Fracciones

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Calcula mentalmente el M.C.D. de:

a) 8 y 12 b) 6 y 9 c) 10 y 15 d) 8 y 24

2. Calcula mentalmente el m.c.m. de:

a) 4 y 6 b) 5 y 10 c) 8 y 12 d) 15 y 20

3. De las siguientes fracciones di cuáles son equivalentes:

$\frac{2}{6} \quad \frac{8}{28} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{4}{7} \quad \frac{10}{30}$

4. Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones:

$\frac{5}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{6}{5}$

5. Halla la fracción irreducible y represéntala en la recta:

a) $\frac{12}{16}$ b) $\frac{8}{12}$ c) $\frac{32}{24}$ d) $\frac{8}{40}$

Matemáticas 3.º ESO Unidad 1 Ficha 2
Operaciones con fracciones I

Nombre ____________________ Curso ________ Fecha ____________

La **suma** y **resta** de fracciones con **igual denominador** es otra fracción que tiene por:

- **Numerador:** la suma o resta de los numeradores.
- **Denominador:** el mismo que el de las fracciones.

La **suma** y **resta** de fracciones con **distinto denominador** es otra fracción que tiene por:

- **Numerador:** la suma o resta que se obtiene al dividir el m.c.m. de los denominadores entre cada denominador y multiplicar por el numerador correspondiente.
- **Denominador:** el m.c.m. de los denominadores.

El **producto** de dos fracciones es otra fracción que tiene por:

- **Numerador:** el producto de los numeradores.
- **Denominador:** el producto de los denominadores.

1. Calcula mentalmente:

a) $\frac{1}{4} + 2$ b) $3 - \frac{1}{2}$ c) $4 \cdot \frac{5}{6}$

2. Realiza las siguientes operaciones:

a) $\frac{2}{3} - \frac{5}{6} + \frac{7}{4}$ b) $\frac{4}{9} + \frac{7}{15} - \frac{2}{5}$ c) $\frac{5}{8} - \frac{7}{12} + \frac{1}{4}$ d) $\frac{3}{70} + \frac{6}{35} - \frac{4}{7}$

3. Realiza las siguientes operaciones:

a) $\frac{5}{4} - \frac{2}{3} + \frac{3}{2}$ b) $\frac{5}{6} + \frac{7}{12} - \frac{4}{5}$ c) $\frac{5}{9} - \frac{4}{45} + \frac{7}{15}$ d) $\frac{7}{60} + \frac{8}{15} - \frac{3}{8}$

4. Multiplica las siguientes fracciones:

a) $\frac{7}{9} \cdot \frac{12}{5}$ b) $25 \cdot \frac{7}{15}$ c) $12 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{4}$

5. Multiplica las siguientes fracciones:

a) $\frac{3}{8} \cdot \frac{16}{5}$ b) $\frac{4}{7} \cdot \frac{25}{28}$ c) $35 \cdot \frac{4}{15}$ d) $\frac{5}{12} \cdot 4$

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Para **dividir** dos fracciones, se multiplica la primera por la inversa de la segunda.

1. Haz las siguientes divisiones:

a) $\frac{8}{3} : \frac{5}{4}$ b) $\frac{24}{5} : 48$ c) $\frac{7}{18} : \frac{1}{6}$

2. Haz las siguientes divisiones:

a) $\frac{4}{9} : \frac{8}{15}$ b) $\frac{12}{25} : \frac{3}{10}$

c) $\frac{14}{15} : 28$ d) $24 \cdot \frac{56}{5}$

La **jerarquía de las operaciones** dice que, cuando se tienen distintas operaciones combinadas con fracciones, se debe seguir un orden:

a) Paréntesis.

b) Potencias y raíces.

c) Multiplicaciones y divisiones.

d) Sumas y restas.

e) Si las operaciones tienen la misma jerarquía, se empieza por la izquierda.

No se debe olvidar la regla de los signos al multiplicar o dividir.

3. Realiza las siguientes operaciones combinadas:

a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{4} + \frac{2}{3} : \frac{1}{12}$ b) $\frac{5}{12} \cdot \frac{1}{10} + \frac{4}{15} : \frac{4}{5}$

c) $\frac{2}{3} \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{6}\right) + \frac{5}{4}$ d) $\left(\frac{2}{5} - 1\right) : \frac{2}{15} + \frac{11}{4}$

4. Un camión puede cargar 12 000 kg y lleva 3/5 de la carga. ¿Cuántos kilos lleva?

Paso entre fracciones y decimales I

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

- Una **fracción** es **decimal** si el denominador es la unidad seguida de ceros, o una equivalente. Las fracciones decimales dan origen a los números decimales exactos.
- Una fracción es **ordinaria** si no es decimal, es decir, el denominador no se puede poner como la unidad seguida de ceros. Las fracciones ordinarias dan origen a los números decimales periódicos.

1. Calcula mentalmente la expresión decimal de las siguientes fracciones:

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{2}{5}$

La **fracción generatriz de un número decimal exacto** tiene por:

- **Numerador:** el número decimal sin la coma.
- **Denominador:** la unidad seguida de tantos ceros como decimales tenga el número.

La **fracción generatriz de número decimal periódico puro** tiene por:

- **Numerador:** el resultado de la resta del número decimal sin la coma menos la parte entera.
- **Denominador:** tantos nueves como cifras tenga el período.

2. Calcula mentalmente la fracción de los siguientes números decimales:

a) 0,75 b) $1,\widehat{6}$ c) $0,\widehat{3}$ d) 2,5

3. Calcula mentalmente la fracción de los siguientes números decimales:

a) 0,25 b) 1,5 c) $0,\widehat{6}$ d) 0,4

4. Halla la expresión decimal de las siguientes fracciones y clasifica el cociente obtenido.

a) $\frac{8}{3}$ b) $\frac{67}{15}$ c) $\frac{28}{4}$ d) $\frac{39}{20}$

5. Halla la expresión decimal de las siguientes fracciones y clasifica el cociente obtenido.

a) $\frac{25}{6}$ b) $\frac{22}{7}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{29}{12}$

Matemáticas 3.º ESO ▮ Unidad 1 ▮ Ficha 5
Paso entre fracciones y decimales II

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha __________

La **fracción generatriz de un número decimal periódico mixto** tiene por:

- **Numerador:** el resultado de la resta del número decimal sin la coma menos la parte entera seguida del anteperíodo.
- **Denominador:** tantos nueves como cifras tenga el período, seguidos de tantos ceros como cifras tenga el anteperíodo.

1. Halla el lado de un triángulo equilátero cuyo perímetro mide 26 cm. ¿Cómo es el decimal obtenido?

2. Clasifica en fracción ordinaria o decimal las siguientes fracciones:

a) $\frac{7}{5}$ b) $\frac{13}{20}$ c) $\frac{4}{9}$ d) $\frac{5}{6}$

3. Expresa en forma de fracción los siguientes números decimales:

a) 3,75

b) $2{,}8\overset{\frown}{3}$

c) $2{,}\overset{\frown}{36}$

4. Expresa en forma de fracción los siguientes números decimales:

a) $4{,}\overset{\frown}{285714}$

b) 2,125

c) $2{,}6\overset{\frown}{81}$

Matemáticas 3.º ESO Unidad 1 Ficha 6
Números reales

Bruño

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

Los **números irracionales** son aquellos que no se pueden expresar como cociente de dos números enteros. Su expresión decimal no es ni exacta ni periódica.

El conjunto de los **números reales** está formado por los **racionales** y los **irracionales.**

- El **error absoluto** que se comete al aproximar un número es el valor absoluto de la diferencia entre el número exacto y el aproximado.
- El **error relativo** es el cociente entre el error absoluto y el valor exacto.

1. Clasifica los siguientes números en racionales o irracionales:

2/3 –7

$\sqrt{3}$ 1/2 $\sqrt[5]{7}$

2. Representa gráficamente los siguientes números irracionales:

a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt{6}$

3. Redondea a dos cifras decimales y calcula:

a) 3,456 + 0,342 – 2,108 =

b) 15,362 · 3,236 =

c) 45, 875 : 3,236 =

d) 2,458 + 42,253 : 8,417 =

4. Calcula el error absoluto si se redondean los siguientes números a dos cifras decimales:

a) 3,1415 b) 0,0278

c) 1,2068 d) 5,3975

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Calcula mentalmente el M.C.D. de:

a) 12 y 16 b) 6 y 15 c) 9 y 45 d) 16 y 24

2. Calcula mentalmente el m.c.m. de:

a) 5 y 6 b) 4 y 6 c) 4 y 12 d) 6 y 8

3. Indica cuáles de las siguientes fracciones son equivalentes:

$\frac{8}{20}$ $\frac{35}{49}$ $\frac{10}{14}$ $\frac{10}{25}$ $\frac{2}{5}$

4. Halla la fracción irreducible y representa en la recta:

a) $\frac{18}{30}$ b) $\frac{42}{60}$

c) $\frac{12}{36}$ d) $-\frac{15}{9}$

5. Calcula:

a) $\frac{9}{5} - 6 + \frac{13}{15}$ b) $2 - \frac{4}{3} - \frac{3}{8} + \frac{5}{6}$

6. Calcula mentalmente la expresión decimal de las siguientes fracciones:

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{5}{2}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{4}{5}$

7. Expresa en forma de fracción y calcula:

a) $3,5 + 1,25 \cdot 0,4 =$ b) $1,\overset{\frown}{6} + 1,\overset{\frown}{8} =$

El **signo de una potencia** es positivo, excepto si la base es negativa y el exponente impar, en cuyo caso es negativo.

1: Observa el ejemplo y completa la tabla con el signo adecuado.

Base	Exponente	Signo y Resultado	Ejemplo
	Par o impar		$2^3 = 8 : 24 = 16$
	Par		$(-2)^4 = 16$
	Impar		$(-2)^5 = -32$

El **producto de dos potencias** de la **misma base** es otra potencia que tiene la misma base y como exponente la suma de los exponentes. $a^n \cdot a^p = a^{n+p}$

El **cociente de dos potencias** de la **misma base** es otra potencia que tiene la misma base y como exponente la diferencia de los exponentes. $a^n : a^p = a^{n-p}$

La **potencia de una potencia** es otra potencia que tiene la misma base y como exponente el producto de los exponentes. $(a^n)^p = a^{n \cdot p}$

2. Escribe en forma de potencia:

a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 =$ b) $-5 \cdot (-5) \cdot (-5) =$

3. Calcula mentalmente:

a) $2^3 =$ b) $(-2)^3 =$ c) $(-2)^4 =$

d) $0^7 =$ e) $(-7)^1 =$ f) $(-9)^0 =$

4. Calcula:

a) $3^4 =$ b) $(-3)^4 =$ c) $3^5 =$ d) $(-3)^5 =$

5. Multiplica para eliminar el paréntesis:

a) $3a^2b(2ab^2 - 5a^2b^3) =$

b) $2x^3y^2z(3xy^2z^2 + 4x^2yz^3 - 6x^3z^4) =$

Matemáticas 3.º ESO Unidad 2 Ficha 2
Potencias de exponente entero

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Una potencia de **exponente entero negativo** es igual a 1 dividido por la misma potencia pero con exponente positivo: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ siempre que $a \neq 0$

1. Calcula mentalmente en forma de fracción el resultado de las siguientes potencias:

a) $2^{-1} =$ b) $(-2)^{-2} =$ c) $2^{-3} =$ d) $(-2)^{-3} =$

e) $1^{-9} =$ f) $(-5)^{-1} =$ g) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} =$ h) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-1} =$

Notación científica: consiste en expresar un número como producto de un número decimal y una potencia de 10, de forma que la parte entera del número decimal esté comprendida entre 1 y 9.

La **potencia de un producto** es igual al producto de cada uno de los factores elevado al mismo exponente. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

La **potencia de un cociente** es igual al cociente de cada uno de los números elevado al mismo exponente. $(a : b)^n = a^n : b^n$

2. Aplicando la potencia de un producto o de un cociente, escribe como una sola potencia:

a) $3^5 \cdot 5^5 \cdot 7^5 =$ b) $7^6 : 9^6 =$

c) $6^{-3} \cdot 7^{-3} =$ d) $3^{-4} : 5^{-4} =$

3. Simplificando reduce a una sola potencia:

a) $\frac{12^5}{3^4 \cdot 2^{10}} =$ b) $\frac{3^4}{15^4}$

4. Escribe en notación científica:

a) 54 689 000 000 000 000

b) La diezmillonésima parte de 4 unidades.

Matemáticas 3.º ESO Unidad 2 Ficha 3
Radicales I

Nombre ______ Curso ______ Fecha ______

Dos **radicales** son **equivalentes** si tienen las mismas raíces. Si en un radical se multiplica el índice y el exponente por el mismo número, se obtiene otro radical equivalente.

Para **simplificar un radical** se divide el índice de la raíz y el exponente del radicando por el M.C.D. de ambos. Esta simplificación es válida si existen los dos radicales.

Para **introducir un factor** en un radical se eleva el factor al número que indica el índice y se multiplica por el radicando.

1. ¿Cuántas raíces reales tienen los siguientes radicales?

a) $\sqrt{36}$ b) $\sqrt{0}$ c) $\sqrt{-25}$

c) $\sqrt[3]{-8}$ e) $\sqrt{1}$ f) $\sqrt[3]{1}$

2. Calcula mentalmente si es posible:

a) $\sqrt{25}$ b) $\sqrt[3]{-125}$

c) $\sqrt{-49}$ e) $\sqrt[3]{-27}$

3. Simplifica los radicales:

a) $\sqrt[6]{5^4}$ b) $\sqrt[9]{5^6}$

c) $\sqrt[12]{5^8}$ e) $\sqrt[24]{5^{18}}$

Matemáticas 3.º ESO Unidad 2 Ficha 4
Radicales II

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ________

Para **extraer un factor de un radical,** se descompone el radicando en factores primos y se divide el exponente de cada factor entre el índice de la raíz. El cociente de la división sale fuera del radical como exponente del número, y el resto se queda dentro del radical como exponente del factor. Todos los exponentes del radicando tienen que ser menores que el índice.

Radicales semejantes son aquellos radicales que, después de simplificarlos, tienen el mismo índice y el mismo radicando.

Para **sumar** y **restar radicales,** estos tienen que ser semejantes. En ese caso, se suman o restan los coeficientes y se deja el mismo radical.

1. Calcula las siguientes raíces factorizando el radicando:

a) $\sqrt{32\,400}$ b) $\sqrt[3]{3\,375}$ c) $\sqrt[5]{1\,024}$

2. Extrae todos los factores posibles de:

a) $\sqrt{81a^5bc^6}$

b) $\sqrt[3]{128a^8b^2c^{15}}$

3. Suma y resta los siguientes radicales:

a) $\sqrt{50} - \sqrt{32} + \sqrt{18}$

b) $5\sqrt{98} - 3\sqrt{200} + 4\sqrt{8}$

4. Sustituye los recuadros por uno de los signos = o ≠:

a) $\sqrt{36 + 64} \quad \sqrt{36} + \sqrt{64}$

b) $\sqrt{100 - 36} \quad \pm 8$

c) $\sqrt[3]{8 + 27} \quad \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{-27}$

Propiedades y relación entre potencias y radicales I

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Lee las propiedades y los ejemplos y completa la tabla con la fórmula adecuada.

Propiedades	Fórmula	Ejemplo
a) **Producto de radicales del mismo índice.** El producto de dos radicales del mismo índice es otro radical del mismo índice, y de radicando el producto de los radicandos.		$\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{25}=\sqrt[3]{5\cdot 25}=\sqrt[3]{125}=5$
b) **Cociente de radicales del mismo índice.** El cociente de dos radicales del mismo índice es otro radical del mismo índice, y de radicando el cociente de los radicandos.		$\sqrt[3]{32}:\sqrt[3]{4}=\sqrt[3]{32:4}=\sqrt[3]{8}=2$
c) **Potencia de un radical.** La potencia de un radical es igual al radical de la potencia.		$\left(\sqrt[3]{5}\right)^2=\sqrt[3]{5^2}$
d) **Raíz de un radical.** La raíz de un radical es otro radical, de índice el producto de los índices y de radicando el mismo.		$\sqrt[3]{\sqrt{5}}=\sqrt[6]{5}$

Una **potencia de exponente fraccionario** es equivalente a un radical cuyo índice es el denominador del exponente y cuyo radicando es la base elevada al numerador del exponente, y viceversa. Si el exponente es negativo, el radical está en el denominador.

$$a^{p/n}=\sqrt[n]{a^p},\ a>0 \qquad a^{-p/n}=\frac{1}{\sqrt[n]{a^p}},\ a>0$$

2. Aplicando las propiedades de los radicales, expresa como una sola raíz:

a) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{3}$ b) $\sqrt{6}:\sqrt{3}$

c) $\left(\sqrt[3]{5}\right)^2$ d) $\sqrt[3]{\sqrt{5}}$

3. Aplica las propiedades de los radicales y calcula:

a) $\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}$ b) $\sqrt{20}:\sqrt{5}$

c) $\sqrt[3]{25}\cdot\sqrt[3]{5}$ d) $\sqrt{\sqrt[3]{64}}$

Matemáticas 3.º ESO Unidad 2 Ficha 6
Propiedades y relación entre potencias y radicales II

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Observa los ejemplos y completa las tablas con las potencias y radicales adecuados.

