2 Potencias y radicales

INTRODUCCIÓN

Los alumnos ya han trabajado con potencias de exponente positivo y han efectuado multiplicaciones y divisiones de potencias y potencias de potencias.

En esta unidad se introducen las potencias de exponentes negativos y fraccionarios. Es importante insistir en que cumplen las mismas propiedades que las potencias de exponente positivo.

La notación científica sirve para expresar números muy grandes o muy pequeños, y será tratada en esta unidad. Los alumnos aprenderán a realizar las cuatro operaciones fundamentales con números expresados en esta forma.

Por último, se trabajará con radicales expresados en forma de potencia.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- Un número *a*, llamado *base*, elevado a un *exponente n* es igual al resultado de multiplicar *a* por sí mismo *n* veces: a^n.
- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ $\quad a^n : a^m = a^{n-m}$

  $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ $\quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\quad \sqrt[n]{a} = a^{1/n}$
- Un número en *notación científica* es un número entero o decimal, con una sola cifra entera (del 1 al 9), multiplicado por una potencia de base 10.
- *Orden de magnitud* de un número expresado en notación científica es el exponente de la potencia de base 10.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Operar con potencias: multiplicación, división y potencia de potencia.	• Potencias: base y exponente. • Multiplicación de potencias de la misma base. • División de potencias de la misma base. • Potencia de una potencia. • Potencias de exponente negativo.	• Expresión del producto de varios factores iguales como potencia. • Producto y división de potencias de la misma base. • Potencia de una potencia. • Utilización de las reglas de las operaciones combinadas con potencias. • Operaciones con potencias de exponente negativo.
2. Expresar un número en notación científica.	• Notación científica.	• Transformación de un número en forma decimal en producto de una parte decimal por la correspondiente potencia de 10.
3. Realizar operaciones en notación científica.	• Sumas y restas de números con el mismo exponente en la potencia de 10. • Sumas y restas de números con diferentes exponentes en la potencia de 10. • Productos y cocientes de números con iguales o diferentes exponentes en la potencia de 10.	• Sumas y restas de números, sacando como factor común 10 elevado al exponente común. • Sumas y restas de números, sacando como factor común 10 elevado al menor de los exponentes no comunes. • Multiplicaciones y divisiones de números, sumando o restando los exponentes de 10.
4. Operar con radicales.	• Transformación de radicales en potencias. • Multiplicación y división de radicales. • Racionalización de denominadores.	• Expresión de números expresados en forma de raíces en potencias. • Operaciones con radicales. • Multiplicación por el conjugado del denominador.

2 OBJETIVO 1

OPERAR CON POTENCIAS: MULTIPLICACIÓN, DIVISIÓN Y POTENCIA DE POTENCIA

NOMBRE: ______________________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

POTENCIA

Un número *a*, llamado base, elevado a un exponente *n* es igual al resultado de multiplicar *a* por sí mismo *n* veces:

$$\overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \ldots a}^{n \text{ veces}} = a^n \quad \text{Se lee: «}a\text{ elevado a }n\text{».}$$

a^n → ***n*: exponente**, indica cuántas veces se multiplica la base por ella misma.

a^n → ***a*: base**

EJEMPLO

$\mathbf{6 \cdot 6 \cdot 6} = 6^3$

Se lee: «seis elevado a tres».

