Para la aproximación a las **centésimas**:

$$2{,}64 < \sqrt{7} < \_\_\_\_\_$$

luego la cota de error será:

$$2{,}65 - 2{,}64 = 0{,}01$$

El **error relativo** que cometemos al aproximar un número decimal es el cociente entre su error absoluto y el valor exacto de dicho número. Se representa por $\boldsymbol{E_r}$.

EJEMPLO

Sea el número 3,5765. ¿Qué error relativo se comete al aproximarlo por truncamiento a las centésimas? ¿Y a las milésimas?

Si lo truncamos a las centésimas, el número es 3,57, y el error absoluto E_a sería:

$$E_a = |3{,}5765 - 3{,}57| = 0{,}0065$$

El error relativo, en este caso, es: $E_r = \left|\frac{0{,}0065}{3{,}5765}\right| = 0{,}001817$

Si lo truncamos a las milésimas, el número es 3,576, y el error absoluto E_a sería:

$$E_a = |3{,}5765 - 3{,}576| = 0{,}0005$$

El error relativo, en este caso, es: $E_r = \left|\frac{0{,}0005}{3{,}5765}\right| = 0{,}000139$

Otra forma de expresar el error relativo es mediante el tanto por ciento:

Para las centésimas: $E_r = 0{,}001817 = 0{,}18\ \%$ $\qquad$ Para las milésimas: $E_r = 0{,}000139 = 0{,}01\ \%$

Observa que, en ambos casos, hemos redondeado el error, para expresar el tanto por ciento (%) con dos cifras decimales.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

4 **Halla el error relativo que cometemos al aproximar por truncamiento a las centésimas.**

a) $\frac{5}{7}$ $\qquad \frac{5}{7} = 0{,}71428$

El error absoluto será:

$E_a = |0{,}71428 - 0{,}71| =$ ______

El error relativo será:

$$E_r = \left|\frac{0{,}00428}{0{,}71428}\right| = 0{,}005992 = 0{,}60\ \%$$

b) $\frac{7}{9}$ $\qquad \frac{7}{9} = 0{,}77777$

El error absoluto será:

$E_a = |0{,}77777 - 0{,}77| =$ ______

El error relativo será:

$$E_r = \left|\frac{0{,}00777}{0{,}77777}\right| = 0{,}00999 = 1\ \%$$

c) $3{,}87\widehat{5}$ $\qquad 3{,}87\widehat{5} = 3{,}87555\ldots$

El error absoluto será:

$E_a = |3{,}87555 - 3{,}87| = 0{,}00555$

El error relativo será:

$$E_r = \left|\frac{0{,}00555}{3{,}87555}\right| = 0{,}001432 = \underline{\qquad}\ \%$$

d) $\sqrt{7}$ $\qquad \sqrt{7} = 2{,}64575$

El error absoluto será:

$E_a = |2{,}64575 - 2{,}64| = 0{,}00575$

El error relativo será:

$$E_r = \left|\frac{0{,}00575}{2{,}64575}\right| = 0{,}00217 = \underline{\qquad}\ \%$$

5 **Al medir varias veces con una cinta métrica, graduada en centímetros, la altura de un compañero de clase, hemos obtenido los siguientes valores.**

MEDIDAS	177	173	175	174	177	174	174	173	175	172

Calcula la media de estas medidas y el error relativo cometido.

El valor medio de estas medidas será:

$$\text{altura media} = \frac{177 + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad}{10} = \frac{1.744}{10} = 174{,}4 \text{ cm}$$

El error absoluto cometido en cada una de las medidas lo obtenemos restando la media de cada medida y obteniendo su valor absoluto:

MEDIDAS	177	173	175	174	177	174	174	173	175	172
ERROR ABSOLUTO	$\|177 - 174{,}4\| = 2{,}6$	$\|173 - 174{,}4\| = 1{,}4$	0,6	0,4	2,6	0,4	0,4	1,4	0,6	2,4

La media de los errores absolutos será:

$$\frac{2{,}6 + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad}{10} = \frac{12{,}8}{10} = 1{,}28 = 1{,}3$$

La altura del compañero es: $174{,}4 \pm 1{,}3$ cm, y el error relativo cometido es:

$$\left|\frac{1{,}3}{174{,}4}\right| = 0{,}00745 = 0{,}75\ \%$$