Potencias	Ejemplo
$a^n = a \cdot a \cdot \ldots^{n)} \ldots \cdot a$	$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
$0^n = 0,\ n \neq 0$	$0^5 = 0$
$1^n = 1$	
$a^0 = 1,\ a \neq 0$	$5^0 = 1$
$a^1 = a$	
$a^n \cdot a^p = a^{n+p}$	$5^3 \cdot 5^4 = 5^7$
$a^n : a^p = a^{n-p}$	
$(a^n)^p = a^{n \cdot p}$	$(5^3)^2 = 5^6$
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	(
$(a : b)^n = a^n : b^n$	$(5 : 7)^3 = 5^3 : 7^3$
$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$	
$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$	
$a^{-1/n} = \dfrac{1}{\sqrt[n]{a}}$	$5^{-1/4} = \dfrac{1}{\sqrt[4]{5}}$
$a^{p/n} = \sqrt[n]{a^p}$	
$a^{-p/n} = \dfrac{1}{\sqrt[n]{a^p}}$	$6^{-3/4} = \dfrac{1}{\sqrt[4]{6^3}}$

Radicales	Ejemplo
$\sqrt{a} = b$ si $b^2 = a$	$\sqrt{25} = \pm 5$
$\sqrt[3]{a} = b$ si $b^3 = a$	$\sqrt[3]{8} = 2$
$\sqrt[n]{a} = b$ si $b^n = a$	$\sqrt[5]{32} = 2$
$\sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n = a$	
$\sqrt[ns]{a^{ps}} = \sqrt[n]{a^p}$	
$a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$	$2\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 5} = \sqrt[3]{40}$
$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$	
$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$	$\sqrt[3]{2} : \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2 : 5}$
$(\sqrt[n]{a})^p = \sqrt[n]{a^p}$	
$\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}} = \sqrt[n \cdot p]{a}$	$\sqrt[5]{\sqrt[3]{7}} = \sqrt[15]{7}$
$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$	
$\dfrac{1}{\sqrt[n]{a}} = a^{-1/n}$	$\dfrac{1}{\sqrt[5]{2}} = 2^{-1/5}$
$\sqrt[n]{a^p} = a^{p/n}$	
$\dfrac{1}{\sqrt[n]{a^p}} = a^{-p/n}$	

2. Escribe los siguientes radicales en forma de potencia:

a) $\sqrt[5]{3}$

b) $\dfrac{1}{\sqrt[6]{5}}$

c) $\sqrt[7]{3^5}$

d) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{7^2}}$

3. Escribe las siguientes potencias en forma de radical y calcula el resultado:

a) $27^{1/3}$

b) $49^{-1/2}$

c) $128^{3/7}$

d) $243^{-2/5}$

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ________

1. Expresa el resultado en forma de una sola potencia utilizando las propiedades de las potencias:

a) $3^2 \cdot 3^6 =$ b) $5^7 : 5^6 =$

c) $(3^2)^5 =$ d) $5^2 \cdot 5 \cdot 5^3 =$

2. Multiplica para eliminar el paréntesis:

a) $2a^3b(3a^2b - 6a^3b^3) =$

b) $3xy^2z^3(4x^2y^3z + 5x^3y - 7x^5z) =$

3. Simplifica:

a) $\dfrac{2^5 \cdot 3^7 \cdot 4^2}{3^{-1} \cdot 3^4 \cdot 6^2}$ b) $\dfrac{2^{-3} \cdot 5^4 \cdot 6^2}{2^{-5} \cdot 5^3 \cdot 4^3}$

4. Escribe en notación científica:

a) 0,000000000253

b) La centésima parte de una milésima

5. Simplifica los radicales:

a) $\sqrt[6]{7^2}$ b) $\sqrt[15]{7^{12}}$ c) $\sqrt[20]{7^{12}}$ d) $\sqrt[30]{5^{18}}$

6. Extrae todos los factores posibles de:

a) $\sqrt{108}$ b) $\sqrt[3]{1\,080}$ c) $\sqrt{243a^8b^3c^7}$ d) $\sqrt[3]{125a^9b^{17}c^{25}}$

7. Aplicando las propiedades de los radicales, expresa como una sola raíz:

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{7}$ b) $\sqrt{14} : \sqrt{2}$ c) $(\sqrt[5]{7})^3$ d) $\sqrt[5]{\sqrt{3}}$

Matemáticas 3.º ESO Unidad 3 Ficha 1
Sucesiones

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Una **sucesión de números reales** es un conjunto de números reales ordenados, es decir, cada número de la sucesión ocupa un lugar determinado.

Los **términos de la sucesión** son cada uno de los números que la forman y ocupan un lugar determinado. Para indicar este lugar se utiliza una letra con un subíndice numérico:

La sucesión *3*, *6*, *10*, *15*, *21*… se puede representar por: a_1, a_2, a_3, a_4, a_5…

Una **sucesión** es **regular** cuando sus términos siguen una determinada regla.

1. Halla los diez primeros términos de las siguientes sucesiones:

a) 3, 8, 13, 18…

b) 8, 4, 0, –4…

2. Halla los cuatro primeros términos positivos de las sucesiones siguientes:

a) Números pares.

b) Números impares.

c) Múltiplos de 5

Con el **término general de una sucesión** se puede calcular cualquier término sustituyendo en la fórmula la letra *n* por el lugar que se desea.

$$a_n = 4n + 1 \Rightarrow a_1 = 4 \cdot 1 + 1 = 5 \quad a_2 = 4 \cdot 2 + 1 = 9 \quad a_3 = 4 \cdot 3 + 1 = 13$$

3. Calcula los cuatro primeros términos de las siguientes sucesiones:

a) $a_n = 3n + 2$

b) $a_n = (n + 1)^2$

c) $a_n = 3 \cdot 2^n$

4. Trata de hallar la fórmula del término general de las sucesiones del ejercicio 2:

Matemáticas 3.º ESO Unidad 3 Ficha 2
Progresiones aritméticas

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Una **progresión aritmética** es una sucesión en la que cada término se obtiene sumando al término anterior un número constante que se llama **diferencia** y que se representa con la letra *d*.

La sucesión 3, 7, 11, 15… es una progresión aritmética.

$$d = a_2 - a_1 = 7 - 3 = 4;\ d = a_3 - a_2 = 11 - 7 = 4$$

La diferencia es $d = 4$, y cada término se obtiene del anterior sumando 4.

El **término general** de una progresión aritmética es: $a_n = a_1 + (n - 1)d$

1. Encuentra el término general de las siguientes progresiones aritméticas:

a) 5, 9, 13, 17…

b) 6, 3, 0, –3…

2. Escribe el término general y los tres primeros términos de la progresión aritmética cuyo primer término es: $a_1 = 6$ y $d = 2{,}5$

La **suma de los *n* primeros términos de una progresión aritmética** se representa S_n y es:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

3. Calcula la suma de los 25 primeros términos de la progresión aritmética cuyo término general es: $a_n = 2n + 6$

4. Calcula la suma de los 12 primeros términos de la progresión aritmética cuyo término general es: $a_n = 3n/2 + 2$

Matemáticas 3.º ESO   Unidad 3   Ficha 3
Progresiones geométricas (I)

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

Una **progresión geométrica** es una sucesión en la que cada término se obtiene multiplicando el término anterior por un número constante que se llama **razón,** y que se representa con la letra *r*, esta razón se calcula dividiendo dos términos consecutivos.

La sucesión 3, 12, 48, 192… es geométrica.

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{12}{3} = 4 \qquad r = \frac{a_3}{a_2} = \frac{48}{12} = 4 \qquad r = \frac{a_4}{a_3} = \frac{192}{48} = 4$$

1. Calcula la razón *r* de las siguientes progresiones geométricas:

a) 5, 15, 45, 135…   b) 6, 3, 3/2, 3/4…

El **término general** de una progresión geométrica es: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

2. Encuentra el término general de las progresiones geométricas del ejercicio 1:

3. Encuentra el término general de las siguientes progresiones geométricas:

a) 6, 12, 24…   b) 1/3, 1, 3…

c) –3, 6, –12…   d) 3/4, –1/2, 1/3…

4. Dada una progresión geométrica cuyo primer término es $a_1 = 8$ y cuya razón es $r = 3/4$, calcula:

a) a_6 b) a_{10} c) a_{20} d) a_n

Progresiones geométricas (II)

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

La **suma de los *n* primeros términos de una progresión geométrica** se representa S_n y es:

$$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1},\ n \neq 1$$

1. Calcula la suma de los siete primeros términos de la progresión geométrica 6, 12, 24, 48…

2. Calcula la suma de los 10 primeros términos de las siguientes progresiones geométricas:

a) 2, 14, 98, 686…

b) 3, – 6, 12, – 24…

La **suma de todos los términos de una progresión geométrica** con $|r| < 1$ es:

$$S = \frac{a_1}{1 - r}$$

3. Calcula la suma de los infinitos términos de las siguientes progresiones:

a) 9, 3, 1…

b) 9/4, 3/2, 1…

4. La suma de los infinitos términos de una progresión geométrica es 6 y su primer término es 4. Halla la razón.

Matemáticas 3.º ESO Unidad 3 Ficha 5
Aplicaciones: interés simple y compuesto (I)

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

El **interés** es la cantidad de dinero que produce un capital depositado en una entidad financiera.

El **interés simple** es aquel que no se acumula al capital para generar más intereses. El capi-tal inicial permanece invariable. Su fórmula es: $I = c \cdot r \cdot t$

El capital final que se obtiene es: $C = c + I$

1. En un depósito de una entidad financiera ofrecen un 6% de interés simple anual. Si se depositan 7 500 € durante 2 años y Hacienda retiene el 18%, calcula el capital acumulado al finalizar el período.

2. Calcula los años que ha estado depositado un capital de 5 000 € al 3,5% de interés si se han generado 700 € de intereses, sin el descuento de Hacienda.

Si el tiempo que se deposita el dinero no es un año, se cobra la parte proporcional del interés anual.

3. Calcula el rédito al que se han depositado 18 000 € a interés simple durante 5 años si, una vez retenido el 18% de Hacienda, los intereses generados son de 2 952 €.

4. Se depositan 6500 € al 5% de interés compuesto durante 4 años. Hacienda retiene el 18% de los intereses cuando se recupera el capital. Calcula el capital fina si los intereses se abonan anualmente.

Matemáticas 3.º ESO Unidad 3 Ficha 6
Aplicaciones: interés simple y compuesto (II)

Nombre ____________________ Curso ________ Fecha ____________

El interés compuesto es aquel que se acumula al capital para ir generando nuevos intereses. Un capital inicial, *c*, al *R* % de rédito durante *t* años, producirá un capital final:

$$C = c(1 + r)^t, \quad r = \frac{R}{100}$$

1. Calcula el capital bruto que se acumula si se colocan 40 500 € al 4,5% de interés compuesto durante 4 años si los intereses se abonan anualmente.

Si los intereses se abonan *n* veces al año con un rédito *r* durante *t* años, el capital final será:

$$C = c\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t}$$

2. ¿Qué capital se acumula si se colocan 31 000 € al 5% de interés compuesto durante 3 años si los intereses se abonan trimestralmente?

3. ¿Qué capital inicial es necesario tener depositado para que, a interés compuesto durante 3 años al 5% anual y con períodos de capitalización trimestrales, se acumule un capital final bruto de 29 692,10 €?

4. Calcula el capital inicial que se debe depositar al 6% de interés compuesto con períodos de capitalización mensual para que, al cabo de 10 años, se conviertan en 33 204 € brutos.

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ______

1. Calcula los ocho primeros términos de las siguientes sucesiones:

a) $a_n = 4^n + 2$

b) $a_n = 3n^2 - 5n + 2$

c) $a_n = (-2)^n$

2. Calcula la suma de los 125 primeros términos de la progresión aritmética cuyo término general es: an = 4n/5 + 2/3

3. En las siguientes progresiones, calcula si son aritméticas o geométricas, halla la diferencia o razón y el término general.

a) 12, 20, 28…

b) 14, 4, – 6…

c) 5, 15, 45…

4. Calcula la suma de los infinitos términos de las siguientes progresiones:

a) 9, 3, 1…

b) 9/4, 3/2, 1…

5. Se depositan 2 000 € durante 3 años a un 5% de interés simple. Si Hacienda retiene un 18% de los intereses, ¿qué interés se obtiene al acabar dicho período?

6. Se depositan 3 000 € a un interés compuesto del 7% durante 3 años con períodos de capitalización mensuales. Si Hacienda retiene el 18% cuando se recupera el capital, calcula el capital final.

Matemáticas 3.º ESO   Unidad 4   Ficha 1
Razones y proporciones

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Una **razón** es la división entre dos cantidades comparables. Se representa $\frac{a}{b}$ y se lee «*a* es a *b*».
El número *a* se llama **antecedente** y el *b* se llama **consecuente.**

1. Calcula las razones entre las cantidades siguientes e interpreta el resultado:

a) 3,5 kg de naranjas cuestan 6,3 €.

b) Un coche en 5 horas recorre 400 km.

Una **proporción** es una igualdad de dos razones. Se representa $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ y se lee «*a* es a *b* como *c* es a *d*» $\Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$ (El producto de los medios es igual al producto de los extremos.)
Se llama **cuarto proporcional** al término desconocido de una proporción de la que se conocen los otros tres.

2. Calcula mentalmente y completa para que formen proporción:

a) $\frac{5}{9} = \frac{}{36}$ b) $\frac{}{9} = \frac{12}{54}$

c) $\frac{2}{} = \frac{3}{4{,}5}$ d) $\frac{2}{0{,}9} = \frac{10}{}$

3. Calcula el cuarto proporcional:

a) $\frac{x}{9} = \frac{21}{7}$ b) $\frac{1{,}5}{1{,}5} = \frac{6}{x}$ c) $\frac{3{,}6}{x} = \frac{7{,}2}{6}$

Se llama **medio proporcional** a los términos iguales de una proporción continua.

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b} \Rightarrow x^2 = a \cdot b \Rightarrow x = \pm\sqrt{a \cdot b}$$

4. Calcula el medio proporcional:

a) $\frac{10}{x} = \frac{x}{3{,}6}$ b) $\frac{2{,}5}{x} = \frac{x}{6{,}4}$

Matemáticas 3.º ESO   Unidad 4   Ficha 2
Magnitudes proporcionales (I)

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Dos magnitudes son **directamente proporcionales** si el cociente de las cantidades correspondientes es constante.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow k \text{ es la constante de proporcionalidad directa.}$$

1. Las siguientes magnitudes son directamente proporcionales, calcula x e indica la constante de proporcionalidad:

a) $\frac{x}{7} = \frac{12}{21}$

b) $\frac{2{,}5}{3{,}2} = \frac{10}{x}$

La regla de tres es un procedimiento para hallar un cuarto proporcional. La proporcionalidad es directa cuando va de + a + o de – a –

Magnitud *A* (unidad)	(D)	**Magnitud *B*** (unidad)
a	$\longrightarrow$	c
b	$\longrightarrow$	x

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \Rightarrow x = \frac{b \cdot c}{a}$$

2. Resuelve los siguientes problemas:

a) Si 8 cintas de vídeo cuestan 212 €, ¿cuántas cintas se pueden comprar con 371 €?

b) Una tubería de 15 m de longitud pesa 210 kg. ¿Cuál será la longitud de una tubería que pesa 308 kg si es del mismo material y de la misma sección?

c) Nueve bombillas iguales han consumido un total de 54 kWh. Si en las mismas condiciones encendemos 15 bombillas iguales, ¿cuántos kWh se consumirán?

Matemáticas 3.º ESO Unidad 4 Ficha 3
Magnitudes proporcionales (II)

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** si el producto de las cantidades correspondientes es constante.

La **constante de proporcionalidad inversa** es el valor del producto constante:

$$\frac{a}{b} \text{ y } \frac{c}{d} \text{ Son inversamente proporcionales } \Rightarrow k = a \cdot b = c \cdot d$$

1. A una velocidad de 10 km/h se tardan 6 horas en recorrer una distancia. Las magnitudes velocidad y tiempo son inversamente proporcionales. Calcula la constante de proporcionalidad.

La regla de tres es inversa cuando va de + a – o de – a +, cuando esto sucede la razón de las cantidades de la magnitud A se colocan invertidas.

Magnitud *A* (unidad)	(I)	**Magnitud *B*** (unidad)
a	$\longrightarrow$	c
b	$\longrightarrow$	x

$$\frac{b}{a} = \frac{c}{x} \Rightarrow x = \frac{a \cdot c}{b}$$

2. Resuelve los siguientes problemas:

a) Cuatro amigos se reparten el alquiler de un apartamento de verano. Cada uno paga 375 €. Si se uniesen dos amigos más, ¿cuánto pagaría cada uno?

b) Un coche recorre un trayecto en 1 hora y media a 65 km/h. Si desea tardar 75 minutos, ¿a qué velocidad deberá recorrer el mismo trayecto?

c) Veinte obreros asfaltan un tramo de carretera en 60 días. ¿Cuántos obreros harán falta para asfaltar el mismo tramo de carretera en 40 días?

Matemáticas 3.º ESO Unidad 4 Ficha 4
Proporcionalidad compuesta

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ________

Una **proporcionalidad es compuesta** si intervienen más de dos magnitudes proporcionales.

¿Proporcionalidad directa o inversa?

¿Proporcionalidad directa o inversa?

$$\begin{array}{ccccc} \textbf{Magnitud } \boldsymbol{A} \textbf{ (unidad)} & & \textbf{Magnitud } \boldsymbol{B} \textbf{ (unidad)} & & \textbf{Magnitud } \boldsymbol{C} \textbf{ (unidad)} \\ a & \longrightarrow & c & \longrightarrow & e \\ b & \longrightarrow & d & \longrightarrow & x \end{array} \Bigg\}$$

Se plantea la proporción, con la razón directa o inversa, según corresponda, y se resuelve.

1. Resuelve los siguientes problemas:

a) Durante 30 días seis obreros han canalizado 150 m de tubería para suministro de agua. Calcula cuántos metros canalizarán catorce obreros en 24 días.

b) Los gastos de alimentación de 135 personas suponen 2 250 € diarios. Calcula cuántas personas podrán alimentarse durante 90 días con 12 000 €.

c) Para hacer una obra en 360 días hacen falta 30 obreros trabajando 8 horas diarias. ¿Cuántos días duraría la misma obra si hubiese 40 obreros trabajando 6 horas diarias?

Matemáticas 3.º ESO Unidad 4 Ficha 5
Problemas aritméticos (I)

Nombre ______________________ Curso _______ Fecha __________

Para repartir una cantidad N en partes que sean directamente proporcionales a otras cantidades conocidas a, b, c…, se sigue el procedimiento:

a) Se calcula k, la parte de N que le corresponde a cada unidad del total de las cantidades conocidas a, b, c…, es decir:

$$k = \frac{N}{a + b + c}$$

b) Con el valor de la unidad, k, se calculan los valores de las partes deseadas.

1. Reparte 15 000 € en partes directamente proporcionales a 2, 3 y 5.

2. Reparte 13 500 € en partes directamente proporcionales a 4, 6 y 8.

3. Tres amigos organizan una peña para jugar a las quinielas y aportan 23, 34 y 41 €. Si aciertan una quiniela por la que cobran 120 540 €, ¿qué cantidad le corresponde a cada uno si el reparto se hace de forma directamente proporcional al dinero aportado?

Para repartir una cantidad N en partes que sean inversamente proporcionales a otras cantidades conocidas a, b, c…, se hace un reparto directamente proporcional a las inversas $1/a$, $1/b$, $1/c$… Para ello:

a) Se calcula primero el inverso de a, b, c…, y se reducen a común denominador (m.c.m.).

b) Se hace el reparto directamente proporcional a los numeradores.

4. Reparte 11 050 € en partes inversamente proporcionales a 2, 3 y 4.

5. Reparte 11 750 € en partes inversamente proporcionales a 3, 4 y 5.

Matemáticas 3.º ESO Unidad 4 Ficha 6
Problemas aritméticos (II)

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ________

- La **disminución porcentual** de una cantidad inicial es lo que disminuye dicha cantidad según un porcentaje.
- El **aumento porcentual** de una cantidad inicial es lo que aumenta dicha cantidad según un porcentaje.

1. A un trabajador le descuentan mensualmente de su nómina el 5% para un seguro que asciende a 1 440 €. ¿Qué cantidad le descuentan?

2. En la factura de un taller aplican un 16% de IVA sobre un importe de 168 €. ¿Cuánto se paga en total?

3. En una compra a plazos de 4 570,5 € suben el precio un 15,25%. ¿Cuánto se pagará en total?

Para calcular **aumentos y disminuciones porcentuales encadenados** se calcula el índice de variación total multiplicando los índices de variación de cada paso.

4. En una factura de 350 € nos aplican un 20% de descuento y un 16% de IVA. Calcula el importe total de la factura.

5. Un determinado producto aumenta su precio un 15% en un año. Al año siguiente aumenta un 16%. ¿Cuál ha sido el porcentaje de aumento en total?

6. En una tienda compramos un televisor con una rebaja del 20% y nos cobran el 16% de IVA. Si pagamos 232 € por él, ¿cuál era su precio inicial?