1 **Completa.**

a) $29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 = \square$ «______________»

b) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = \square$ «______________»

c) $\square = 13^5$ «______________»

d) $\square = \square$ «Siete elevado a cuatro»

MULTIPLICACIÓN DE POTENCIAS

- Como las potencias son multiplicaciones, se va a trabajar con ellas cuando multiplicamos o dividimos:

$$3^4 \cdot 3^3 = \overbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}^{} \cdot \overbrace{3 \cdot 3 \cdot 3}^{} = 3^7$$

$$5^2 \cdot 5^4 = \overbrace{5 \cdot 5}^{} \cdot \overbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}^{} = 5^{6} \leftarrow \textbf{exponente}$$

- Las potencias han de tener la **misma base** para unificar el exponente.

$$3^2 \cdot 5^4 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \text{ (no se puede poner con el mismo exponente)}$$

- La fórmula general para **multiplicar potencias de la misma base** es:

$$\boldsymbol{a^n \cdot a^m = a^{n+m}}$$

2 **Realiza las siguientes operaciones.**

a) $10^2 \cdot 10^5 =$

b) $7^4 \cdot 7^2 = 7^{\square}$

c) $11^3 \cdot 11^2 \cdot 11 =$

d) $3^2 \cdot 3^6 =$

e) $3^3 \cdot 3^3 \cdot 3^5 =$

f) $\square \cdot 3^5 = 3^7$

g) $11^3 \cdot 11^3 =$

h) $19^5 \cdot 19^7 =$

i) $2^2 \cdot \square = 2^5$

DIVISIÓN DE POTENCIAS

- Para dividir potencias con igual base, se deja la base y se restan los exponentes: $a^n : a^m = a^{n-m}$.
- La división entre potencias de distinta base no se puede realizar, y debe quedar indicada.

EJEMPLO

$$7^5 : 7^2 = \frac{7^5}{7^2} = \frac{\cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}{\cancel{7} \cdot \cancel{7}} = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^3$$

3 **Opera con las siguientes potencias.**

a) $5^6 : 5^4 = \dfrac{5^6}{5^4} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ = 5 \cdot 5 = \boxed{}$

b) $3^7 : 3^4 = \_\_\_\_ = \dfrac{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}} = \boxed{} \cdot \boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{}$

c) $11^5 : 11^3 =$

d) $13^6 : 13^2 =$

e) $7^2 : 7^3 =$

4 **Realiza estas divisiones.**

a) $3^5 : 3^4 = \boxed{}$

b) $\boxed{} : 7^2 = 7^5$

c) $4^6 : \boxed{} = 4^3$

d) $12^7 : 12^4 = \boxed{}$

e) $5^7 : \boxed{} = 5^2$

f) $6^{12} : 6^5 = \boxed{}$

- A veces se combinan las operaciones de multiplicación y división. En estos casos, se realizan las distintas operaciones, paso a paso:

$$\frac{3^2 \cdot 3^5 \cdot 3}{3^6} = \frac{3^8}{3^6} = 3^2$$

$$\frac{5^6 \cdot 5^3}{5^2 \cdot 5^3} = \frac{5^9}{5^5} = 5^4$$

- Hay que tener en cuenta que solo se puede operar cuando se unifiquen las bases de las potencias:

$$\frac{7^2 \cdot 7^3 \cdot 5^2}{7^2 \cdot 7} = \frac{7^5 \cdot 5^2}{7^3} = 7^2 \cdot 5^2$$

5 **Completa las siguientes operaciones.**

a) $\overbrace{(2^5 \cdot 2^4)} : \underbrace{(2^3 \cdot 2^2)} = \dfrac{\_\_\_\_\_\_}{\_\_\_\_\_\_} = \dfrac{2^{\square}}{2^{\square}} = \boxed{}$

b) $(11^5 \cdot 11^2 \cdot 11^3) : (11^4 \cdot 11) =$

c) $(10^5 : 10^2) \cdot 10^5 = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}} \cdot \boxed{} = \boxed{}$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

POTENCIA DE UNA POTENCIA

Si elevamos una potencia a otra potencia, el resultado es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es el producto de los exponentes:

$$(a^n)^p = a^{n \cdot p}$$

EJEMPLO

$\mathbf{(7^2)^3} = (7 \cdot 7)^3 = (7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7) = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^6$

$\mathbf{(5^4)^2} = (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5)^2 = (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) = 5^8$

6 **Completa las siguientes operaciones.**

a) $(7^3)^4 = 7^{\square}$

b) $(3^3)^{\square} = 3^{15}$

c) $(6^2)^{\square} = 6^{12}$

d) $(9^3)^{\square} = 9^{15}$

e) $(4^2)^{\square} = 4^8$

f) $(2^5)^2 = 2^{\square}$

g) $(5^3)^4 = 5^{\square}$

h) $(10^2)^3 = 10^{\square}$

Hay también operaciones combinadas que presentan las tres operaciones estudiadas hasta el momento.

