



**CUADERNILLO DE VERANO.**

**1º BACHILLERATO DE**

**HUMANIDADES Y CIENCIAS**

**SOCIALES.**

## CUADERNILLO DE ACTIVIDADES DE RECUPERACIÓN

### MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES I 1º BACHILLERATO DE HUMANIDADES Y CIENCIAS SOCIALES

#### ÍNDICE

TEMA 1: NÚMEROS REALES.....	4
TEMA 2: ECUACIONES Y SISTEMAS.....	8
TEMA 3: INECUACIONES.....	10
TEMA 4: FUNCIONES ELEMENTALES.....	12
TEMA 5: FUNCIONES EXPONENCIALES, LOGARÍTMICAS Y TRIGONOMÉTRICAS.....	12
TEMA 6: LÍMITES DE FUNCIONES.....	14
TEMA 7: DERIVADAS.....	18
TEMA 8: ESTADÍSTICA.....	21

## TEMA 1: NÚMEROS REALES.

1.- Realiza las siguientes operaciones con fracciones:

$$1) \frac{1}{4} + \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} =$$

$$2) \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{15} - \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{18} =$$

$$3) \frac{3}{8} : \frac{18}{24} - \frac{5}{6} =$$

$$4) \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{10}\right) : \frac{-14}{15} =$$

$$5) \frac{-4}{5} \cdot \left(\frac{7}{3} - \frac{5}{4}\right) =$$

$$6) \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) : \frac{5}{6} =$$

$$7) \frac{12}{18} : \left(\frac{-1}{2} + \frac{3}{8}\right) =$$

$$8) \left(-1\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2}\right) : \frac{12}{5} =$$

$$9) -3\frac{3}{10} : \left(7\frac{5}{6} - 4\frac{9}{10}\right) =$$

$$10) 1\frac{3}{8} - \left(\frac{7}{3} - \frac{1}{12}\right) =$$

$$11) \left(4\frac{1}{2} - 5\frac{1}{3}\right) - \frac{7}{8} =$$

$$12) \left(\frac{4}{5} - 2\right) - \left(\frac{3}{8} + \frac{-5}{6}\right) =$$

$$13) \frac{-7}{8} : \frac{1}{2} - \left[-\frac{3}{8} + \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{3}\right)\right] =$$

$$14) \left(-\frac{3}{8} + 1\right) : \left(\frac{-7}{3} \cdot \frac{3}{4} + 1\right) =$$

$$15) \frac{3}{4} \cdot \frac{-2}{9} - 1\frac{1}{2} + \frac{7}{8} : \frac{7}{3} =$$

$$16) 7\frac{1}{2} + 8\frac{1}{5} - 6\frac{1}{4} + 2\frac{1}{10} =$$

2.- Realiza las siguientes operaciones con potencias:

$$a) \frac{3^2 \cdot 2^3 + 6^2 \cdot 7^1 - 1^4 \cdot 9^0 \cdot 8 - 0^4}{2^5 \cdot 10^2} =$$

$$b) \frac{c^9 \cdot c^3 \cdot c^2 \cdot c \cdot c^{-1} \cdot c^{-2}}{c^8 : c^4 : c^2} =$$

$$c) (a^2 \cdot a^3 \cdot a)^3 \cdot (a^2 \cdot a^3 \cdot a^0)$$

$$d) 2^3 \cdot 2 \cdot \left(\frac{2^3 \cdot 2}{2^4 \cdot 2^2}\right)$$

$$e) 3^2 \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{3^3 \cdot 3^4}{3^4 \cdot 3^2}\right)$$

$$f) \frac{2^3 \cdot 2^2 \cdot 2^0 \cdot 2^{-1}}{(-2)^0 \cdot 2^3 \cdot (-2)^3}$$

$$g) \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 3^0 \cdot 2^{-1}}{(-2)^1 \cdot 3^3 \cdot (-2)^3} - \frac{2^4 \cdot 3^{-1}}{3^2 \cdot 2^3}$$

$$h) \frac{3^2 \cdot 2^2 \cdot 2^{-1}}{3^{-1} \cdot 3^3 \cdot (-2)^3} : \frac{2^2 \cdot 3^{-1}}{3^3 \cdot 2}$$

$$i) 6^4 \cdot 11^{-3} \cdot 6^{-4} \cdot 11^2$$

$$j) \frac{5^2 \cdot 3^5 \cdot 2^{-3} \cdot (-3)^4}{5^4 \cdot 3^7 \cdot 2^2}$$

$$k) \frac{3^5 \cdot 7^4 \cdot 2^4 \cdot 7^{-4}}{3^4 \cdot 2^{-3}}$$

$$l) \frac{36 \cdot a^8 \cdot b^3}{6 \cdot a^3 \cdot b^5}$$

$$m) \frac{25x^{-3}y^4z^2}{125x^2y^3z^{-1}}$$

$$n) \frac{(-5^2) \cdot 5^3}{5^2}$$

$$o) \frac{(-2)^5 \cdot (-2)^3}{(-2)^6}$$

$$p) \frac{4^2 \cdot 16^{-3} \cdot 2}{8^3 \cdot 2^{-2}}$$

$$q) 9^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$$

3.- Representa en la recta real:

$$a) 5/3$$

$$b) -1/4$$

$$c) 2/9$$

$$d) 11/6$$

$$e) \sqrt{5}$$

$$f) \sqrt{12}$$

$$g) \sqrt{26}$$

$$h) \sqrt{10}$$

4.- Extrae los factores del radical como en el ejemplo:

a) $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = +2$	f) $\sqrt[3]{12} =$	k) $\sqrt[3]{20} =$
b) $\sqrt[4]{100} =$	g) $\sqrt[3]{48} =$	l) $\sqrt[3]{32} =$
c) $\sqrt[5]{980} =$	h) $\sqrt[3]{60} =$	ll) $\sqrt[4]{45} =$
d) $\sqrt{100} =$	i) $\sqrt[3]{81} =$	m) $\sqrt[3]{27} =$
e) $\sqrt[3]{56} =$	j) $\sqrt[3]{256} =$	n) $\sqrt[3]{162}$

5.- Introduce los factores dentro del radical como en el ejemplo:

a) $5\sqrt{3} = \sqrt{5^2 \cdot 3} = \sqrt{75}$	$2^2\sqrt{3} =$	h) $\frac{2}{4}\sqrt{10} =$
b) $2^3\sqrt{7} =$	e) $\frac{1}{3}\sqrt{6} =$	i) $a^3\sqrt[3]{a^3} =$
c) $14\sqrt{5} =$	f) $\frac{2}{7}\sqrt{3a} =$	j) $a^4\sqrt{a} =$
d) $5\sqrt[3]{5} =$	g) $a^2b^3\sqrt[4]{4} =$	k) $\left(\frac{2}{3}\right)^3\sqrt{\frac{2}{7}}$

6.- Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\sqrt{6a^2b^4c^3} : \frac{2ab^3c^3}{9a^5b^8c^6}$	f) $5\sqrt[6]{64a^2} - 5\sqrt[3]{27a} + 6\sqrt[9]{a^3}$
b) $5\sqrt[6]{64a^2} - 5\sqrt[3]{27a} + 6\sqrt[9]{a^3}$	g) $\sqrt{8ab} + \sqrt{72ab} + \sqrt{50ab} - \sqrt{288ab}$
c) $5\sqrt[6]{64a^2} - 5\sqrt[3]{27a} + 6\sqrt[9]{a^3}$	h) $\sqrt{ab} \cdot \sqrt[3]{a^2b^2} \cdot \sqrt[4]{ab^3}$
d) $2\sqrt[3]{a^6b} - 3a^2\sqrt[3]{64b} + 5a\sqrt[3]{a^3b} + a^2\sqrt[3]{125b}$	i) $3 + \sqrt{a} - 3 - \sqrt{a}$
e) $b\sqrt{a^2c} + \sqrt[4]{16a^6b^4c^2} - a\sqrt[6]{b^6c^3}$	j) $\sqrt[4]{a^2} \sqrt[6]{ab^4} \sqrt{ab} \sqrt[5]{b^2} \sqrt[10]{a^7b^9}$
k) $\sqrt{98a^2b^4c^2} + \sqrt[3]{250a^6b^9c^3} - \sqrt[4]{32a^8b^{12}c^4} + \sqrt{128a^6b^2c^4}$	

7.- Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\left(\sqrt[3]{\sqrt[7]{\sqrt{a^2b^3}}}\right)^8$	f) $\sqrt{m\sqrt[3]{m^2\sqrt[6]{m^5}}}$
b) $\left(\sqrt[4]{\left(\sqrt[3]{\sqrt{ab^5}}\right)^6}\right)^2$	g) $\sqrt[3]{a\sqrt[3]{2a\sqrt[3]{2a}}}$
c) $\sqrt{abc}\sqrt[4]{a^3b^3c^2} \cdot \sqrt[3]{a^5b^5}$	h) $\left(\sqrt{\left(\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[4]{n}}\right)^2 \cdot \sqrt[5]{\frac{m^4}{n}}}\right)^3$
d) $\sqrt[3]{a^4b^6}\sqrt[6]{a^3b^2}$	i) $\sqrt[3]{a^2b^5}\sqrt[4]{a^3b^7}\sqrt{a^5b^5}\sqrt[5]{a^7b^3}$
e) $\left(\sqrt{(1+x)}\sqrt[6]{1+x^2}\right)^3$	j) $\sqrt[3]{ab}\sqrt{ab} \cdot \sqrt[3]{a^2b^2} \cdot \sqrt{a}\sqrt{a} \cdot \frac{a}{\sqrt{a}}$