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ________

1. Determina si los siguientes pares de razones forman proporción y calcula la constante de proporcionalidad:

a) $\frac{15\text{ m}}{3\text{ m}} \quad \frac{10\text{ días}}{2\text{ días}}$

b) $\frac{51}{121} = \frac{1{,}5}{4}$

2. Con 100 kg de harina se hacen 120 kg de pan. Calcula la harina necesaria para elaborar un pan de 120 g.

3. Las ruedas delanteras de un tractor tienen un diámetro de 0,9 m y las traseras tienen un diámetro de 1,2 m. Si en un trayecto las ruedas delanteras han dado 250 vueltas, ¿cuántas vueltas habrán dado las traseras?

4. Ocho obreros trabajan 12 días para hacer una obra y cobran 3 600 €. ¿Cuánto ganarán seis obreros si hacen en 10 días el mismo trabajo?

5. Reparte mentalmente 600 € de forma proporcional a 1, 2 y 3.

6. Si el 80% de una masa de bollería es harina, calcula cuánta harina contiene un bollo de 300 gramos.

Matemáticas 3.º ESO Unidad 5 Ficha 1
Polinomios. Suma y resta

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Un **monomio** es una expresión algebraica en la que las variables solo tienen las operaciones de producto y de potencia de exponente natural. El **grado de un monomio** es la suma de los exponentes de las variables.

Un **polinomio** es una suma de monomios. Dos **polinomios** son iguales si los coeficientes de los términos del mismo grado son iguales.

1. ¿Cuáles de las siguientes expresiones son monomios? Calcula el grado de estos.

a) $5x^3y$ ______________________

b) $3x - 2y^3$ ______________________

2. Ordena de forma decreciente, según los grados, los siguientes polinomios y calcula el grado, el coeficiente principal y el término independiente:

a) $7x^2 - 5x^3 + 4$

b) $-9x^2 - 6x^5 - 7 + 4x^6$

3. Halla el valor de *a*, *b* y *c* para que los siguientes polinomios sean iguales:

$P(x) = ax^4 - 8x^3 + 4x - b$ y $Q(x) = 5x^4 - 8x^3 - cx^2 + 4x + 6$

Procedimiento para la **suma** de polinomios:

a) Se colocan los polinomios ordenados uno debajo del otro, de manera que coincidan los monomios semejantes.

b) Se suman los coeficientes del mismo grado y se pone la misma parte literal.

El **opuesto de un polinomio** es el que se obtiene al cambiar de signo todos sus monomios. Para **restar** dos polinomios se le suma al primero el opuesto del segundo.

4. Suma los siguientes polinomios: $P(x) = 7x^5 - 5x^3 + 3x^2 - 1$ $Q(x) = -3x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 3x + 1$

5. Calcula $P(x) - Q(x)$: $P(x) = 4x^5 + 7x^3 - x - 2$ y $Q(x) = 5x^4 - 3x^3 + 7x + 2$

Matemáticas 3.º ESO Unidad 5 Ficha 2
Multiplicación de polinomios I

Nombre ____________________ Curso ________ Fecha ____________

Procedimiento

a) Se colocan los polinomios ordenados uno debajo del otro, de manera que coincidan los monomios semejantes. Si falta un grado, se deja un hueco, para que sea más fácil colocar los productos parciales.

b) Para multiplicar polinomios, se empieza por la izquierda y se multiplica el primer monomio del segundo polinomio por todos los monomios del primer polinomio, los coeficientes se multiplican y los exponentes se suman. Si falta un término de un grado, se deja un hueco.

c) Se continúan multiplicando los demás monomios.

d) Se suman todos los polinomios obtenidos.

1. Multiplica los polinomios: $P(x) = x^3 - 2x^2 + 3$ y $Q(x) = 2x^3 - 5x + 1$

2. Multiplica los polinomios: $P(x) = 2x^4 - 4x^3 - 5x + 1$ y $Q(x) = x^3 - 2x + 7$

3. Multiplica los polinomios: $P(x) = 2x^3 - 3x + 5$ y $Q(x) = 3x^2 + x - 4$

4. Multiplica los polinomios: $P(x) = x^4 - 3x^2 + x - 5$ y $Q(x) = 2x^3 + x^2 - 4$

5. Multiplica los polinomios: $P(x) = 3x^5 - x^3 - 5x + 1$ y $Q(x) = 2x^4 + 4x^2 - 3$

Multiplicación de polinomios II

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

El **cuadrado de una suma** es igual al cuadrado del primero, más el doble del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

El **cuadrado de una diferencia** es igual al cuadrado del primero, menos el doble del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Una **suma por una diferencia** es igual al cuadrado del primero menos el cuadrado del segundo:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

1. Calcula mentalmente:

a) $(x + 2)^0$ ______________________ d) $(2x + 6)^0$ ______________________

b) $(x - 3)^1$ ______________________ e) $(x + 5)^2$ ______________________

c) $(x - 7)^1$ ______________________ f) $(x - 6)^2$ ______________________

2. Desarrolla los siguientes productos:

a) $4x(5x^4 - 6x)$ ______________________ c) $-3x^3(-6x^2 - 1)$ ______________________

b) $-7x^2(5x^3 - 3x^2)$ ______________________ d) $5x^4(-x^2 + 5x)$ ______________________

3. Opera y simplifica:

a) $(2x + 5)^2 - (2x + 5)(2x - 5)$

b) $(x - 1/3)^2 + (x + 1/3)$

Factorizar un polinomio consiste en expresarlo como producto de factores irreducibles.

4. Factoriza mentalmente:

a) $2x^2 + 6x$ ______________________ c) $x^2 - 25$ ______________________

b) $x^2 - 6x + 9$ ______________________ d) $x^2 + 8x + 16$ ______________________

5. Factoriza:

a) $12x^4 + 8x^3$ ______________________ c) $x^2 - 3$ ______________________

b) $5x^3 + 20x^2 + 20x$ ______________________ d) $9x^2 - 30x + 25$ ______________________

Matemáticas 3.º ESO Unidad 5 Ficha 4
División de polinomios I

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Procedimiento

a) Se colocan ordenados el dividendo y el divisor y, si falta algún grado, se deja un hueco.

b) Se comienza dividiendo los coeficientes principales y restando los grados correspondientes.

c) La división termina cuando el grado del resto es menor que el grado del divisor.

El dividendo es igual al divisor por el cociente más el resto.

$$D(x) = d(x) \cdot C(x) + R(x) \text{ siendo } gr(R(x)) < gr(d(x))$$

1. Divide y haz la comprobación: $P(x) = 2x^5 - 8x^4 + 12x^2 + 18$ entre $Q(x) = x^2 - 3x - 1$

2. Divide: $P(x) = 6x^5 + 2x^4 - 17x^3 + 20x - 25$ entre $Q(x) = 2x^3 - 3x + 5$

3. Divide: $P(x) = 2x^7 + x^6 - 9x^5 - 5x^4 + 9x^2 + 8$ entre $Q(x) = x^4 - 3x^2 + x - 5$

4. Divide y haz la comprobación: $P(x) = 4x^6 - 12x^4 + 8x^3 + 9$ entre $Q(x) = 2x^3 - 5x + 1$

5. Halla un polinomio tal que al dividirlo entre $2x^3 - 5x + 1$ se obtenga de cociente $x^2 + 3x - 4$ y de resto $-7x^2 + x + 8$

6. Divide $P(x) = 6x^6 - 13x^5 - 20x^3 + 50x^2 - 4$ entre $Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$

Matemáticas 3.º ESO Unidad 5 Ficha 5
División de polinomios II

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Procedimiento de la Regla de Ruffini

a) Se colocan los coeficientes del dividendo en horizontal y, si falta alguno, se pone un cero.

b) Debajo y a la izquierda se coloca a con el signo cambiado.

c) Se baja directamente el primer término del dividendo.

d) El cociente es un polinomio de un grado menor que el dividendo.

e) El resto es el último número.

1. Divide por Ruffini: $P(x) = x^4 - 6x^2 + 4x + 5$ entre $Q(x) = x + 2$

2. Divide por Ruffini: $P(x) = x^5 - 4x^3 + 5x^2 + 3$ entre $Q(x) = x - 1$

3. Divide por Ruffini: $P(x) = x^6 - 4x^4 + 6x^3 + 1$ entre $Q(x) = x - 2$

4. Divide por Ruffini: $P(x) = 2x^3 - 13x + 8$ entre $Q(x) = x + 3$

5. Divide por Ruffini: $P(x) = x^4 - 6x^3 + 9x + 10$ entre $Q(x) = x - 3$

6. Divide por Ruffini: $(3x^4 - 7x^2 - 8x - 1) : (x - 2)$

Teorema del resto y del factor

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

El **valor numérico de un polinomio** es el valor que se obtiene al sustituir la variable por un número y efectuar las operaciones.

El **resto** que se obtiene al dividir el polinomio $P(x)$ entre el binomio $x - a$ es el valor numérico del polinomio para $x = a$

$$\boldsymbol{R = P(a)}$$

1. Calcula mentalmente el valor numérico del polinomio $P(x) = x^5 - 3x^4 + 6x^2 - 8$ para los valores que se indican:

a) Para $x = 0$ b) Para $x = 1$

2. Calcula el valor numérico del siguiente polinomio para los valores que se indican:

$$P(x) = x^4 - 3x^3 + 5x - 2$$

a) Para $x = 3$ ______________________

b) Para $x = -3$ ______________________

3. Halla, sin hacer la división, el resto de dividir el polinomio $P(x) = x^3 - 6x^2 + 5$ entre $x - 2$

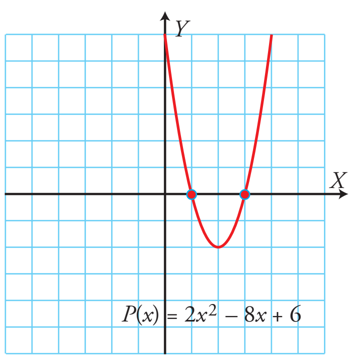
Una **raíz de un polinomio** es un número para el que el valor numérico del polinomio es cero.

La **interpretación gráfica** de las raíces de un polinomio $P(x)$ son las abscisas de los puntos de corte de la función polinómica $y = P(x)$ con el eje X

Teorema del factor: El polinomio $P(x)$ es divisible entre el binomio $x - a$ si $x = a$ es una raíz del polinomio $P(x)$

4. ¿Cuál de los números, 2 o –2, es raíz del polinomio $P(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$?

5. Observa la gráfica y calcula las raíces del polinomio $P(x) = 2x^2 - 8x + 6$



Matemáticas 3.º ESO Unidad 5 Evaluación

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Clasifica las siguientes expresiones algebraicas en monomios, binomios o trinomios.

a) $x - y + z$ ______________________

b) $x - y$ ______________________

c) $3x^2 - 3$ ______________________

2. Calcula el grado, el coeficiente principal y el término independiente de los siguientes polinomios:

a) $5x^4 - 2x^3 + 1$

b) $-4x^7 - 5x^4 - 7x^3 - 1$

3. Multiplica los polinomios: $P(x) = x^5 - 2x^3 + 3x^2 - 1$ $Q(x) = x^4 - 5x^2 + 2$

4. Factoriza mentalmente:

a) $8x^3 + 12x^2$ ______________________

b) $x^2 + 10x + 25$ ______________________

5. Divide y haz la comprobación: $P(x) = 2x^5 - 6x^4 + 20x^2 - 38x + 12$ entre $Q(x) = x^3 - 5x + 3$

6. Halla el valor de k para que el resto de la siguiente división sea -11

$P(x) = x^3 + kx^2 + 7$ entre $x - 3$

7. Comprueba, sin hacer la división, que el polinomio $P(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9$ es divisible entre $x - 3$

Ecuaciones de 1.er grado

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

En una **ecuación de 1.er grado con una incógnita** el exponente de la variable es 1.

1. De las siguientes ecuaciones, ¿cuáles son de 1.er grado con una incógnita y cuáles no? ¿Por qué?

a) $2x^2 + 5x = 0$

b) $-2x + 4 = x - 1$

c) $y - 7 = 3yx + 1$

Dos **ecuaciones son equivalentes** cuando tienen la misma solución o raíz.

Para resolver una ecuación de 1.er grado, esta se transforma en otra equivalente (Sumando, restando, multiplicando o dividiendo la misma expresión en los dos miembros) y despejando la incógnita x mediante la regla del producto.

2. Resuelve mentalmente:

a) $4x + 12 = 6x - 8$

b) $8x - 2x + 4 = 2x$

c) $6 + 3x = 4 + 7x - 2x$

d) $4x + 3x - 4 = 3x + 8$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3(x + 2) + 2x = 5x - 2(x - 4)$

b) $4 - 3(2x + 5) = 5 - (x - 3)$

c) $5 - (2x + 4) = 3 - (3x + 2)$

Las **ecuaciones reducibles a 1.er grado** son aquellas que vienen expresadas como producto de factores de 1.er grado e igualadas a cero.

Si un producto de factores está igualado a cero, cada uno de los factores puede valer cero.

4. Resuelve mentalmente:

a) $x(x - 2)(x + 3) = 0$

b) $(2x + 1)(x - 4)(3x + 5) = 0$

Matemáticas 3.º ESO Unidad 6 Ficha 2
Ecuaciones de 2.º grado

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Una **ecuación de 2.º grado** con una incógnita es una expresión de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$$

Es **completa** si tiene los tres términos: el de 2.º grado, el de 1.er grado y el independiente.

Es **incompleta** si le falta el término de 1.er grado, el término independiente o ambos.

La ecuación incompleta $ax^2 + bx = 0$ se resuelven sacando x factor común. Una solución es $x = 0$.

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 - 6x = 0$ b) $x^2 + 5x = 0$ c) $x^2 - 9x = 0$

La ecuación incompleta $ax^2 + c = 0$ se resuelven despejando x^2 y haciendo la raíz cuadrada.

2. Resuelve mentalmente:

a) $x^2 - 9 = 0$ b) $x^2 - 16 = 0$ c) $-x^2 + 36 = 0$ d) $x^2 - 100 = 0$

Las **soluciones de la ecuación completa de 2.º grado** se obtienen aplicando la fórmula:

$$ax^2 + bx + c = 0, \ \Rightarrow \ x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$ b) $2x^2 - 3x - 20 = 0$ c) $8x^2 - 2x - 3 = 0$

4. Lleva las siguientes ecuaciones a la forma $ax^2 + bx + c = 0$ y resuelve:

a) $2x(x - 3) = 3x(x - 1)$ b) $(x + 2)(x + 3) = 6$ c) $(2x - 3)2 = 8x$

Matemáticas 3.º ESO Unidad 6 Ficha 3
Número de soluciones. Factorización (I)

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Se llama discriminante de la ecuación de 2.º grado, que se representa por Δ, al valor:

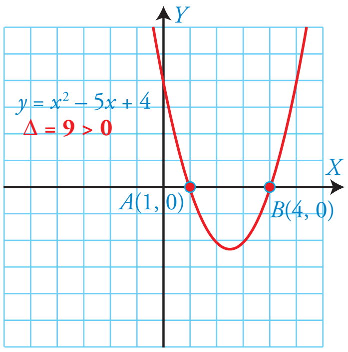
$$\Delta = b^2 - 4ac$$

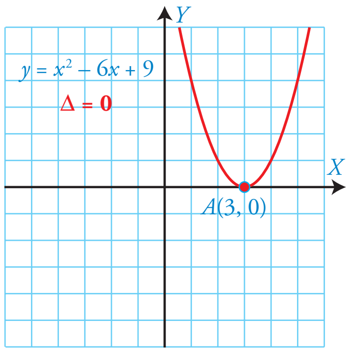
El número de soluciones de una ecuación de 2.º grado depende del signo del discriminante.

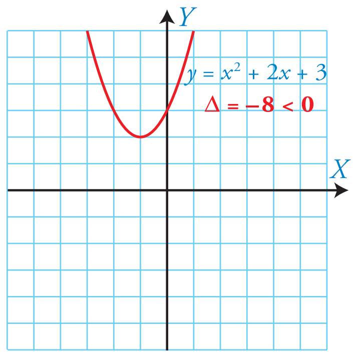
a) Si $\Delta > 0$, la ecuación tiene dos raíces reales y distintas. La gráfica corta al eje X en dos puntos.

b) Si $\Delta = 0$, la ecuación tiene una solución y se dice que es doble. La gráfica corta al eje X en un solo punto, es decir, es tangente al eje X.

c) Si $\Delta < 0$, la ecuación no tiene soluciones reales. La gráfica no corta al eje X.







1. Sin resolverlas y sin hallar el discriminante, calcula mentalmente cuántas soluciones tienen las ecuaciones:

a) $5x^2 - 12x = 0$ b) $x^2 + 25 = 0$ c) $2x^2 = 0$

2. Sin resolver las ecuaciones, calcula el discriminante y determina cuántas soluciones tienen:

a) $-6x + 7 = 0$ b) $x^2 - 8x + 16 = 0$ c) $2x^2 - 3x + 5 = 0$

Un trinomio de 2.º grado $\boldsymbol{ax^2 + bx + c}$ con las soluciones x_1 y x_2 se descompone factorialmente de la siguiente forma:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

3. Halla la descomposición factorial de los siguientes polinomios:

a) $x^2 + 4x + 4=0$ b) $x^2 - 25$ c) $4x^2 + 4x + 1$

d) $8x^2 + 14x - 15$ e) $2x^2 + 9x - 5$ f) $x^2 + 4x - 5$

Matemáticas 3.º ESO Unidad 6 Ficha 4
Número de soluciones. Factorización (II)

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Para hallar una ecuación de 2.º grado conociendo las soluciones x_1 y x_2, basta con multiplicar los binomios:

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

1. Halla, en cada caso, una ecuación de 2.º grado cuyas soluciones son:

a) $x_1 = 5$, $x_2 = -7$ b) $x_1 = 2/5$, $x_2 = -3$ c) $x_1 = -4$, $x_2 = -2/3$

2. Halla una ecuación de 2.º grado que tenga como soluciones: $x_1 = 3/2$, $x_2 = -5$.

Las soluciones x_1 y x_2 de la ecuación $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$ cumplen las siguientes relaciones:

$$s = -\frac{b}{a} \qquad p = -\frac{c}{a}$$

3. Calcula, sin resolverlas, la suma y el producto de las soluciones de las siguientes ecuaciones.

a) $5x^2 - 15x + 9 = 0$ b) $x^2 - 6x + 12 = 0$ c) $3x^2 - 14x = 0$

4. Calcula la suma y el producto de las soluciones de las siguientes ecuaciones.

a) $x^2 - 8x + 3 = 0$ b) $x^2 - 7x + 2 = 0$

c) $6x^2 + x - 2 = 0$ d) $5x^2 - 16x + 3 = 0$

5. Transforma las siguientes ecuaciones a la forma $ax^2 + bx + c$ y luego sin resolver calcula s y p.

a) $9(x + 2/3)2$ b) $20(x + 2/5)\ (x - 3/4)$

Matemáticas 3.º ESO   Unidad 6   Ficha 5
Problemas de ecuaciones (II)

Bruño

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ______________

Para resolver un problema se debe leer el enunciado tantas veces como sea necesario, hasta que se entienda cuáles son la **incógnita,** los **datos,** las **relaciones** y las **preguntas.**

En los problemas geométricos se debe hacer siempre un dibujo, y en los numéricos, un esquema.

1. La suma de dos números es 36, y uno es el doble del otro. Calcula dichos números.

Para resolver problemas numéricos Intenta asociar la incógnita con el número menor.

Tres números consecutivos x, $x + 1$, $x + 2$.

Un número par es $2x$.