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$a^m : a^n = a^{m-n}$	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
Multiplicación	**División**	**Potencia de una potencia**

EJEMPLO

$$\mathbf{(2^5 \cdot 2^4) : (2^2)^3} = \frac{2^5 \cdot 2^4}{(2^2)^3} = \frac{2^9}{2^6} = 2^3$$

7 **Realiza estas operaciones.**

a) $(3^5 : 3^2)^3 = \left(\frac{\square}{\square}\right)^3 = (\square)^3 =$

b) $(5^7 : 5^3) \cdot (5^6 : 5^2) = \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square}$

c) $(10^3)^4 : (10^2 \cdot 10^3) =$

d) $(4^2)^3 \cdot (4^5)^2 =$

e) $(6^5 : 6^2) \cdot (6^3)^4 =$

POTENCIA DE EXPONENTE NEGATIVO

- Al efectuar una división de potencias, el resultado puede ser una potencia de exponente negativo:

$$7^3 : 7^5 = \frac{7^3}{7^5} = \frac{\cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7}}{7 \cdot 7 \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7}} = \frac{1}{7 \cdot 7} = \frac{1}{7^2} = 7^{-2}$$

- Si hay exponentes negativos, podemos transformarlos en una fracción: $\frac{1}{a^n}$

$$3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{81}$$

- En general, las potencias de exponente negativo se definen: $\boldsymbol{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$
- Las potencias de exponente negativo cumplen las propiedades que ya conocemos para las potencias de exponente natural.

8 **Opera con potencias de exponentes negativos.**

a) $5^2 \cdot 3^{-2} = 5^2 \cdot \frac{1}{3^{\square}} = \frac{5^2}{3^{\square}} = \frac{25}{\square}$

b) $5^2 \cdot 5^{-7} \cdot 5^3 = 5^2 \cdot \frac{1}{\square} \cdot 5^3 = \frac{5^2 \cdot 5^3}{\square} = \square$

c) $6^3 \cdot 2^{-4} = 6^3 \cdot \frac{1}{\square} = (2 \cdot 3)^3 \cdot \frac{1}{\square} = \frac{2^3 \cdot 3^3}{\square} = \square$

$\boxed{6 = 2 \cdot 3}$

d) $4^3 \cdot 2^{-3} \cdot 8 = 4^3 \cdot \frac{\square}{\square} \cdot 8 = (2 \cdot 2)^3 \cdot \frac{\square}{\square} \cdot 2^3 = \frac{\square}{\square} =$

$\boxed{4 = 2 \cdot 2}$

$\boxed{8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3}$

9 **Expresa en forma de potencia de la base indicada en cada caso.**

OPERACIÓN	BASE	RESULTADO
$9^{-7} \cdot 9^{11}$	3	
$4^6 : 8^{-3}$	2	
$(25^9)^{-3}$	5	
$(16^{-5} : 4^3)^{-2}$	2	
$(49^{-3})^4 : 7^{-6}$	7	

ADAPTACIÓN CURRICULAR

2 OBJETIVO 2
EXPRESAR UN NÚMERO EN NOTACIÓN CIENTÍFICA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Para expresar un número en notación científica, lo escribimos con una sola cifra, distinta de cero, como parte entera y las otras cifras decimales, multiplicado por una potencia de 10 con exponente igual a:

- el número de cifras que hemos pasado a la parte decimal, o
- menos el número de posiciones que hemos saltado para conseguir que la primera cifra sea entera.