Un número impar es $2x + 1$

El 15% de x es $0{,}15x$

2. Se ha plantado 1/5 de la superficie de una huerta con cebollas; 1/15 con patatas; 2/3 con judías, y el resto, que son 240 m^2, con tomates. ¿Qué superficie tiene la huerta?

Para resolver problemas de edades, haz una tabla como la siguiente:

	Actualmente	Dentro de x años
Ruth	17	$17 + x$
Madre	47	$47 + x$

3. Natalia y Roberto tienen, respectivamente, 8 y 2 años. ¿Al cabo de cuántos años la edad de Natalia será el doble de la de Roberto?

4. Ana tiene 12 años, su hermano Pablo tiene 14, y su padre, 42. ¿Cuántos años deben pasar para que la suma de las edades de Ana y Pablo sea igual a la de su padre?

Matemáticas 3.º ESO Unidad 6 Ficha 6
Problemas de ecuaciones (II)

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ______

Para trabajar con problemas de mezclas haz una tabla:

	Azúcar blanca	Azúcar morena	Mezcla
Precio (€/kg)	1,24	1,48	1,32
Masa (kg)	50	x	$50 + x$
Dinero (€)	$1{,}24 \cdot 50 + 1{,}48 \cdot x = 1{,}32(50 + x)$		

1. Se mezclan 1 800 kg de harina de 0,42 €/kg con 3 500 kg de harina de 0,54 €/kg. ¿Qué precio tiene el kilo de la mezcla?

2. Se desea obtener 8 000 kg de pienso mezclando maíz a un precio de 0,5 €/kg con cebada a un precio de 0,3 €/kg. Si se desea que el precio de la mezcla sea de 0,45 €/kg, ¿cuántos kilos de maíz y de cebada necesitamos?

Al resolver problemas de ecuaciones de 2.º grado, comprueba las soluciones.
Rechaza las soluciones de la ecuación que no lo sean del problema.

3. La suma de los cuadrados de dos números consecutivos es 181. Halla dichos números.

4. Halla dos números cuya diferencia sea 5 y la suma de sus cuadrados sea 73.

5. Calcula dos números enteros tales que su diferencia sea 2 y la suma de sus cuadrados sea 884.

Matemáticas 3.º ESO Unidad 6 Evaluación

Bruño

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ________

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $4(x + 5) + 3x = 4x - 3(x - 4)$

b) $5(x - 2) + 3(x + 2) = 6(x - 1)$

2. Aplicando la fórmula resolvente resuelve las siguientes ecuaciones de 2.º grado:

a) $25x^2 - 25x + 4 = 0$

b) $6x^2 + 11x - 2 = 0$

c) $4x^2 - 7x + 3 = 0$

3. Sin resolver las ecuaciones, calcula el discriminante y determina cuántas soluciones tienen:

a) $x^2 - 5x + 7 = 0$

b) $3x^2 - 12x + 8 = 0$

c) $x^2 - 4x = 0$

d) $9x^2 + 24x + 16 = 0$

4. Halla, en cada caso, una ecuación de 2.do grado cuyas soluciones son:

a) $x_1 = -13$, $x_2 = 13$

b) $x_1 = -2$, $x_2 = 6$

c) $x_1 = -5$, $x_2 = 3$

5. La edad de Rubén es la quinta parte de la edad de su padre. Dentro de 3 años, la edad de Rubén será la cuarta parte de la edad de su padre. ¿Qué edad tiene cada uno actualmente?

6. Calcula dos números naturales consecutivos tales que su producto sea 132.

Matemáticas 3.º ESO Unidad 7 Ficha 1
Sistemas lineales. Resolución gráfica

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Un **sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas** es una expresión algebraica de la forma:

$$\left.\begin{array}{r} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{array}\right\}$$

donde a, b, c, a', b' y c' son números conocidos: x e y son las incógnitas.

Una solución de un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas es un par de valores (x, y) que verifican las dos ecuaciones.

1. Comprueba que $x = -1$, $y = 5$ es solución del siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{r} -3x + 2y = 13 \\ 4x + y = 1 \end{array}\right\}$$

Resolución gráfica de un sistema lineal

a) Se representa la recta correspondiente a la 1.ª ecuación.

b) Se representa la recta correspondiente a la 2.ª ecuación.

c) La solución es el punto de corte de ambas rectas.

2. Resuelve gráficamente el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{r} 3x - y = 5 \\ 2x + 3y = -4 \end{array}\right\}$$

3. Escribe un sistema que tenga como solución $x = 2$, $y = 3$

Matemáticas 3.º ESO   Unidad 7   Ficha 2
Métodos de sustitución e igualación

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Se resuelven fácilmente por **sustitución** los sistemas en los que una de las incógnitas ya esté despejada.
a) Se sustituye el valor de la incógnita despejada en la otra ecuación.
b) Se resuelve la ecuación resultante.
c) El valor obtenido se sustituye en la ecuación donde estaba despejada la 1.ª incógnita.

1. Resuelve por el método más sencillo:

$$\left.\begin{aligned} y &= 3 - 2x \\ 3x + 4y &= 10 \end{aligned}\right\}$$

Se resuelven fácilmente por igualación los sistemas en los que una de las dos incógnitas ya esté despejada en las dos ecuaciones.
a) Se igualan los valores de la incógnita despejada.
b) Se resuelve la ecuación resultante.
c) El valor obtenido se sustituye en la ecuación más sencilla donde estaba despejada la otra incógnita.

2. Resuelve por el método más sencillo:

$$\left.\begin{aligned} y &= 3x - 7 \\ y &= 13 - 2x \end{aligned}\right\}$$

3. Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{aligned} x &= 2y + 1 \\ x &= -1 - 6y \end{aligned}\right\}$$

Cuando un sistema tiene denominadores, primero hay que transformarlo en otro equivalente que no los tenga. Para ello se halla el m.c.m. de los denominadores de cada una de las ecuaciones y se multiplica toda la ecuación por dicho m.c.m.

4. Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{aligned} \frac{x}{4} &= 11 - 3y \\ 2x - \frac{y}{3} &= 7 \end{aligned}\right\}$$

Reducción y qué método utilizar I

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

Método de reducción

a) Mediante multiplicaciones apropiadas, se obtiene un sistema equivalente con los coeficientes de una misma incógnita opuestos.

b) Se suman las dos ecuaciones.

c) Se resuelve la ecuación resultante.

d) El valor obtenido se sustituye en la ecuación más sencilla y se halla el valor de la otra incógnita.

Se resuelven fácilmente por **reducción** los sistemas en los que una incógnita tenga los coeficientes:

a) Iguales: restando ambas ecuaciones.

b) Opuestos: sumando ambas ecuaciones.

c) Uno múltiplo de otro: multiplicando la ecuación que tenga el menor coeficiente por un número para que ambos coeficientes sean opuestos.

1. Resuelve por el método más sencillo:

$$\left.\begin{array}{r} 3x + 2y = 7 \\ 5x - 4y = 1 \end{array}\right\}$$

2. Resuelve por el método más sencillo:

$$\left.\begin{array}{r} 3x - 2y = 8 \\ 3x + 7y = -1 \end{array}\right\}$$

3. Resuelve por el método más sencillo:

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = 5 \\ 6x + 5y = 3 \end{array}\right\}$$

Matemáticas 3.º ESO   Unidad 7   Ficha 4
Reducción y qué método utilizar II

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

Todos los sistemas se pueden resolver por los tres métodos, pero hay sistemas en los que un método es mucho más sencillo de aplicar que otro. Para elegir un método se puede tener en cuenta:

a) Se resuelven fácilmente por **sustitución** los sistemas en los que una de las incógnitas ya esté despejada.

b) Se resuelven fácilmente por **igualación** los sistemas en los que una de las dos incógnitas ya esté despejada en las dos ecuaciones.

c) Se resuelven por **reducción** los sistemas en los que no parezca fácil aplicar sustitución o igualación.

1. Resuelve el siguiente sistema por el método más sencillo:

$$\left.\begin{aligned} y &= 4x - 1 \\ 2x + 3y &= 25 \end{aligned}\right\}$$

2. Resuelve por el método más sencillo el siguiente sistema:

$$\left.\begin{aligned} 2x + 3y &= 7 \\ 4x - 3y &= -4 \end{aligned}\right\}$$

3. Resuelve el siguiente sistema por el método más sencillo

$$\left.\begin{aligned} x &= 2y - 1 \\ x &= 3y - 6 \end{aligned}\right\}$$

4. Resuelve por el método más sencillo

$$\left.\begin{aligned} \frac{x-2}{4} + \frac{y}{5} &= \frac{1}{4} \\ 3(x-1) + 2(y+3) &= 4 \end{aligned}\right\}$$

Problemas de sistemas I

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ______________

Para resolver un problema se debe leer el enunciado varias veces hasta que se entienda muy bien cuáles son las **incógnitas,** los **datos,** las **relaciones** y las **preguntas.** En los problemas geométricos se debe hacer siempre el dibujo, y en los numéricos, un esquema. Este procedimiento se puede dividir en:

a) **Entérate:** se escriben las **incógnitas,** los **datos** y las **preguntas.**

b) **Manos a la obra:** se plantean las relaciones, se transforman en un sistema y se resuelve este sistema.

c) **Solución y comprobación:** se escriben las respuestas a las preguntas que plantea el problema, se comprueba que son coherentes y que cumplen las relaciones dadas.

1. Halla dos números sabiendo que uno es el doble del otro y que entre los dos suman 51

2. En un garaje hay 18 vehículos entre coches y motos. Sin contar las ruedas de repuesto hay 58 ruedas. ¿Cuántas motos y coches hay?

3. El perímetro de un triángulo isósceles mide 65 m, y cada uno de los lados iguales mide el doble del lado desigual. ¿Cuánto mide cada lado?

Matemáticas 3.º ESO   Unidad 7   Ficha 6
Problemas de sistemas II

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

1. El doble de un número más el triple de otro número es igual a 80, y el quíntuplo del primero menos la mitad del segundo es igual a 56. ¿De qué números se trata?

2. Los alumnos de un centro van a ir al teatro. El precio de una entrada sin descuento es de 4,5 y con descuento especial para colegios es de 1,5. Se sacan 250 entradas, unas con descuento y otras sin descuento, y en total se pagan 675. ¿Cuántas entradas se han comprado con descuento? ¿Y sin descuento?

3. Tres DVD y 2 CD cuestan 12 ; 4 DVD y 4 CD cuestan. Calcula cuánto cuestan cada DVD y cada CD.

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Resuelve gráficamente el sistema:

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 0 \\ x - y &= 0 \end{aligned}\right\}$$

2. Resuelve por el método más sencillo los siguientes sistemas:

a) $\left.\begin{aligned} x &= 16 - y \\ x &= y - 2 \end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned} 2x + 3y &= 12 \\ 3x - 2y &= 5 \end{aligned}\right\}$

3. Para una fiesta se compran refrescos a 0,85 € y bolsas de frutos secos a 1,25 €. Por cada refresco se compran tres bolsas de frutos secos y en total se pagan 230 €. ¿Cuántos refrescos y bolsas se han comprado?

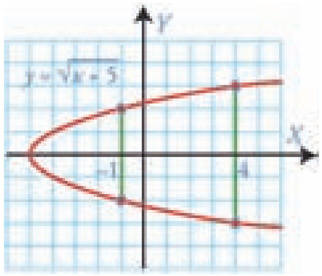
Matemáticas 3.º ESO Unidad 8 Ficha 1
Funciones (I)

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

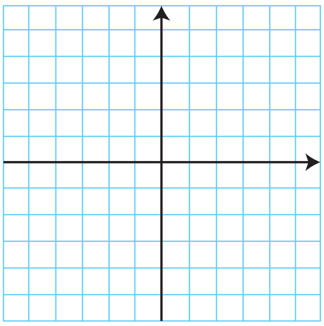
Una **función** es una relación entre dos variables de forma que a cada valor de la variable independiente **x** le corresponde **un único** valor de la variable dependiente ***y***.

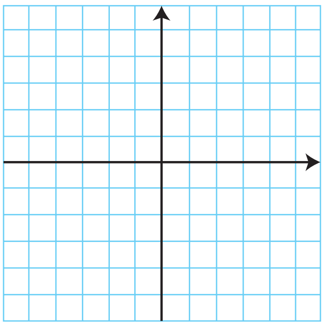
La gráfica representa una función, donde para cada valor de x corresponde un único valor de y.



Esta gráfica no representa una función, ya que hay valores de x para los que hay dos valores de y; por ejemplo: Para $x = -1$ corresponden los valores de $y = -2$, $y = 2$.

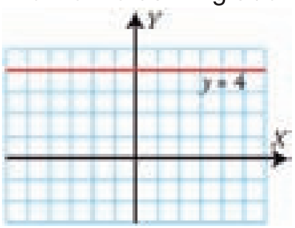
1. Dibuja una gráfica que sea función y otra que no.



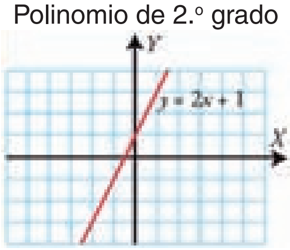


Una función es **polinómica** cuando está definida por un polinomio; una función es **racional** cuando está definida por un cociente de polinomios.

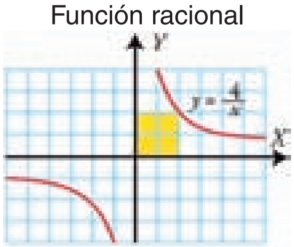
Polinomio de 1.er grado



Polinomio de 2.º grado



Función racional



2. Indica que tipo de función es:

a) $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$

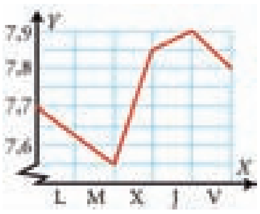
b) $y = 2x^{-2} - 5$

c) $y = 3x$

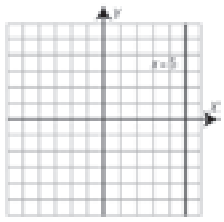
d) $y = \frac{12}{x}$

3. De las siguientes gráficas ¿Cuáles representan funciones?

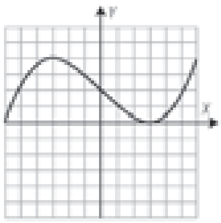
a)



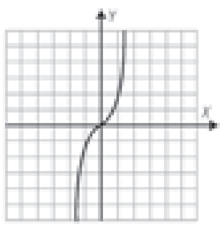
b)



c)



d)



Matemáticas 3.º ESO Unidad 8 Ficha 2
Funciones (II)

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

Una función se puede expresar por:

- Un enunciado, cuando se describe verbalmente.
- Una tabla, cuando se dan valores de la variable independiente, x, con los correspondientes de la variable dependiente, y.
- Una gráfica, cuando se representan los pares (x , y) en unos ejes cartesianos.
- Una fórmula o expresión algebraica, cuando se representa por $y = f(x)$ (y es función de x).

1. En la representación gráfica de una función, la suma de la abscisa y de la ordenada de cada punto es 5.

a) Escribe la ecuación que relaciona la ordenada, y, en función de la abscisa, x.

b) ¿De qué grado es la función polinómica que se obtiene?

2. Un rectángulo tiene 12 m de perímetro.

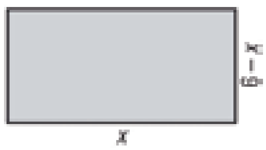
a) Escribe el área del rectángulo, y, en función de la longitud de la base, x

b) ¿De qué grado es la función polinómica que se obtiene?

c) Haz una tabla de valores.

d) Halla el dominio.

e) Halla la imagen o recorrido.



3. La siguiente función está expresada de una de las cuatro formas. Halla, la expresión de las otras tres formas:

El precio de un jamón es de 12 €/kg.

Matemáticas 3.º ESO Unidad 8 Ficha 3
Continuidad, asíntotas y periodicidad (I)

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

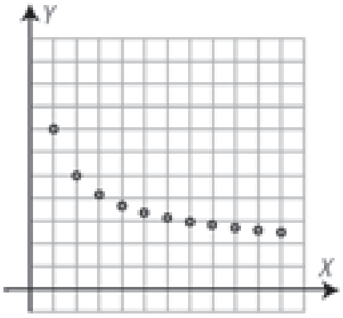
- Una función es continua si la gráfica se puede dibujar de un solo trazo, es decir, la gráfica no se rompe.
- Una función es discontinua si la gráfica no se puede dibujar sin levantar el lápiz del papel.

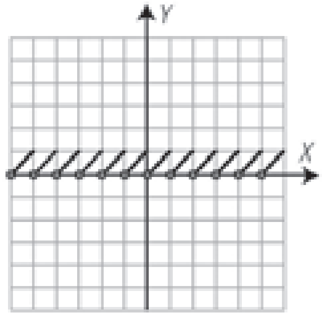
Las discontinuidades pueden presentarse cuando:

a) La variable independiente es discreta (x solo puede tomar valores determinados, por ejemplo los números enteros, la gráfica será una función de puntos).

b) Hay un salto (si la función da un salto en un punto).

1. Observa las gráficas y contesta a las siguientes preguntas:





a) ¿Qué gráfica es continua?

b) ¿En alguna de las gráficas se repite algún trozo?

2. Un dependiente de una tienda gana 50 € por cada día que va a trabajar, más 20 € por cada frigorífico que vende.

a) Expresa el salario del vendedor durante un día en función de los frigoríficos que vende.

b) Esboza la gráfica de la función.

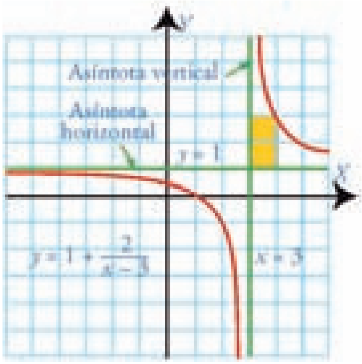
c) ¿Es continua? ¿Por qué?

3. En una floristería cobran 3 € por cada maceta que venden. Escribe la fórmula que expresa el dinero cobrado en función de las macetas vendidas. Represéntala y analiza si es continua.

Matemáticas 3.º ESO Unidad 8 Ficha 4
Continuidad, asíntotas y periodicidad (II)

Nombre ____________________ Curso ________ Fecha ____________

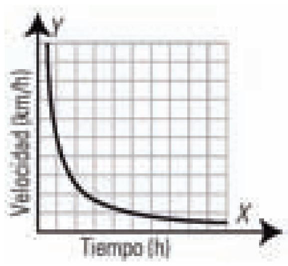
Una **asíntota vertical** es una recta vertical, $x = s$, de forma que, cuando el valor de x está muy próximo a s, la función toma valores muy gran-des o muy pe-queños. Se dice que la función tiende hacia más infinito ($+\infty$) o menos infinito ($-\infty$). En el valor de la abscisa $x = s$, la función es discontinua.



Una **asíntota horizontal** es una recta horizontal, $y = r$, a la que se acerca la gráfica de la función cuando la variable independiente se aleja del origen.

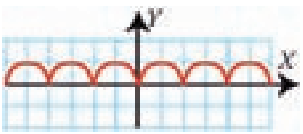
Estudiar la **tendencia** de una fun-ción es calcular los valores de la función cuando la variable x, toma valores muy alejados del origen de coordenadas.

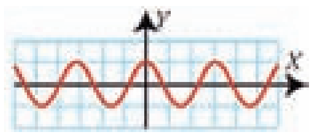
1. La siguiente gráfica recoge la velocidad ($v = e / t$) de una persona que recorre 5 km. Indica las asín-totas de la gráfica y explica su significado.



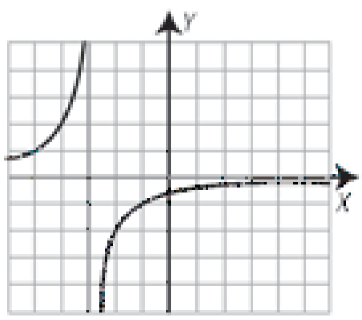
Una **función** es **periódica** si su gráfica se repite en intervalos de amplitud constante. Se llama **período** a la longitud de dicho intervalo.

2. Analiza si las siguientes gráficas son periódicas, y en caso afirmativo calcula el período:





3. Dada la función de la gráfica.



a) ¿Es continua?

b) ¿Es periódica?

c) ¿Es simétrica respecto al eje Y?

d) Halla sus asíntotas.

Crecimiento y punto de corte con los ejes

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

- Una gráfica es creciente cuando, al aumentar los valores de la variable independiente x, la variable dependiente y aumenta.
- Una gráfica es decreciente cuando, al aumentar los valores de la variable independiente x, la variable dependiente y disminuye.
- Máximo relativo: es un punto en que el valor de la función es mayor que en los puntos que están muy próximos.
- Mínimo relativo: es un punto en que el valor de la función es menor que en los puntos que están muy próximos.

1. La gráfica de la cotización en bolsa de cierta empresa durante una semana es la siguiente:

a) ¿En qué momento alcanza la mayor cotización? ¿Cuál es el valor?

b) ¿En qué momento alcanza la menor cotización? ¿Cuál es el valor?

c) ¿Durante qué días ha subido?

d) ¿Durante qué días ha bajado?

e) En la semana, ¿ha subido o ha bajado? ¿Cuánto?

Los **puntos de corte de una función con el eje *X*** se obtienen igualando a cero la expresión de la función y resolviendo la ecuación.

Los **puntos de corte de una función con el eje *Y*** se obtienen sustituyendo el valor $x = 0$ en la fórmula de la función.

Matemáticas 3.º ESO Unidad 8 Ficha 6
Traslaciones. Simetrías. Interpretación conjunta de gráficas

Bruño

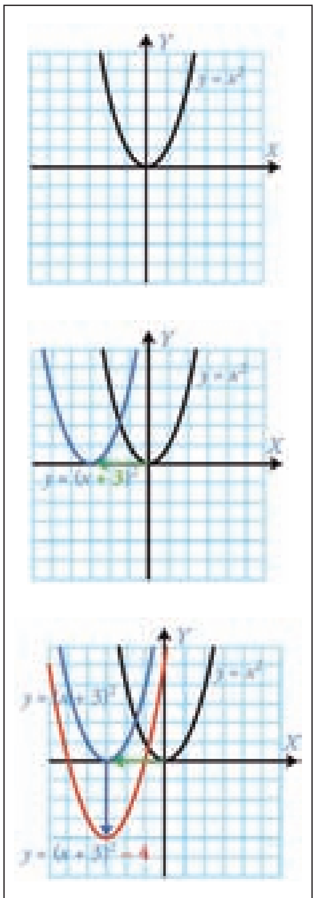
Nombre ____________________ Curso ________ Fecha ____________

Trasladar verticalmente *k* unidades una función $y = f(x)$ es sumarle a la variable dependiente y la constante k $\Rightarrow$ Se obtiene la función: $\boldsymbol{y = f(x) + k}$

- Si k es positiva ($k > 0$), la función se traslada hacia arriba.
- Si k es negativa ($k < 0$), la función se traslada hacia abajo.

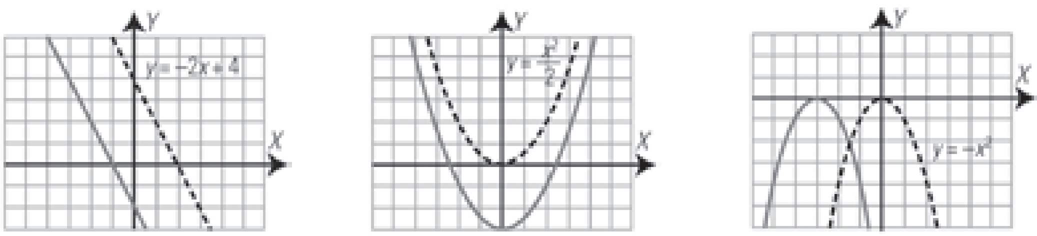
Trasladar horizontalmente *p* unidades una función $y = f(x)$ es restarle a la variable independiente x la constante p $\Rightarrow$ Se obtiene la función: $\boldsymbol{y = f(x - p)}$

- Si p es positiva ($p > 0$), la función se traslada hacia la derecha.
- Si p es negativa ($p < 0$), la función se traslada hacia la izquierda.



1. Representa la función $y = -x^2$. Haz una traslación de 5 unidades hacia arriba, y luego haz una traslación de 3 unidades hacia la derecha.

2. Escribe la fórmula de la gráfica gris, que es una traslación de la punteada, ¿Cuáles son simétricas respecto del eje Y?



Una **función es par** cuando se cumple que $\boldsymbol{f(-x) = f(x)}$**,** es decir, al cambiar el valor de x por su opuesto $-x$ se obtiene el mismo valor de la ordenada y.
Una **función par** tiene una gráfica **simétrica** respecto del eje Y.

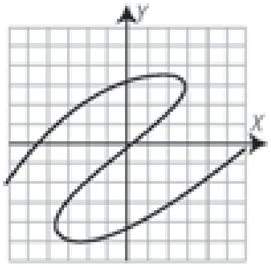
3. ¿Cuáles de las siguientes funciones son pares?

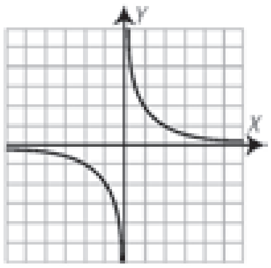
a) $y = x + 2$ b) $y = x^2 - 3$

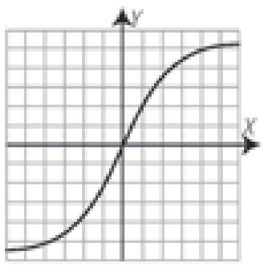
¿Alguna de ellas es simétrica respecto del eje Y? ¿Por qué?

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ________

1. Indica cuál de las siguientes gráficas es una función:

a) 

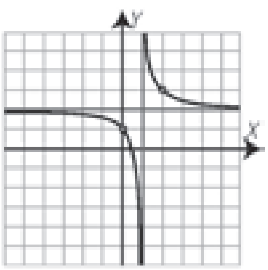
b) 

c) 

2. Expresa la función $y = 5x$ mediante una tabla, una gráfica y un enunciado.

3. Una persona tarda 6 días en recoger las fresas de una finca.
Representa la gráfica. ¿Es continua la función?

4. Dada la función de la gráfica.



a) ¿Es continua?
b) ¿Es periódica?
c) ¿Es simétrica respecto al eje Y?
d) Halla sus asíntotas.

5. Indica en la función del ejercicio 4: Crecimiento y decrecimiento, máximos, mínimos y puntos de corte con los ejes.

6. ¿Cuáles de las siguientes funciones son pares?

a) $y = x^2 + 2$

b) $y = x - 3$

Matemáticas 3.º ESO Unidad 9 Ficha 1
Funciones constantes y lineales

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ________

$\boldsymbol{y = k}$ (siendo k la ordenada del punto en el que la recta corta al eje y), representa a una función constante, porque para cualquier valor de x, la variable y es siempre la misma.

$x = k$ (siendo k la abscisa del punto en el que la recta corta al eje X), no es una función, porque para el valor de $x = k$ existen infinitos valores de y.

La **función es lineal o de proporcionalidad directa** si responde a la forma $y = mx$, ($m = 0$, m es la constante de proporcionalidad directa) y su representación gráfica es una recta que pasa por $O(0, 0)$.

La **pendiente** de una recta es la inclinación que tiene respecto al eje X. En las funciones lineales, coincide con el valor de m:

a) Si la pendiente es positiva **($m > 0$),** la recta es **creciente.**

b) Si la pendiente es negativa **($m < 0$),** la recta es **decreciente.**

Para dibujar una función lineal se calculan las coordenadas de un punto y se une con el origen de coordenadas.

Si una **función lineal o de proporcionalidad directa** viene dada por una tabla o una gráfica, para hallar m se tiene en cuenta que despejando m de $\boldsymbol{y = mx}$ se obtiene:

$$m = \frac{y}{x}$$

Luego m es el cociente de cualquier valor de y dividido entre el valor correspondiente de x, siempre que $x \neq 0$.

1. Halla mentalmente la pendiente de las siguientes funciones lineales, y di si son crecientes o decrecientes:

a) $y = 3x$

b) $y = -x/3$

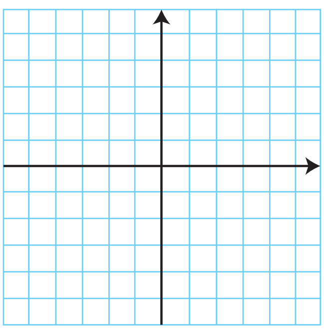
2. Halla la ecuación de la siguiente función definida por una tabla de valores y clasifícala:

x	1	2	5	10
y	1,2	2,4	6	12

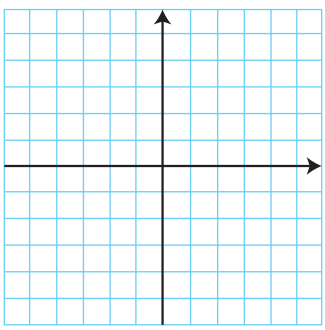
3. La temperatura baja 2 grados cada hora. Halla la temperatura en función del tiempo.

4. Representa gráficamente las siguientes ecuaciones. Di cuáles son funciones y clasifícalas:

$y = 2x$



$y = -3$



Función afín (I)

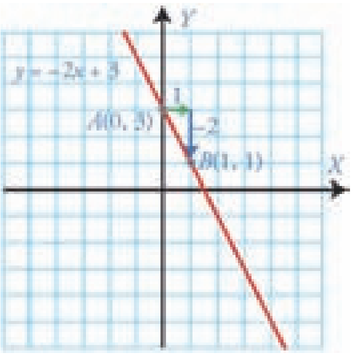
Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ________

Una **función** es **afín** si su ecuación es del tipo:

$\boldsymbol{y = mx + b}$ (siendo m y b números reales, $m \neq 0$, $b \neq 0$)

Su representación gráfica es una recta que tiene de pendiente m y pasa por el punto $P(0, b)$. A b se le llama **valor de la ordenada en el origen.**

Para dibujar la gráfica de una función afín de forma sencilla, se hace una tabla con los valores de $x = 0$ y $x = 1$.



x	y = −2x + 3
0	3

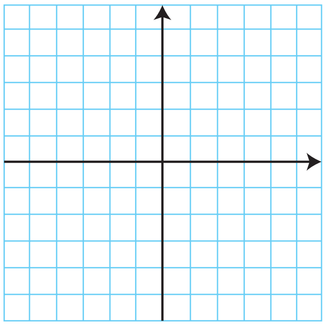
$m = -2$

$A(0, 3)$

La ecuación explícita de una función es aquella en la que la variable independiente ***y*** está despejada.

$\boldsymbol{y = ax + b}$

1. Dibuja la recta que pasa por el punto $A(0, 2)$ y tiene de pendiente $m = 2/3$



2. Llevar las siguientes ecuaciones a la forma explícita de la función y representa gráficamente:

a) $2x - y = 3$ b) $2x + 3y = 6$

3. Dibuja la gráfica de las funciones afines siguientes. Halla en cada una de ellas la pendiente y la ordenada en el origen. ¿Cuál es creciente? ¿Cuál es decreciente?

a) $y = 3x/2 - 1$ b) $y = -\,x/3 + 2$

Matemáticas 3.º ESO   Unidad 9   Ficha 3
Función afín (II)

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ________

La **ecuación punto-pendiente** de la recta es: $\boldsymbol{y - y_1 = m(x - x_1)}$ donde $P(x_1, y_1)$ es un punto de la recta y m es la pendiente.

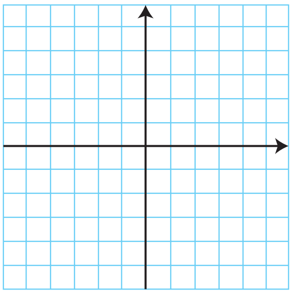
La pendiente de la recta que pasa por dos puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ se halla aplicando la fórmula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

1. Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(-2, 1)$ y cuya pendiente es $m = 3$.

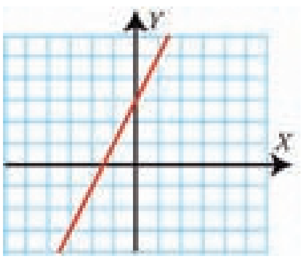
2. Halla la pendiente y la ecuación de la recta que pasa por los puntos: $A(-2, 3)$ y $B(4, 5)$.

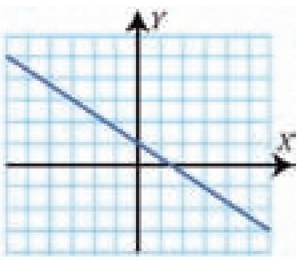
3. Representa la recta que pasa por los puntos A (– 6, – 2) y B (6, 3). Halla su ecuación.



Para hallar la ecuación de una recta a partir de su gráfica, se utiliza la ecuación y = mx + b, donde m es la pendiente y b es la ordenada en el origen.

4. Halla las ecuaciones de las siguientes rectas:





Matemáticas 3.º ESO Unidad 9 Ficha 4
Funciones de proporcionalidad inversa (I)

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Una **función** es de **proporcionalidad inversa** si al multiplicar la variable independiente x por un número, la variable dependiente y queda dividida por dicho número. Su ecuación es:

$$\boldsymbol{y = \frac{k}{x}}$$ (***k*** es la **constante de proporcionalidad inversa, *k* = 0)**

Su representación gráfica es una hipérbola, que es discontinua para $x = 0$, tiene como asíntotas los ejes y es simétrica respecto del origen de coordenadas $O(0, 0)$.

La **constante de proporcionalidad *k*** es el área del rectángulo que tiene como vértices opuestos un punto cualquiera $P(x, y)$ de la hipérbola y el punto de corte de las asíntotas.

a) Si **$k > 0$,** la hipérbola está en el 1.er y 3.er cuadrantes y es decreciente.

b) Si **$k < 0$,** la hipérbola está en el 2.º y 4.º cuadrantes y es creciente.

Para dibujar una función de proporcionalidad inversa se hace una tabla de valores. Los valores más cómodos son los divisores de k

La ecuación $\boldsymbol{y = \frac{k}{x}}$ es equivalente a $\boldsymbol{x \cdot y = k}$

1. Halla mentalmente la constante de proporcionalidad inversa de las siguientes funciones y di si son crecientes o decrecientes:

a) $y = 2/x$

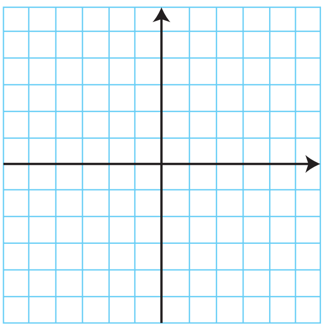
b) $y = -3/x$

c) $y = -4/x$

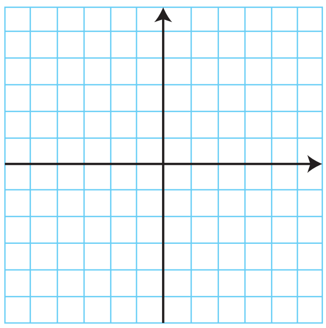
d) $y = 6/x$

2. Representa gráficamente las siguientes hipérbolas, indica si son crecientes o decrecientes.

a) $y = 2/x$



b) $y = -3/x$



3. Halla las ecuaciones de las siguientes funciones definidas verbalmente. ¿De qué tipo son?

a) Doce personas tardan un día en recoger las patatas de una finca. Obtén el tiempo que se tarda en función del número de personas.

b) Un vehículo hace un trayecto de 400 km a velocidad constante. Obtén el tiempo del trayecto en función de la velocidad.

Funciones de proporcionalidad inversa (II)

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Si una **función de proporcionalidad inversa** está dada por una tabla, para hallar *k* hay que tener en cuenta que:

$$y = \frac{k}{x} \text{ es equivalente a } xy = k$$

Luego *k* es igual a cualquier valor de *x* multiplicado por el valor correspondiente de *y*.

1. Halla la ecuación de las siguientes funciones definidas por una tabla de valores. ¿Qué tipo de funciones son? Indica si son crecientes o decrecientes.

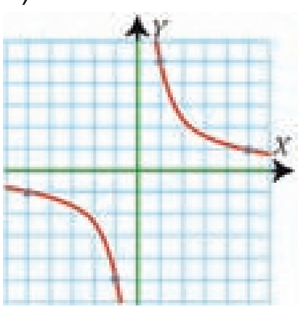
x	1	–1	3	–3	9	–9
y	–9	9	–3	3	–1	1

x	1/2	–1/2	1	–1	2	–2
y	2	–2	1	–1	1/2	–1/2

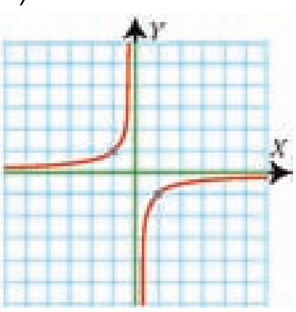
Dada la **gráfica** de una función de proporcionalidad inversa, para calcular ***k*** se hallan las coordenadas de un punto cualquiera de la hipérbola y se multiplica el valor de la abscisa ***x*** por el valor correspondiente de la ordenada ***y***. El mejor punto es el primero en el que la abscisa sea positiva y entera, y la ordenada sea entera.

2. Halla las ecuaciones de las siguientes hipérbolas:

a)



b)



Matemáticas 3.º ESO ▮ Unidad 9 ▮ Ficha 6
Traslaciones de hipérbola

Bruño

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ________

La ecuación que se obtiene al hacer una **traslación vertical de *r* unidades** es $y = \dfrac{k}{x} + r$

Si r es positiva, $r > 0$, la traslación es hacia arriba; si es negativa, $r < 0$, es hacia abajo.

La ecuación que se obtiene al hacer una traslación horizontal de *s* unidades es $y = \dfrac{k}{x - s}$

Si s es positiva, $s > 0$, la traslación es hacia la derecha; si es negativa, $s < 0$, es hacia la izquierda.

1. Dibuja la hipérbola $y = 2/x$, trasládala 3 unidades hacia abajo y halla su nueva ecuación.

2. Dibuja la hipérbola $y = -4/x$, trasládala 2 unidades hacia la derecha y halla su nueva ecuación.

La ecuación que se obtiene al hacer una **traslación vertical de *r* unidades y una traslación horizontal de *s* unidades** es $y = \dfrac{k}{x - s} = r$

Si *r* es positiva, $r > 0$, la traslación es hacia arriba; si es negativa, $r < 0$, es hacia abajo.

Si *s* es positiva, $s > 0$, la traslación es hacia la derecha; si es negativa, $s < 0$, es hacia la izquierda.