EJEMPLO

5.438 $= 5{,}438 \cdot 10^3$	3 cifras hemos tenido que pasar a decimales.
34,7 $= 3{,}47 \cdot 10^1$	1 cifra hemos tenido que pasar a decimal.
800 $= 8 \cdot 10^2$	2 cifras hemos tenido que pasar a decimales.
0,00748 $= 7{,}48 \cdot 10^{-3}$	3 saltos hemos tenido que dar para conseguir que la primera cifra: 7, esté en la parte entera.
0,356 $= 3{,}56 \cdot 10^{-1}$	1 salto hemos tenido que dar para conseguir que la primera cifra: 3, esté en la parte entera.
0,0691 $= 6{,}91 \cdot 10^{-2}$	2 saltos hemos tenido que dar para conseguir que la primera cifra: 6, esté en la parte entera.

1 **Expresa en notación científica los siguientes números.**

a) $2.000.000 = 2{,}000000 \cdot 10^6 = 2 \cdot 10^6$

b) 4.000 = __________

c) 100 = __________

d) 700 = __________

e) 10 = __________

f) 80.000 = __________

g) 5.000.000 = 5 · __________

2 **Expresa en notación científica estos números con parte entera y parte decimal.**

a) $990{,}85 = 9{,}9085 \cdot 10^2$

b) 340 = 3,4 · __________

c) 655,1 = 6,551 · __________

d) 567.765,22 = __________

e) 15,35 = __________

f) 340,05 = 3,4005 · __________

g) 37,986 = 3,7986 · __________

h) 4,4 = __________

i) 3,45 = __________

3 **Expresa los números decimales en notación científica.**

a) $0{,}0567 = 5{,}67 \cdot 10^{-2}$

b) 0,000045 = 4,5 · __________

c) 0,0000061 = __________

d) 0,093 = __________

e) 0,367 = 3,67 · __________

f) 0,0073 = __________

g) 0,000101 = __________

h) 0,0007 = __________

i) 0,4765 = __________

OBJETIVO 3

REALIZAR OPERACIONES EN NOTACIÓN CIENTÍFICA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Para efectuar operaciones con números expresados en notación científica, hay que seguir unas sencillas reglas, que vamos a ver con ejemplos y para hacerlo después con calculadora, es importante aprender a calcular primero sin ella, pues funciona según las mismas reglas.

EJEMPLO

1.er caso: cuando las potencias de 10 están elevadas al **mismo exponente**, un número entero positivo o negativo.

Efectúa la suma $13,42 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^5$.

En este caso, las dos potencias de 10 están elevadas al mismo exponente: 5, de forma que podemos **sacar factor común**. El resultado se da en notación científica.

$$13,42 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^5 = (13,42 + 4) \cdot 10^5 = 17,42 \cdot 10^5 = 1,742 \cdot 10^6$$

1 **Haz las siguientes sumas y restas en notación científica.**

a) $6 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^3 = (\_\_\_ - \_\_\_ + \_\_\_) \cdot 10^3 = 8 \cdot 10^3$

b) $[101,17 \cdot 10^2 - 5,87 \cdot 10^2] \cdot 3 = [(\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_) \cdot 10^2] \cdot 3 = [\_\_\_\_\_ \cdot 10^2] \cdot 3 = 2,859 \cdot 10^4$

c) $(33,3 \cdot 10 + 2,5 \cdot 10 - 6,7 \cdot 10) \cdot \dfrac{2}{7} = [(\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_) \cdot 10] \cdot \dfrac{2}{7} =$

$= [\_\_\_\_\_ \cdot 10] \cdot \dfrac{2}{7} = 8,31 \cdot 10$

EJEMPLO

2.º caso: cuando las potencias de 10 están elevadas a **distintos exponentes enteros positivos**.