3. Dibuja la hipérbola $y = 3/x$, trasládala 1 unidad hacia arriba y 2 hacia la izquierda, halla su nueva ecuación.

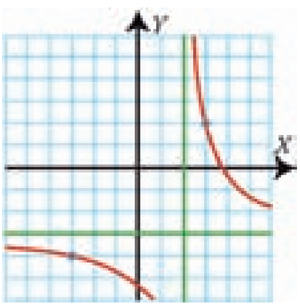
Para hallarla la ecuación

$$y = \frac{k}{x - s} + r$$

k es el área del rectángulo formado entre un punto cualquiera de la hipérbola, $P(x, y)$, y el punto de corte de las asíntotas. La constante *k* es positiva si la hipérbola es decreciente, y es negativa si la hipérbola es creciente.

Para hallar *r* y *s* se hallan las ecuaciones de las asíntotas, $\boldsymbol{y = r, x = s}$.

4. Halla la ecuación de la siguiente hipérbola:



Matemáticas 3.º ESO   Unidad 9   Evaluación

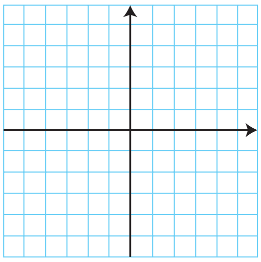
Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Halla la ecuación de la siguiente función definida por una tabla de valores y clasifica esta:

x	1	–2	5	–10
y	–0,5	1	–2,5	5

2. Dibuja la gráfica de la función afín y halla la pendiente y la ordenada en el origen. Indica si es creciente o decreciente.

$y = -x/2 + 3$



3. Halla la pendiente y la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(-2, 3)$ y $B(4, -5)$.

4. Halla mentalmente la constante de proporcionalidad inversa de las siguientes funciones y di si son crecientes o decrecientes:

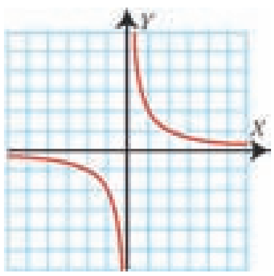
a) $y = 5/x$

b) $y = -7/x$

c) $y = -1/x$

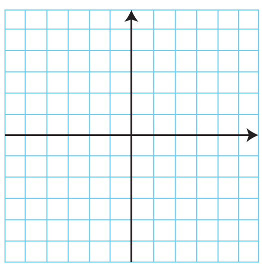
d) $y = 1/x$

5. Halla la ecuación de la siguiente hipérbola:



6. Dibuja la siguiente hipérbola:

$$y = \frac{2}{x+3} - 1$$



Matemáticas 3.º ESO Unidad 10 Ficha 1
Lugares geométricos y ángulos (I)

Nombre ____________ Curso ______ Fecha ______

Un **lugar geométrico** es un conjunto de puntos que verifica una determinada propiedad.

Por ejemplo: La mediatriz de un segmento es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de los extremos.

1. Define circunferencia como un lugar geométrico.

Dos ángulos son **complementarios** si entre los dos suman 90°, es decir, un ángulo recto.

Dos ángulos son **suplementarios** si entre los dos suman 180°, es decir, un ángulo llano.

Los **ángulos que forman una recta secante que corta a otras paralelas** son iguales o suplementarios.

Los ángulos opuestos por el vértice son iguales y los ángulos adyacentes son suplementarios.

2. Dibuja un ángulo de 20° y su suplementario. ¿Cuánto vale?

3. Dibuja un ángulo de 60° y su complementario. ¿Cuánto vale?

4. Dibuja tres rectas paralelas cortadas por una secante e indica cuáles de los ángulos que se forman son iguales.

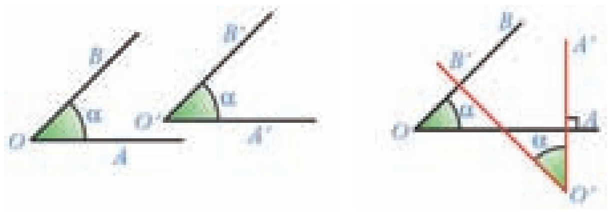
Matemáticas 3.º ESO Unidad 10 Ficha 2
Lugares geométricos y ángulos (II)

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Si dos **ángulos** tienen los **lados paralelos,** son **iguales** o **suplementarios.**

Si dos ángulos tienen los **lados perpendiculares,** son **iguales.**



1. Dibuja dos ángulos de lados perpendiculares y que sean suplementarios.

2. Dibuja dos ángulos de lados paralelos y que sean suplementarios.

La suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180°.

La suma de los ángulos interiores de un polígono convexo es igual a tantos llanos como lados tenga menos dos: $S = (n - 2) \cdot 180°$

3. Dibuja un hexágono y todos sus ángulos. ¿Cuánto suman entre todos ellos?

4. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos de un heptágono regular?

Teorema de Thales

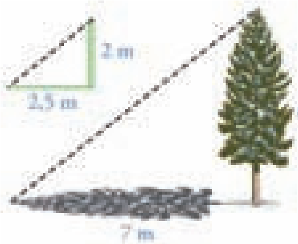
Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

El teorema de Thales dice: si dos rectas *r* y s se cortan por rectas paralelas *a*, *b*, *c*…, los segmentos que se determinan sobre las rectas *r* y *s* son proporcionales.

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{bc} = k$$

A', B', C' se llaman los homólogos de los puntos A, B, C y k es la razón de semejanza.

En la vida real, en multitud de ocasiones, se puede aplicar el teorema de Thales para el cálculo de distancias cuando uno de los extremos es inaccesible; por ejemplo, medir la altura de un árbol.



1. Calcula la altura de un molino eólico, sabiendo que su sombra mide 25 m y que en ese mismo instante un objeto de 1,5 m proyecta una sombra de 1,2 m.

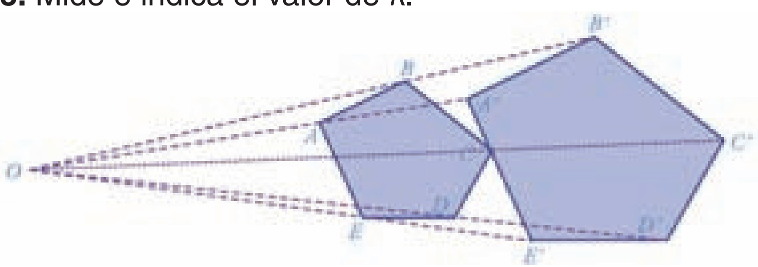
Dos **triángulos están en posición de Thales** si tienen un ángulo común y los lados opuestos a ese ángulo son paralelos.

Dos triángulos en posición de Thales son semejantes si los ángulos son iguales y los lados correspondientes son proporcionales. Dos **polígonos son semejantes** si los ángulos son iguales, y los lados, proporcionales.

Para dibujar polígonos semejantes Se toma un punto cualquiera O, se une con cada vértice y se prolonga de forma que $OA' = k \cdot OA$

2. Dos triángulos están en posición de Thales y sabemos que $AB = 5$ cm, $AC = 3$ cm y $AB' = 4$ cm. Calcula cuánto mide AC'.

3. Mide e indica el valor de k.



4. Dibuja un triángulo equilátero de 1,5 cm de lado.
Dibuja otro semejante de razón de semejanza dos.

Matemáticas 3.º ESO Unidad 10 Ficha 4
Teorema de Pitágoras

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

El **teorema de Pitágoras** dice que, en un triángulo rectángulo, la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos: $\boldsymbol{a^2 + b^2 = c^2}$

Una **terna pitagórica** son tres números enteros que verifican el teorema de Pitágoras. Así, dados tres números, forman un triángulo acutángulo, rectángulo u obtusángulo si el cuadrado del lado mayor es respectivamente menor, igual o mayor a la suma de los cuadrados de los otros dos.

1. Halla la hipotenusa de un triángulo rectángulo en el que los catetos miden 12,5 cm y 14,7 cm.

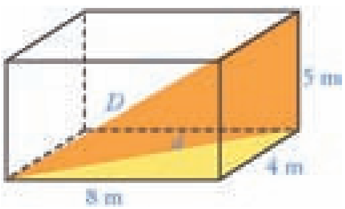
2. Los lados de un triángulo miden 4 m, 5 m y 6 m. ¿Qué clase de triángulo es?

3. Halla la altura de un cono en el que el radio de la base mide 2,7 m y la generatriz, 3,5 m

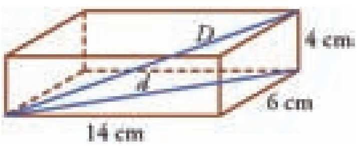
4. Halla el perímetro de un rombo cuyas diagonales miden 8 m y 6 m.

El **teorema de Pitágoras en el espacio** dice que en un ortoedro la diagonal al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de las aristas:

$$D^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

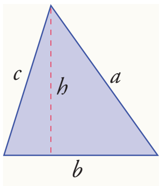
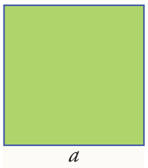
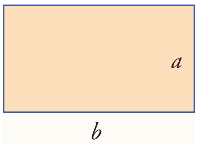
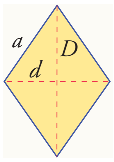
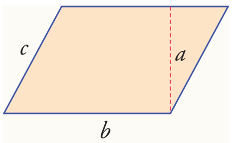
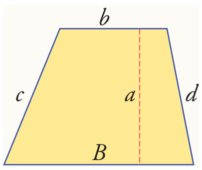
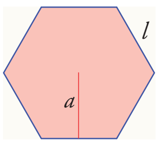


5. Calcula la diagonal del ortoedro de la figura:



Matemáticas 3.º ESO Unidad 10 Ficha 5
Áreas de figuras planas (I)

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

	Dibujo	Perímetro/Área
Triángulo		$P = a + b + c$ $A = \dfrac{b \cdot h}{2}$
Cuadrado		$P = 4a$ $A = a^2$
Rectángulo		$P = 2(b + a)$ $A = b \cdot a$
Rombo		$P = 4a$ $A = \dfrac{D \cdot d}{2}$
Romboide		$P = 2(b + c)$ $A = b \cdot a$
Trapecio		$P = B + c + b + d$ $A = \dfrac{B + b}{2} \cdot a$
Polígono regular		$P = nl$ n = n.º de lados $A = \dfrac{P \cdot a}{2}$

1. Calcula mentalmente el área de un triángulo cuya base mide 7 cm y cuya altura es de 5 cm.

2. Calcula el área de un trapecio rectángulo cuyas bases miden 7,5 cm y 6,4 cm, y el lado perpendicular a las bases mide 5,3 cm.

3. Calcula mentalmente el área de un rectángulo que mide la mitad de alto que de largo y cuya altura es de 5 m.

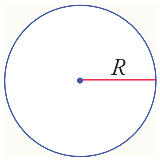
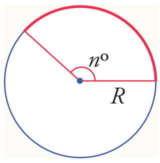
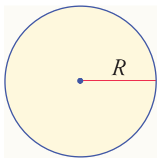
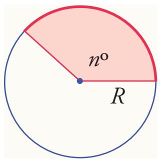
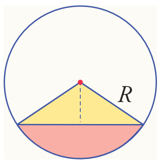
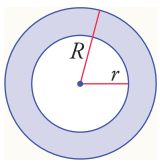
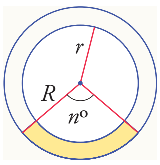
4. Calcula el área del siguiente pentágono:

5. Calcula mentalmente el área de un cuadrado cuyo lado mide 0,6 m.

Matemáticas 3.º ESO Unidad 10 Ficha 6
Áreas de figuras planas (II)

Bruño

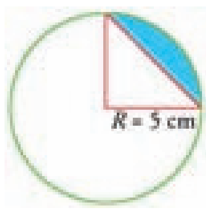
Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

	Dibujo	Longitud/Área
Circunferencia		$L = 2\pi R$
Arco		$L_{\text{Arco}} = \dfrac{2\pi R}{360°} \cdot n°$
Círculo		$A = \pi R^2$
Sector circular		$A_{\text{Sector}} = \dfrac{\pi R^2}{360°} \cdot n°$
Segmento circular		$A_{\text{Segmento}} = A_{\text{Sector}} - A_{\text{Triángulo}}$
Corona circular		$A_{\text{Corona}} = \pi \left(R^2 - r^2\right)$
Trapecio circular		$A_{\text{Trapecio circular}} = \dfrac{\pi \left(R^2 - r^2\right)}{360°} \cdot n°$

1. Calcula el área de un círculo cuyo radio mide 7,23 m.

2. Calcula el área de una corona circular cuyos radios miden: R = 6,7 m y r = 5,5 m.

3. Calcula el área del segmento circular coloreado de azul en la siguiente figura:



4. Calcula el radio de una circunferencia que mide 37,5 m de longitud.

Nombre ____________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Dibuja un ángulo de 50° y su suplementario. ¿Cuánto vale?

2. Dibuja dos rectas secantes y los ángulos que forman, di cuáles son iguales y cuáles suplementarios.

3. Calcula la altura de las torres de Hércules en Los Barrios (Cádiz), sabiendo que su sombra mide 42 m y que en ese mismo instante una persona de 1,74 m proyecta una sombra de 58 cm.

4. Halla todas las ternas pitagóricas en las que los tres números sean menores o iguales que 10.

5. Calcula el área de un trapecio isósceles en el que las bases miden 10 cm y 4 cm, y los otros dos lados tienen 5 cm cada uno.

6. Calcula la longitud de un arco cuyo radio mide 5,4 cm y cuya amplitud es de 95°.

Matemáticas 3.º ESO Unidad 11 Ficha 1
Vectores y traslaciones (I)

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

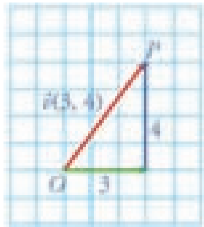
Un vector es un segmento orientado.

Las características de un vector son las siguientes:

a) **Módulo:** la longitud del vector. Se representa por $|\vec{v}|$

b) **Dirección:** la definida por la recta que lo contiene.

c) **Sentido:** el indicado por la punta de la flecha.



$|\vec{v}|$ se calcula aplicando el teorema de Pitágoras:

$|\vec{v}| = \sqrt{3^2 + 4^2}$

$|\vec{v}| = \sqrt{25} = 5$ Unid.

1. Dibuja unos ejes coordenados y representa en ellos los siguientes vectores de forma que el origen de cada vector sea el origen de coordenadas:

a) $\vec{u}(5, 4)$

b $\vec{v}(-3, 6)$

c) $\vec{w}(0, -5)$

d) $\vec{x}(-2, -3)$

2. Calcula $|\vec{u}|$, $|\vec{v}|$, $|\vec{w}|$ y $|\vec{x}|$, del ejercicio 1.

Podemos sumar vectores de forma analítica y geométrica.

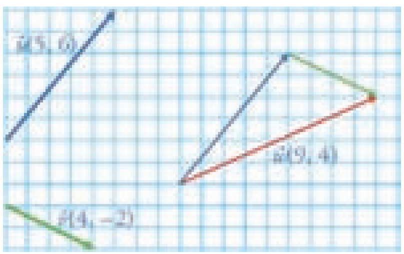
a) Para **sumar vectores de forma analítica,** estos se suman componente a componente.

b) Para **sumar vectores de forma geométrica,** se dibuja el segundo vector de forma que su origen coincida con el extremo del primero. El vector suma se obtiene uniendo el origen del primero con el extremo del segundo.

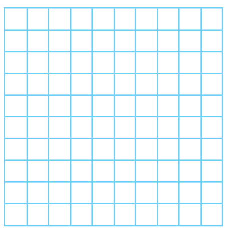
a) Analíticamente:

$$\begin{array}{l} \vec{u}(5, \;\; 6) \\ \underline{\vec{v}(4, -2)} \\ \vec{w}(9, \;\; 4) \end{array}$$

b) Geométricamente:



3. Suma de forma analítica y geométrica los vectores $\vec{u}(7, 6)$ y $\vec{v}(-3, 2)$.



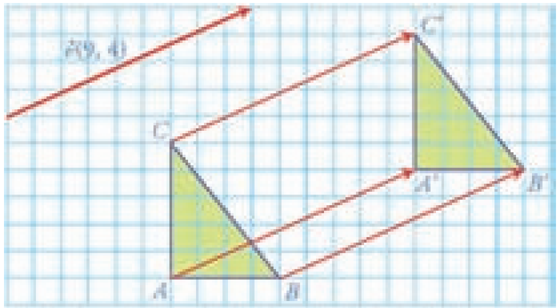
4. Suma de forma analítica y geométrica los vectores $\vec{u}(-5, 3)$ y $\vec{v}(3, -7)$.

Matemáticas 3.º ESO Unidad 11 Ficha 2
Vectores y traslaciones (II)

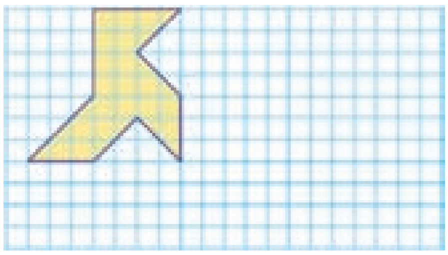
Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Una **traslación de vector $\vec{v}$** es un movimiento directo que lleva cada punto A a otro A' de forma que el vector $\overrightarrow{AA'}$ tiene el mismo módulo, dirección y sentido que el $\vec{v}$

Se traslada la figura 9 unidades a la derecha y 4 hacia arriba.

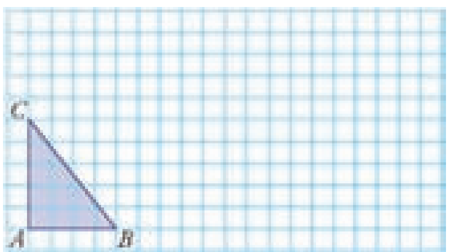


1. Dada la pajarita del dibujo, trasládala según el vector $\vec{v}$ (11, –3).



La **composición de dos traslaciones** de vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ es otra traslación de vector $\vec{w}$ suma de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$, es decir, $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$

2. Halla la composición de las traslaciones de vectores $\vec{u}$(7, 4) y $\vec{v}$ (6, –2) y escribe el vector correspondiente. Después aplica la traslación resultante al triángulo del dibujo.

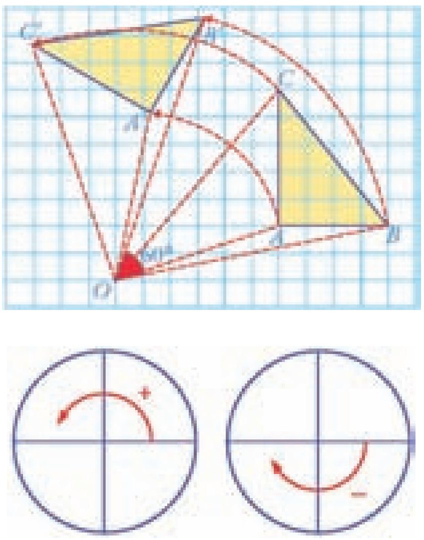


Giros y simetría central

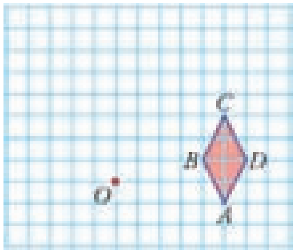
Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

Un **giro o rotación de centro *O* y ángulo α** es un movimiento directo que hace corresponder a un punto *A* otro *A′* de forma que: ***OA* = *OA′*** y ***AOA′* = α** y se representa por ***g* (*O*, α)**.