Efectúa la resta $6,74 \cdot 10^5 - 2,85 \cdot 10^3$.

Observa que, en este caso, las dos potencias de 10 están elevadas a números distintos: 5 y 3, de manera que no podemos sacar factor común directamente. Hay que expresar los dos números en función de la **potencia de menor valor**, en este caso 3.

$2,85 \cdot 10^3$

$6,74 \cdot 10^5 = 6,74 \cdot 10^2 \cdot 10^3 = 674 \cdot 10^3$

$6,74 \cdot 10^5 - 2,85 \cdot 10^3 = 674 \cdot 10^3 - 2,85 \cdot 10^3 = (674 - 2,85) \cdot 10^3 = 671,15 \cdot 10^3$

Una vez efectuada la operación, convertimos el resultado en notación científica:

$671,15 \cdot 10^3 = 6,7115 \cdot 10^5$

2 **Haz las siguientes sumas y restas en notación científica.**

a) $2,71 \cdot 10^3 - 1,9 \cdot 10^2 + 5,43 \cdot 10^4 = 2,71 \cdot 10 \cdot 10^2 - 1,9 \cdot 10^2 + 5,43 \cdot 10^2 \cdot 10^2 =$

$= \_\_\_\_\_ \cdot 10^2 - \_\_\_\_\_ \cdot 10^2 + \_\_\_\_\_ \cdot 10^2 = (\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_) = 568,2 \cdot 10^2$

b) $3,76 \cdot 10^4 - 5,78 \cdot 10^3 = 3,76 \cdot 10 \cdot 10^3 - 5,78 \cdot 10^3 = \_\_\_\_\_ \cdot 10^3 - \_\_\_\_\_ \cdot 10^3 =$

$= (\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_) \cdot \_\_\_\_\_ = 31,82 \cdot 10^3$

c) $5,25 \cdot 10^4 + 60,4 \cdot 10^3 = \_\_\_\_\_ \cdot 10 \cdot 10^3 + \_\_\_\_\_ \cdot 10^3 = 5,854 \cdot 10^5$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

2

EJEMPLO

3.[er] caso: cuando las potencias de 10 están elevadas a **distintos exponentes**, con números enteros negativos.

Efectúa la suma $2,5 \cdot 10^{-5} + 9,6 \cdot 10^{-4}$.

En este caso, las dos potencias de 10 están elevadas a distintos números enteros negativos: -5 y -4, por lo que para sacar factor común elegimos el mayor de ellos, -4, y procedemos así:

$$2,5 \cdot 10^{-5} = 2,5 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-4}$$
$$9,6 \cdot 10^{-4}$$
$$2,5 \cdot 10^{-5} + 9,6 \cdot 10^{-4} = 2,5 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-4} + 9,6 \cdot 10^{-4} = 0,25 \cdot 10^{-4} + 9,6 \cdot 10^{-4} =$$
$$= (0,25 + 9,6) \cdot 10^{-4} = 9,85 \cdot 10^{-4}$$

3 **Haz estas sumas y restas en notación científica.**

a) $2,32 \cdot 10^{-3} - 3,76 \cdot 10^{-4}$

Como $10^{-4} = 10^{-1} \cdot 10^{-3}$, resulta que:

$2,32 \cdot 10^{-3} - 3,76 \cdot 10^{-4} = 2,32 \cdot 10^{-3} - 3,76 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} = (2,32 - 0,376) \cdot 10^{-3} = 1,944 \cdot 10^{-3}$

b) $7,9 \cdot 10^{-6} + 5,5 \cdot 10^{-5} = \_\_\_ \cdot \_\_\_ \cdot \_\_\_ + \_\_\_ \cdot \_\_\_ = \_\_\_ \cdot \_\_\_ + \_\_\_ \cdot \_\_\_ =$

$= (\_\_\_\_ + \_\_\_\_) \cdot 10^{-5} = 6,29 \cdot 10^{-5}$

c) $3 \cdot 10^{-6} - 2 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-4} - 8 \cdot 10^{-5} = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} - 8 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3} =$

$= (\_\_\_ - 2 + \_\_\_ - \_\_\_) \cdot 10^{-3} = -1,677 \cdot 10^{-3}$

EJEMPLO

Efectúa el producto $(6,2 \cdot 10^5) \cdot (4 \cdot 10^3)$.

Multiplicamos los números: $6,2 \cdot 4 = 24,8$, y por otro lado, multiplicamos las potencias: $10^5 \cdot 10^3 = 10^8$

$$(6,2 \cdot 10^5) \cdot (4 \cdot 10^3) = 24,8 \cdot 10^8 = 2,48 \cdot 10^9$$

Efectúa la división $(6,2 \cdot 10^5) : (4 \cdot 10^3)$.

Dividimos los números: $6,2 : 4 = 1,55$, y por otro lado, dividimos las potencias: $10^5 : 10^3 = 10^2$

$$(6,2 \cdot 10^5) : (4 \cdot 10^3) = 1,55 \cdot 10^2$$

4 **Realiza los productos y cocientes en notación científica.**

a) $(5 \cdot 10^4) \cdot (12 \cdot 10^7) = (5 \cdot 12) \cdot 10^{4+7} = 60 \cdot 10^{11}$

b) $(34,4 \cdot 10^{-5}) \cdot (6,1 \cdot 10^4) = (\_\_\_ \cdot \_\_\_) \cdot 10^{\_\_} = 209,84 \cdot 10^{-1}$

c) $(60 \cdot 10^5) : (3 \cdot 10^6) = (60 : 3) \cdot 10^{\_\_} = 20 \cdot 10^{-1}$

5 **Efectúa las operaciones combinadas en notación científica.**

a) $[(3 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^5) : (5 \cdot 10^3)] - [(2 \cdot 10^{-4} - 5 \cdot 10^{-4}) \cdot 10^4] = (2 \cdot 10^{\_\_}) - (-3 \cdot 10^0) =$

$= 200 + 3 = 203 = 2,03 \cdot 10^2$

b) $(6 \cdot 10^{-3}) : (8 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3}) = (6 \cdot 10^{-3}) : [(\_\_\_ - \_\_\_ - \_\_\_) \cdot 10^{-3}] =$

$= (6 \cdot 10^{-3}) : (\_\_\_ \cdot 10^{-3}) = 2 \cdot 10^0 = 2$

OBJETIVO 4

OPERAR CON RADICALES

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

La raíz *n*-ésima de un número se puede poner en forma de potencia:

$$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

$\sqrt[n]{a}$ se llama **radical**, *a* es el **radicando** y *n* es el **índice** de la raíz.

Es más fácil operar con potencias que con raíces, por lo que transformamos las raíces en potencias.

EJEMPLO

$$\sqrt{5} = 5^{1/2} \qquad \sqrt[7]{3^2} = 3^{2/7}$$

1 **Escribe los radicales en forma de potencias.**

a) $\sqrt[5]{7^3} = \_\_\_^{3/5}$

b) $\dfrac{1}{\sqrt{8^5}} = \dfrac{1}{8^{5/2}} = 8^{\square}$

c) $\sqrt[3]{\sqrt{5}} = \_\_\_$

MULTIPLICACIÓN (O DIVISIÓN) DE RADICALES

Para multiplicar o dividir radicales con el **mismo radicando**, los convertimos primero en potencias.