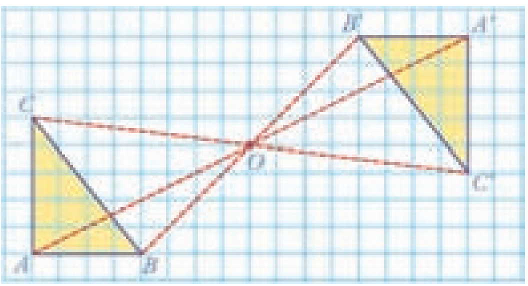
Un giro es positivo cuando va en sentido contrario de las agujas del reloj, y es negativo cuando va en el mismo sentido.



1. Aplica al rombo de la figura un giro de 90° respecto del centro *O*.

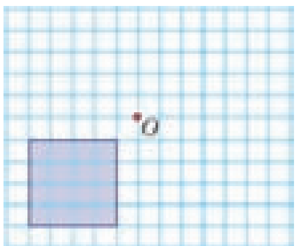


Una **simetría central de centro *O*** es un movimiento directo que hace corresponder a un punto *A* otro *A′* de forma que *OA* = *OA′* y, además, *A*, *O* y *A′* están en la misma recta. *A* y *A′* están uno a cada lado del centro *O* y a igual distancia de él.

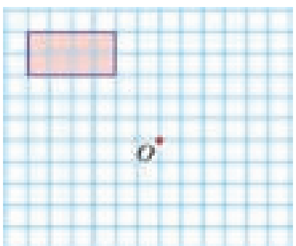


Una simetría central es un giro de centro *O* y ángulo 180°: *g* (*O*, 180°).

2. Aplica al cuadrado de la figura una simetría central de centro el punto *O*.



3. Aplica al rectángulo de la figura siguiente una simetría central de centro el punto *O*:



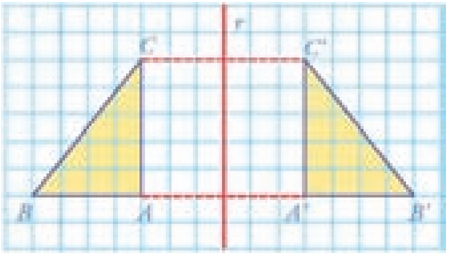
Simetría axial. Frisos y mosaicos (I)

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha __________

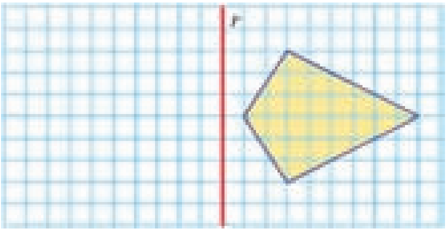
Una **simetría axial de eje *r*** es un movimiento inverso que lleva cada punto *A* a otro *A′* de forma que la recta r es la mediatriz del segmento *AA′*.

Para hallar el simétrico de un punto *A* respecto de la recta *r*, se traza una perpendicular a la recta *r* por el punto *A*.

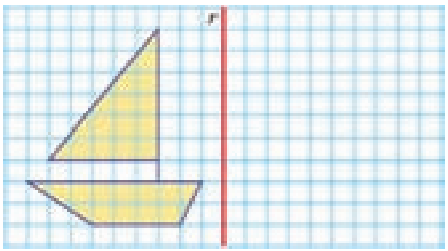
El punto *A′* se encontrará a igual distancia que el punto *A* de *r*, pero al otro lado de la recta.



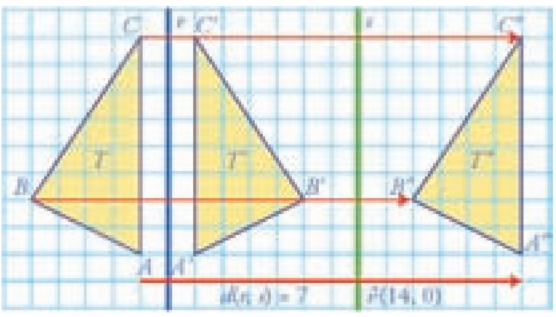
1. Dibuja la cometa simétrica de la del dibujo respecto del eje *r*.



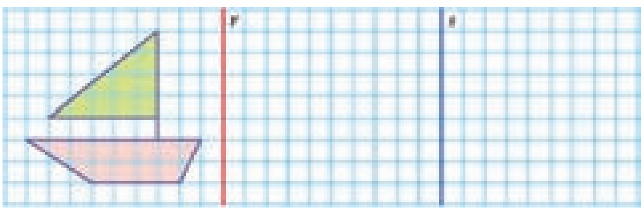
2. Halla el simétrico del barco respecto del eje *r*.



La **composición de dos simetrías axiales de ejes paralelos** es una traslación cuyo vector tiene por módulo el doble de la distancia que hay entre los dos ejes, dirección perpendicular a los ejes y sentido desde el primer eje al segundo.



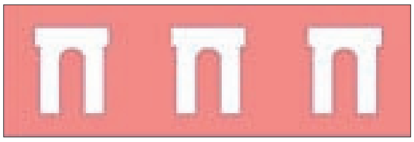
3. Dibuja el simétrico del barco respecto de la recta *r*, y después el simétrico del obtenido respecto de la recta *s*. ¿A qué movimiento corresponde la composición de las dos simetrías?



Matemáticas 3.º ESO Unidad 11 Ficha 5
Simetría axial. Frisos y mosaicos (II)

Nombre ____________________ Curso ______ Fecha ________

Un **friso** es un rectángulo decorado al que se le aplica reiteradamente una traslación.



1. Dibuja un friso.

Un **mosaico** está formado por un conjunto de figuras que recubren el plano mediante traslaciones.

Un **mosaico** se llama **regular** si está generado por un polígono regular.

Los únicos polígonos regulares que recubren el plano son: el triángulo equilátero, el cuadrado y el hexágono regular.

Un **mosaico** se llama **semirregular** si está compuesto por dos o más polígonos regulares.

2. Dibuja un mosaico regular.

3. Dibuja un mosaico semirregular.

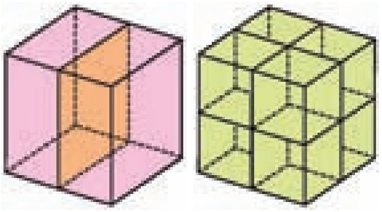
4. Dibuja un mosaico que no sea regular ni semirregular.

Planos y ejes de simetría

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

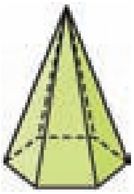
Un plano de simetría de un poliedro o un cuerpo redondo es aquel que lo divide en dos mitades simétricas. Es decir, el plano es como un espejo en el que se dibuja una parte especular (reflejada) de la otra.

Ejemplo: Si en un cubo se traza un plano que pasa por el punto medio de una arista y es paralelo a dos caras opuestas, se obtiene un plano de simetría.



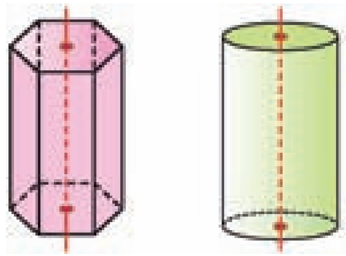
De esta forma se pueden obtener tres planos de simetría.

1. Dibuja una pirámide hexagonal regular. ¿Cuántos planos de simetría tiene?



2. El cubo y el octaedro son dos poliedros duales. Teniendo esto en cuenta, ¿cuántos planos de simetría tiene el octaedro?

Un **eje de simetría de un cuerpo** es una recta tal que si se gira el cuerpo alrededor de dicha recta, antes de dar una vuelta completa, este aparece con el mismo aspecto que en la posición inicial.



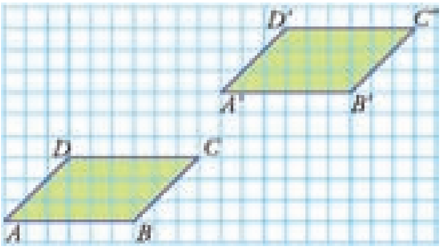
3. ¿Cuántos planos de simetría tiene el siguiente tetraedro?

4. Dibuja una pirámide de base cuadrada, marca su eje de simetría e indica la amplitud de los giros que dejan al cuerpo con el mismo aspecto.

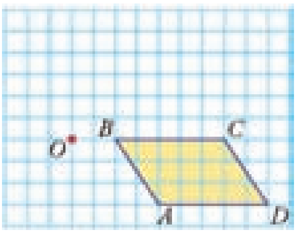
Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Suma de forma analítica y geométrica los vectores $\vec{u}(7, 6)$ y $\vec{v}(3, -7)$.

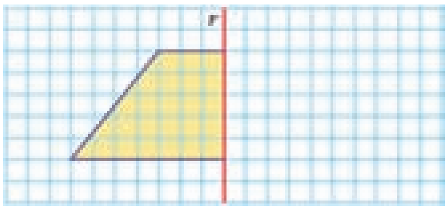
2. Calcula el vector que transforma el romboide *ABCD* en el romboide *A′B′C′D′*.



3. Aplica un giro de 60° al romboide de la figura respecto del centro *O*.

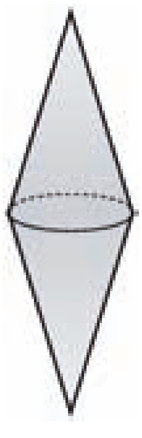


4. Dibuja el simétrico del trapecio rectángulo respecto del eje *r*.



5. Dibuja un friso.

6. Encuentra los planos y los ejes de simetría del siguiente cuerpo.



Matemáticas 3.º ESO Unidad 12 Ficha 1

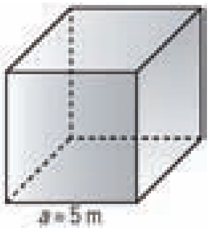
Área y volumen de cuerpos en el espacio I

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

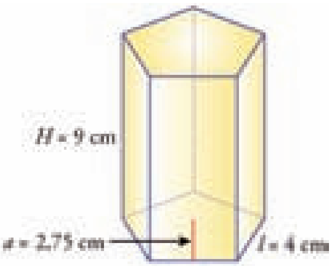
El **área total del prisma** se deduce de su desarrollo plano, formado por dos bases iguales que son polígonos regulares, y tantos rectángulos iguales como aristas tenga la base.

El **volumen del prisma** se obtiene multiplicando el área de la base por la altura.

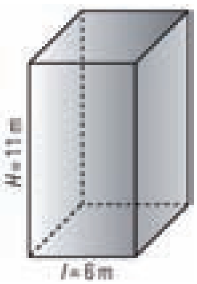
1. Calcula mentalmente el área y el volumen de un cubo de 5 m de arista.



2. Calcula el área y el volumen del prisma pentagonal del siguiente dibujo:



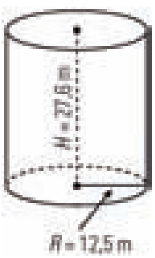
3. Calcula el área y el volumen de un prisma cuadrangular en el que la arista de la base mide 6 m y su altura es de 11 m.



El **área total del cilindro** se deduce de su desarrollo plano, formado por dos bases iguales que son círculos, y un rectángulo.

El **volumen del cilindro** se obtiene multiplicando el área de la base por la altura.

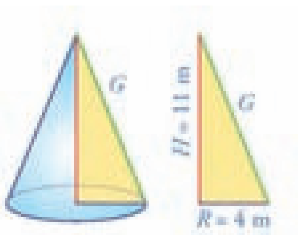
4. Calcula el área y el volumen de un cilindro recto en el que el radio de la base mide 12,5 m y cuya altura es de 27,6 m.

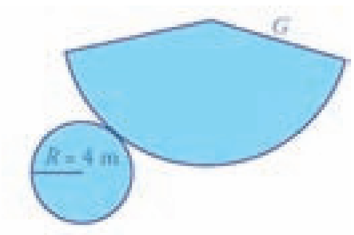


Área y volumen de cuerpos en el espacio II

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Halla el área y el volumen de un cono recto sabiendo que el radio de la base mide 4 m y la altura es de 11 m.





2. Calcula el volumen de la siguiente pieza:

3. Un silo, que es un edificio para almacenar cereales, tiene forma de prisma cuadrangular. Si la arista de la base mide 10 m y la altura es de 25 m, ¿qué volumen contiene?

4. Calcula el volumen de un tronco de cono en el que el radio de la base mayor mide 7 m; el de la base menor, 5 m; y la altura, 11 m.

Área y volumen de pirámides y conos

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

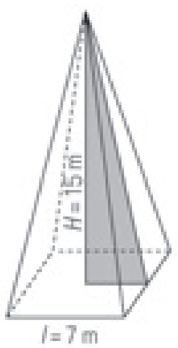
El **área total de la pirámide** se deduce de su desarrollo plano, formado por una base que es un polígono regular, y tantos triángulos isósceles iguales como aristas tenga la base:

$$A_T = A_B + A_L$$

El **volumen de la pirámide** se obtiene multiplicando un tercio por el área de la base y por la altura:

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$$

1. Calcula el área y el volumen de una pirámide cuadrangular cuya base tiene 7 m de arista y cuya altura mide 15 m:



El **área total del cono** se deduce de su desarrollo plano, formado por una base que es un círculo, y un sector circular:

$$A_B = \pi R^2 \qquad A_L = \pi RG \qquad A_T = A_B + A_L$$

El **volumen del cono** se obtiene multiplicando un tercio por el área de la base y por la altura:

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$$

2. Calcula el área y el volumen de un cono recto en el que el radio de la base mide 3,5 m y la altura es el triple de dicho radio.

Área y volumen de troncos y esfera I

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

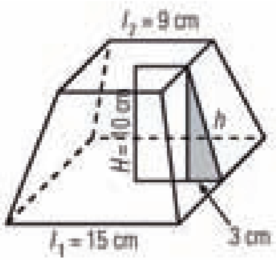
El **área total de un tronco de pirámide** se deduce de su desarrollo plano, formado por dos bases que son polígonos regulares desiguales, y tantos trapecios isósceles iguales como aristas tenga la base:

$$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$$

El **volumen de un tronco de pirámide** se obtiene multiplicando un tercio por la suma de las áreas de las bases, más la raíz cuadrada del producto de dichas áreas, multiplicado todo por la altura:

$$V = \frac{1}{3}\left(A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}\right) \cdot H$$

1. Calcula el área y el volumen de un tronco de pirámide cuadrangular sabiendo que la arista de la base mayor mide 15 cm; la arista de la base menor, 9 cm; y la altura, 10 cm:



La esfera no tiene desarrollo plano. El **área de la esfera** es igual a la de cuatro círculos máximos:

$$A = 4\pi R^2$$

El **volumen de la esfera** se obtiene multiplicando cuatro tercios por π y por el radio al cubo:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

2. Calcula el área y el volumen de una esfera cuyo radio mide 7,5 m.

Matemáticas 3.º ESO Unidad 12 Ficha 5
Área y volumen de troncos y esfera II

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

Varias

1. Calcula el área y el volumen de una esfera cuyo radio mide 5,25 cm.

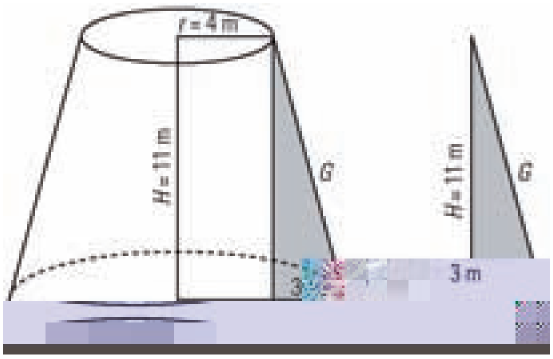
El **área total de un tronco de cono** se deduce de su desarrollo plano, formado por dos bases que son dos círculos desiguales, y un trapecio circular:

$$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L;\ A_{B_1} = \pi R^2;\ A_{B_2} = \pi r^2;\ A_L = (R + r)G$$

El **volumen de un tronco de cono** se obtiene multiplicando un tercio por la suma de las áreas de las bases, más la raíz cuadrada del producto de dichas áreas, multiplicado todo por la altura.

$$V = \frac{1}{3}\left(A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}\right) \cdot H$$

2. Calcula el área y el volumen de un tronco de cono sabiendo que el radio de la base mayor mide 7 m; el de la base menor, 4 m; y la altura, 11 m:



Matemáticas 3.º ESO Unidad 12 Ficha 6
La esfera y el globo terráqueo

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Define paralelos y meridianos. Pon un ejemplo haciendo un dibujo y marcando varios de ellos.

La **longitud** de un lugar es el arco de paralelo que forman el meridiano de Greenwich y el meridiano que pasa por ese lugar. La longitud **se mide de 0° a 180°** a partir del meridiano de Greenwich, distinguiéndose entre este y oeste.

2. Si la longitud del Ecuador es de unos 40 000 km, calcula la distancia que se recorre sobre el Ecuador al avanzar 1° en longitud.

La **latitud** de un lugar es el arco de meridiano que forman entre el Ecuador y el paralelo que pasa por ese lugar. La latitud **se mide de 0° a 90°** a partir del Ecuador, distinguiéndose entre latitud Norte y latitud Sur.

3. Si la longitud de un meridiano es de unos 40 000 km, calcula la distancia que se recorre sobre un meridiano al avanzar 1° en latitud.

4. Busca en el mapa las ciudades cuyas coordenadas geográficas son las siguientes:

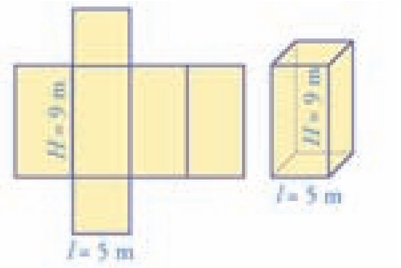
a) 2° 28′ O 36° 50′ N b) 3° 41′ O 40° 24′ N

c) 4° 25′ O 36° 43′ N d) 5° 34′ O 42° 36′ N

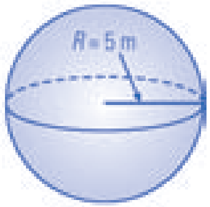
Matemáticas 3.º ESO ▮ Unidad 12 ▮ Evaluación Bruño

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

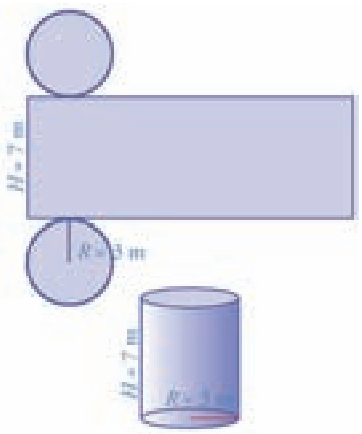
1. Halla el área y el volumen de un prisma cuadrangular en el que la arista de la base mide 5 m y la altura tiene 9 m



2. Halla el área y el volumen de una esfera cuyo radio mide 5 m.



3. Halla el área total y el volumen de un cilindro recto cuya base tiene 3 m de radio y su altura es de 7 m.



4. Busca en el mapa anterior las ciudades cuyas coordenadas geográficas son las siguientes:

a) 1° 52′ O 39° N　　b) 2° 11′ E 41° 23′ N

b) 8° 39′ O 42° 26′ N　　d) 3° 47′ O 37° 46′ N

Matemáticas 3.º ESO Unidad 13 Ficha 1
Tablas de frecuencias I

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha ____________

- La **estadística** es la ciencia que trata la información con la finalidad de describir un fenómeno que se está estudiando, y obtener conclusiones.
- Una **población** es el conjunto de elementos que son objeto de estudio. Pueden ser personas, animales, plantas o cosas.
- Una **muestra** es una parte de la población cuyo estudio sirve para sacar conclusiones de toda la población.