EJEMPLO

$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[5]{2} = 2^{1/3} \cdot 2^{1/5} = 2^{1/3+1/5} = 2^{(5+3)/15} = 2^{8/15} = \sqrt[15]{2^8}$

$\sqrt[7]{3^5} : \sqrt[3]{3} = 3^{5/7} : 3^{1/3} = 3^{5/7-1/3} = 3^{(15-7)/21} = 3^{8/21} = \sqrt[21]{3^8}$

2 **Calcula los siguientes productos de radicales.**

a) $\sqrt[5]{7^3} \cdot \sqrt{7^3} = 7^{3/5} \cdot 7^{3/2} = 7^{3/5+3/2} = 7^{(\_\_+\_\_)/\_\_} = 7^{21/10} = \sqrt[10]{7^{21}}$

b) $\sqrt[7]{6^2} + 6 = 6^{\_\_} \cdot 6 = 6^{\_\_+\_\_} = 6^{9/7} = \sqrt[7]{6^9}$

c) $\sqrt{3^3} \cdot \sqrt[5]{3^2} = 3^{\_\_} \cdot 3^{\_\_} = 3^{\_\_+\_\_} = 3^{19/10} = \sqrt[10]{3^{19}}$

d) $\sqrt[4]{2^3} \cdot \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt{2} = 2^{3/4} \cdot 2^{2/3} \cdot 2^{1/2} = 2^{\_\_\_\_} = 2^{\_\_\_\_} = 2^{23/12} = \sqrt[12]{2^{23}}$

3 **Halla estos cocientes de radicales.**

a) $\sqrt{2} : \sqrt[3]{2} = 2^{1/2} : 2^{1/3} = 2^{1/2-1/3} = 2^{(3-2)/6} = 2^{1/6} = \sqrt[6]{2}$

b) $\sqrt[3]{8^5} : \sqrt[3]{8^2} =$

c) $\sqrt[7]{5} : \sqrt[4]{5^3} =$

d) $(\sqrt[3]{3^7} \cdot \sqrt[3]{3^4}) : \sqrt{3^2} = (3^{\_\_} \cdot 3^{\_\_}) : 3 = 3^{\_\_} : 3 = 3^{8/3} = \sqrt[3]{3^8}$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

RACIONALIZAR DENOMINADORES

Racionalizar un denominador es el proceso mediante el que hacemos desaparecer el radical del denominador de la fracción.

Este proceso consiste en multiplicar el numerador y el denominador por un número que haga que en el denominador se elimine la raíz.

EJEMPLO

$$\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\mathbf{1}}{\sqrt[5]{\mathbf{3^2}}} = \frac{1 \cdot \sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^2} \cdot \sqrt[5]{3^3}} = \frac{\sqrt[5]{3^3}}{3}$$

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3} - \sqrt{\mathbf{2}}} = \frac{1 \cdot (3 + \sqrt{2})}{(3 - \sqrt{2}) \cdot (3 + \sqrt{2})} = \frac{3 + \sqrt{2}}{7}$$

En este caso, utilizamos la propiedad de que una suma por una diferencia de dos números es igual a una diferencia de cuadrados:

$$(3 - \sqrt{2}) \cdot (3 + \sqrt{2}) = 3^2 - (\sqrt{2})^2 = 9 - 2 = 7$$

4 **Racionaliza los denominadores de las fracciones.**

a) $\dfrac{1}{\sqrt{3}} =$

b) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2^2}} =$

c) $\dfrac{5}{2 + \sqrt{3}} = \dfrac{5 \cdot (2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3}) \cdot (2 - \sqrt{3})} = \dfrac{\qquad}{\qquad} = 10 - 5\sqrt{3}$

d) $-\dfrac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = -\dfrac{1 \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{3})} = -\dfrac{\qquad}{\qquad} = -\dfrac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}$

e) $\dfrac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} = \dfrac{(1 + \sqrt{2}) \cdot (\qquad)}{(1 - \sqrt{2}) \cdot (\qquad)} = \dfrac{(\qquad)^2}{\qquad} = -(1 + \sqrt{2})^2$

f) $\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} = \dfrac{\square \cdot \square}{\square \cdot \square} = \dfrac{\sqrt{15}}{10}$

g) $\dfrac{2}{1 - \sqrt{3}} =$