Un **carácter estadístico** es una propiedad que se estudia en los individuos de la población. Puede ser cualitativo o cuantitativo.

Carácter estadístico cualitativo: aquel que indica una cualidad. No se puede contar ni medir.

Carácter estadístico cuantitativo: aquel que indica una cantidad. Se puede contar o medir. Se clasifica en:

a) **Cuantitativo discreto:** sus valores son el resultado de un recuento. Únicamente puede tomar ciertos valores aislados.

b) **Cuantitativo continuo:** sus valores.

1. Pon un ejemplo de cada tipo de carácter estadístico.

a) Carácter cualitativo: ______________________________

b) Carácter cuantitativo discreto: ______________________________

c) Carácter cuantitativo continuo: ______________________________

2. El número de tornillos defectuosos que se han obtenido por término medio en 25 cajas envasadas en una fábrica ha sido: 3, 2, 5, 3, 3, 2, 1, 3, 2, 2, 4, 1, 1, 2, 2, 3, 5, 5, 5, 2, 4, 1, 1, 3, 2.

a) Clasifica el carácter estudiado.

b) Haz una tabla de frecuencias absolutas y relativas.

a) ______________________________

b)

Matemáticas 3.º ESO Unidad 13 Ficha 2
Tablas de frecuencias II

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ________

La frecuencia absoluta de un valor es el número de individuos de la población para los que la variable toma ese valor. Se representa por n_i.

La frecuencia relativa de un valor es el cociente entre la frecuencia absoluta y el número total de individuos. Se representa por $f_i = n_i/N$.

1. Se ha preguntado a una muestra de personas sobre el funcionamiento de su ayuntamiento, obteniéndose los siguientes resultados:

Respuesta	Muy mal	Mal	Normal	Bien	Muy bien
N.º personas	8	10	20	8	4

a) Clasifica el carácter estudiado.

b) Haz una tabla de frecuencias absolutas y relativas.

a) ______________________

b)

2. Se ha realizado un estudio sobre el peso de un grupo de jóvenes, obteniéndose los siguientes resultados:

Peso (kg)	51,5-56,5	56,5-61,5	61,5-66,5	66,5-71,5	71,5-76,5	76,5-81,5
N.º jóvenes	6	8	10	12	9	5

Clasifica el carácter estudiado:

____

3. Utilizando los datos de la consigna anterior, escribe la marca de clase y completa una tabla de frecuencias absolutas y relativas.

Gráficos estadísticos

Nombre ____________________ Curso ________ Fecha ____________

Un **diagrama de barras** es un gráfico que está formado por barras separadas de altura proporcional a la frecuencia de cada valor. En el eje de abscisas se representan los valores del carácter estadístico, y en el eje de ordenadas, las frecuencias absolutas. Se utiliza con datos cualitativos y cuantitativos discretos.

Un **diagrama de sectores** es un gráfico que consiste en un círculo dividido en sectores de amplitud proporcional a la frecuencia de cada valor. Se utiliza con cualquier tipo de datos.

Para dibujarlo se sigue el procedimiento:

a) Se calcula la amplitud correspondiente a la frecuencia 1 dividiendo 360° entre el número total de datos, N:

$$\text{Amplitud de una unidad} = 360° / N$$

b) Se calcula la amplitud de cada valor multiplicando la amplitud de una unidad por cada frecuencia:

$$\text{Amplitud de } x = (360° / N) \cdot n_i$$

Un **histograma** es una representación gráfica mediante rectángulos adosados de base el intervalo y altura proporcional a la frecuencia. Se utiliza cuando los datos son cuantitativos continuos o están agrupados en intervalos.

1. En la tabla se recogen las cantidades, en miles de euros, recaudadas por una administración. ¿Cuál es la representación gráfica más idónea?

Loterías	Primitiva	Bonoloto	Quiniela	ONCE
22	10	2	3	13

____

2. Representa gráficamente los datos de la tabla anterior.

3. Interpreta el resultado.

____

Matemáticas 3.º ESO Unidad 13 Ficha 4
Parámetros de centralización

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha __________

La **media** de un conjunto de datos es el resultado que se obtiene al dividir la suma de todos los datos entre el número total de ellos.

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i n_i}{N}$$

La **moda** de una distribución es el valor que tiene mayor frecuencia.

La **mediana** de una distribución es el valor que está en el centro al ordenar los datos.

1. Se ha estudiado el tiempo, en horas, que tarda un antibiótico en hacer efecto sobre un tipo de bacteria, obteniéndose los siguientes resultados:

Tiempo (h)	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	24-28	28-32
n_i	4	6	12	6	5	3	2

Calcula la moda, la media y la mediana para estos datos.

Media: ______________________

Moda ______________________

Mediana ______________________

2. Interpreta los resultados de la actividad anterior.

____

3. Se ha estudiado el tipo de literatura que les gusta a los alumnos de una clase, obteniéndose los siguientes resultados:

Tipo de literatura	N.º de personas
Novela	10
Aventuras	12
Ciencia ficción	8
Poesía	4

Calcula la moda:

____

Matemáticas 3.º ESO ▮ Unidad 13 ▮ Ficha 5
Parámetros de dispersión I

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Los **parámetros de dispersión** son unos valores que indican si los datos de la distribución están más o menos cercanos a los parámetros centrales.

El **recorrido** es la diferencia entre el valor mayor y el menor de la distribución.

La **varianza** es la media de las desviaciones al cuadrado. Se calcula así:

$$V = \frac{\Sigma x_i^2 n_i}{N} - \overline{x}^2$$

La **desviación típica** es la raíz cuadrada de la varianza. Se representa con el símbolo σ y se calcula aplicando la fórmula: $\sigma = \sqrt{V}$

El **coeficiente de variación** es la comparación entre la desviación típica y la media aritmética.

$$CV = \frac{\sigma}{\overline{x}}$$

1. Durante los últimos 26 días, el número de alumnos que ha faltado a clase ha sido:

N.º de alumnos	0	1	2	3	4	5
N.º de días	5	4	8	5	3	1

Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación.

2. Interpreta los resultados de la actividad anterior.

Matemáticas 3.º ESO Unidad 13 Ficha 6
Parámetros de dispersión II

Bruño

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

1. Se ha medido la temperatura máxima en una ciudad durante los últimos días, obteniéndose los siguientes resultados:

Temperatura (°C)	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18
N.º de días	3	4	9	3	1

Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación.

2. Interpreta los resultados de la actividad anterior.

3. Las semanas en cartel que han estado distintas películas en un determinado cine han sido 3, 1, 4, 3, 2, 5, 2, 11, 5, 2. Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación.

Matemáticas 3.º ESO Unidad 13 Evaluación

Nombre ______________________________ Curso ________ Fecha __________

1. Clasifica los siguientes caracteres en cualitativos, cuantitativos discretos o cuantitativos continuos:

El color de pelo: ______________________________

La estatura de un grupo de personas: ______________________________

El deporte preferido: ______________________________

El número de libros leídos: ______________________________

2. Haz la representación gráfica más idónea del tiempo que dedican a estudiar Matemáticas en su casa los alumnos de un grupo de 3.° de la ESO, e interpreta el resultado:

Tiempo (min)	0-15	15-30	30-45	45-60	60-75
N.º de alumnos	3	12	9	4	2

3. Las edades de los componentes de una asociación deportiva son las siguientes:

Edad (años)	**Componentes**
15-19	5
19-23	6
23-27	10
27-31	5
31-35	2

Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación.

Matemáticas 3.º ESO Unidad 14 Ficha 1
Experimentos aleatorios

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ________

Un **experimento** es **determinista** si, al realizarse en las mismas condiciones, se obtiene siempre el mismo resultado.

Un **experimento** es **aleatorio o de azar** si, al realizarse en las mismas condiciones, no es posible predecir el resultado.

- El **espacio muestral** está formado por el conjunto de todos los resultados que se pueden presentar. Se representa con la letra ***E***.
- Un **suceso elemental** es cada uno de los resultados del espacio muestral.
- Un **suceso** es un conjunto de sucesos elementales. Estos se representan con letras mayúsculas, escribiendo sus elementos entre llaves y separados por comas.

1. Clasifica los siguientes experimentos como deterministas (*D*) o de azar (*A*):

a) Lanzar una moneda al aire. → ____________

b) Pinchar un globo. → ____________

c) Frenar un coche. → ____________

d) Sacar una carta de una baraja. → ____________

2. Escribe dos experimentos deterministas y dos de azar.

- El **suceso contrario** de un suceso A está formado por todos los sucesos elementales que no están en *A*. Se representa con $\bar{A}$.
- El **suceso seguro** es el que siempre se presenta, y es igual al espacio muestral ***E***.
- El **suceso imposible** es el que nunca se presenta. Se representa con el símbolo **Ø**.
- **Unión de dos sucesos *A* y *B*:** suceso formado por todos los sucesos elementales de A y de B. Se representa: $A \cup B$.
- **Intersección de dos sucesos *A* y *B*:** suceso formado por todos los sucesos elementales comunes a *A* y a *B*, es decir, que están en los dos al mismo tiempo. Se representa: $A \cap B$.
- Dos sucesos son **compatibles** si se pueden presentar al mismo tiempo: si $A \cap B \neq Ø$.
- Dos sucesos son **incompatibles** si no se pueden presentar al mismo tiempo:,si $A \cap B = Ø$.

3. En el experimento de lanzar al aire un dado en forma de dodecaedro con las caras numeradas del 1 al 12, halla:

a) El espacio muestral.

b) Los sucesos elementales.

c) El suceso *A* formado por los múltiplos de 3

d) El suceso contrario $\bar{A}$

e) El suceso *B* formado por los números pares.

f) El suceso $A \cup B$

g) El suceso $A \cap B$. ¿Los sucesos *A* y *B* son compatibles o incompatibles?

Regla de Laplace (I)

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

La **frecuencia absoluta de un suceso *A*,** al realizarse un experimento *N* veces, es el número de veces que se verifica el suceso *A*. Se representa por ***n***.

La **frecuencia relativa de un suceso A,** al realizarse un experimento *N* veces, es igual al cociente de la frecuencia absoluta *n*, dividido por el número total de veces *N* que se ha repetido el experimento. Se representa por:

$$f \rightarrow f = \frac{n}{N}$$

La **ley de los grandes números** dice que la frecuencia relativa de un suceso tiende a estabilizarse hacia una constante a medida que se repite el experimento muchas veces.

1. Lanzamos al aire una chincheta 25 veces. De ellas, 10 veces queda con la punta hacia abajo y 15 veces hacia arriba. Halla:

a) La frecuencia absoluta de que quede con la punta hacia arriba.

b) La frecuencia relativa de que quede con la punta hacia arriba.

2. Lanzamos 100 veces al aire una moneda y se obtiene cara 45 veces. Halla:

a) La frecuencia absoluta de obtener cruz.

b) La frecuencia relativa de obtener cruz.

La **probabilidad** de un suceso es la constante a la que se aproxima la frecuencia relativa cuando el experimento se repite muchísimas veces. Según la **regla de Laplace** la probabilidad de un suceso *A*, de un espacio muestral *E*, formado por sucesos elementales **equiprobables,** es igual al número de casos favorables dividido por el número de casos posibles:

$$P(A) = \frac{\text{N.º de casos favorables al suceso } A}{\text{N.º de casos posibles}}$$

3. Aplicando la regla de Laplace, calcula la probabilidad de obtener un número impar al lanzar un dado cúbico con las caras numeradas del 1 al 6.

4. Aplicando la regla de Laplace, calcula la probabilidad de obtener un número múltiplo de 3 al lanzar un dado con forma de dodecaedro, con las caras numeradas del 1 al 12.

Matemáticas 3.º ESO Unidad 14 Ficha 3
Regla de Laplace (II)

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ______

Propiedades de la probabilidad:

a) La probabilidad del suceso seguro es uno: $P(E) = 1$

b) La probabilidad del suceso imposible es cero: $P(\varnothing) = 0$

c) La probabilidad de cualquier suceso está comprendida entre cero y uno: $0 \leq P(A) \leq 1$

d) La probabilidad del suceso contrario es: $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

e) Si los sucesos A y B son incompatibles: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

f) Si los sucesos A y B son compatibles: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

1. Si en un experimento $P(A) = 1/3$, calcula $P(\overline{A})$.

2. Si los sucesos A y B son incompatibles con: $P(A) = 1/2$ y $P(B) = 1/3$, calcula $P(A \cup B)$.

3. Si los sucesos A y B son compatibles con: $P(A) = 1/2$, $P(B) = 1/2$ y $P(A \cap B) = 1/3$ calcula $P(A \cup B)$.

4. En el experimento de lanzar una moneda al aire, halla:

a) El espacio muestral.

b) Los sucesos elementales.

c) Si $A = \{C\}$, el suceso contrario $\overline{A}$

d) Si $B = \{X\}$, el suceso $A \cup B$

e) El suceso $A \cap B$. ¿Los sucesos A y B son compatibles o incompatibles?

Matemáticas 3.º ESO Unidad 14 Ficha 4
Experimentos simples

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

- Si se lanza al aire una **moneda,** puede salir cara ***C***, o cruz ***X***, luego la probabilidad de obtener cara es igual a la probabilidad de obtener cruz e igual a ½.
- Si se tiene una urna con **bolas** de distinto color, la probabilidad de extraer una bola de un color es igual al número de bolas que hay de ese color, dividido entre el número total de bolas.
- Si los dados son regulares, la probabilidad de que caiga en una cara es igual a uno dividido entre el número total de caras que tenga el dado.

1. Calcula la probabilidad de obtener cruz, *X*, al lanzar al aire una moneda de un euro.

2. Calcula la probabilidad de obtener una bola de color azul al extraer una bola de una urna que tiene 3 bolas rojas, 5 azules y 2 verdes.

3. Calcula la probabilidad de obtener un número múltiplo de 4 al lanzar al aire un dado con forma de dodecaedro y con las caras numeradas del 1 al 12.

La baraja **española** tiene 40 cartas distribuidas en cuatro palos: oros, copas, espadas y bastos. Cada palo tiene 10 cartas numeradas 1 (as), 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10 (sota), 11 (caballo) y 12 (rey).

La baraja **francesa** está compuesta por 52 cartas distribuidas en dos colores: rojo y negro. A su vez, las rojas se dividen en dos palos: corazones y diamantes, y las negras en otros dos palos: picas y tréboles. Cada uno de los palos tiene los números del 1 al 10; y las letras J, Q y K.

4. Calcula la probabilidad de obtener un as al extraer una carta de una baraja española.

5. Calcula la probabilidad de obtener una K al extraer una carta de una baraja francesa.

6. Calcula la probabilidad de obtener una carta roja al extraer una carta de una baraja francesa.

Matemáticas 3.º ESO   Unidad 14   Ficha 5
Experimentos compuestos (I)

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha __________

Un **experimento compuesto** es el que está formado por varios experimentos simples. Por ejemplo: lanzar dos monedas, o bien lanzar la misma moneda dos veces; lanzar tres monedas, o bien lanzar la misma moneda tres veces.

1. Una familia tiene dos hijos. Calcula mentalmente:

a) La probabilidad de que los dos sean varones. → ______________________

b) La probabilidad de que los dos sean mujeres. → ______________________

c) La probabilidad de que uno sea varón, y el otro, mujer. → ______________________

Un **diagrama cartesiano** es una tabla de doble entrada, que tiene utilidad en experimentos compuestos formados por dos simples. En la fila superior se colocan los sucesos elementales de un experimento simple, y en la columna de la izquierda, los sucesos elementales del otro experimento simple.

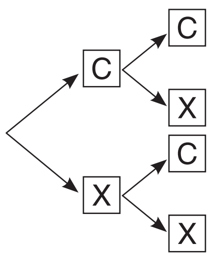
2. Haz un diagrama cartesiano para el experimento de lanzar al aire dos monedas, y calcula la probabilidad de obtener:

a) Dos caras.

b) Dos cruces.

c) Una cara y una cruz.

- Un **diagrama en árbol** es un diagrama que se hace para resolver los problemas de experimentos compuestos, y se llama así porque está formado por ramas.
- Una **rama** es cada una de las flechas del diagrama. Siempre se escribe en ellas la probabilidad que corresponde a un experimento simple.
- Un **camino** es un conjunto de ramas que van desde el principio al final.



3. Haz un diagrama en árbol para el experimento de lanzar al aire tres monedas, y calcula la probabilidad de obtener:

a) Tres caras.

b) Dos caras y una cruz.

c) Una cara y dos cruces.

d) Tres cruces.

Matemáticas 3.º ESO Unidad 14 Ficha 6
Experimentos compuestos (II)

Nombre ______________________ Curso ________ Fecha ____________

Cuando se extraen dos bolas de una urna, puede hacerse «con devolución» o «sin devolución». Si es «con devolución», al extraer la segunda bola se vuelven a tener otra vez todas las bolas; y si es «sin devolución», al extraer la segunda bola faltará la que se ha obtenido anteriormente. Cuando se extraen dos al mismo tiempo, es lo mismo que extraer «sin devolución»: primero una y después otra. Lo mismo sucede al extraer dos o más cartas de una baraja.

La **regla del producto o de la probabilidad compuesta** dice que la probabilidad de un camino en un diagrama de árbol es igual al producto de las probabilidades de las ramas que lo forman.

La r**egla de la suma o de la probabilidad total** dice que la probabilidad de varios caminos en un diagrama de árbol es igual a la suma de las probabilidades de cada uno de los caminos.

1. Halla la probabilidad de obtener dos bastos al extraer con devolución dos cartas de una baraja española de 40 cartas.

2. Halla la probabilidad de obtener dos bolas de distinto color al extraer dos bolas con devolución de una urna que contiene 3 bolas rojas y 5 azules.

3. Halla la probabilidad de obtener dos bolas del mismo color al extraer sin devolución dos bolas de una urna que contiene 5 bolas rojas y 4 verdes.

Matemáticas 3.º ESO   Unidad 14   Evaluación

Nombre ______________________ Curso ______ Fecha ________

1. Clasifica los siguientes experimentos como deterministas (D) o de azar (A):

a) Sacar una bola de una urna con bolas de distintos colores. → ______________________

b) Poner un helado al Sol. → ______________________

c) Salir de paseo sin paraguas mientras está lloviendo. → ______________________

d) Lanzar al aire un dado de quinielas. → ______________________

2. Aplicando la regla de Laplace, calcula la probabilidad de obtener un 5 al extraer una carta de una baraja española.

3. Si los sucesos A y B son compatibles y $P(A) = 2/3$, $P(B) = 2/5$, $P(A \cap B) = 1/4$, calcula $P(A \cup B)$.

4. Calcula la probabilidad de obtener un número múltiplo de 5 al lanzar al aire un dado con forma de icosaedro, con las caras numeradas del 1 al 20.

5. En una urna tenemos 4 bolas marcadas con el signo + y 6 bolas marcadas con el signo –. Extraemos dos bolas con devolución. Calcula la probabilidad de que las dos bolas tengan el mismo signo.