$$k) \left( \sqrt{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}} + \sqrt{\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{d}}} \right)^2$$

$$l) \frac{\sqrt[3]{a^{\frac{5}{7}}} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt[5]{a^{\frac{2}{3}}} \cdot \sqrt[4]{a^{\frac{2}{5}}}}$$

$$m) \left( \frac{\sqrt[3]{a^{-2}b^3}}{\sqrt[5]{a^{-\frac{4}{5}}b^{\frac{2}{3}}}} \right)^{-\frac{1}{4}}$$

8.- Racionaliza las siguientes expresiones:

$$\frac{4}{2-\sqrt{2}}$$

$$\frac{8}{\sqrt{2}-1}$$

$$\frac{12}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$$

$$\frac{6}{2\sqrt{3}+1}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{2}-3\sqrt{3}}$$

$$\frac{3-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$$

$$\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$$

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2-\sqrt{6}+\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2\sqrt{a}-\sqrt{b}}$$

$$\frac{2\sqrt{18}-2\sqrt{8}}{\sqrt{8}+\sqrt{18}}$$

$$\frac{5\sqrt{6}+4\sqrt{3}}{2\sqrt{2}-3\sqrt{6}}$$

$$\frac{3-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-3\sqrt{3}}$$

$$\frac{6}{\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{5}}$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1+3\sqrt{2}}$$

9.- Calcula los siguientes logaritmos:

$$a) \log_2 4$$

$$b) \log_5 625$$

$$c) \log 1000000$$

$$d) \log_3 \frac{1}{81}$$

$$e) \log_{\frac{1}{2}} 2048$$

$$f) \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{243}$$

$$g) \log_{\sqrt{3}} 81$$

$$h) \log_{81} \sqrt{3}$$

$$i) \log 0,000001$$

10.- Aplicando la definición de logaritmo calcula la base en las siguientes expresiones:

$$a) \log_a 1024 = 10$$

$$b) \log_a 125 = 3$$

$$c) \log_a \frac{1}{8} = -1$$

$$d) \log_a 9 = -2$$

$$e) \log_a 0,25 = -2$$

$$f) \log_a 4 = 4$$

$$g) \log_a 6 = \frac{1}{3}$$

$$h) \log_a \sqrt{2} = \frac{1}{4}$$

$$i) \log_a 1 = 0$$

11.- Calcula x en las siguientes igualdades:

$$a) \log_3 x = 5$$

$$b) \log_5 x = -2$$

$$c) \log_9 x = \frac{1}{2}$$

$$d) \log_{\frac{1}{2}} x = -3$$

$$e) \log_{\sqrt{2}} x = 5$$

$$f) \log_{\frac{2}{3}} x = -4$$

$$g) \log_{\frac{1}{2}} x = 0,25$$

$$h) \log_{\sqrt{3}} x = 3$$

$$i) \log_x (-125) = 3$$

12.- Calcula:

a)  $\log_3 243 + \log_2 64 - \log_5 125$

b)  $\log_7 343 - \log_4 64 + \log_2 32 + \log_4 \frac{1}{64}$

c)  $\log_4 1024 - \log_4 256 + \log_2 \frac{1}{4} - \log_5 \frac{1}{125}$

d)  $\log_2 128 - \log_7 2401 + \log_3 \frac{1}{9} + \log_6 \frac{1}{36}$

e)  $\log_3 27 + \log_3 \frac{1}{27} + \log_2 \frac{1}{8} + \log_2 0,5$

f)  $\log_2 256 - \log_3 243 - \log_4 \frac{1}{16} + \log_5 0,04$

13.- Desarrolla utilizando las propiedades de los logaritmos:

a)  $\log a^5 b^4$

h)  $\log(abc)^3$

n)  $\log \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{b}}{\sqrt[4]{cd}}$

b)  $\log \frac{2}{ab}$

i)  $\log\left(\frac{a\sqrt{c}}{2}\right)^4$

o)  $\log(x^4 - y^4)$

c)  $\log \sqrt{ab}$

j)  $\log 7ab^3\sqrt{5c^2}$

p)  $\log \frac{m-n}{2}$

d)  $\log \frac{\sqrt{x}}{2y}$

k)  $\log \sqrt{\frac{2ab}{x^2 y}}$

q)  $\log \sqrt{\frac{a(b-c)}{d^2 m}}$

e)  $\log 2a\sqrt{b}$

l)  $\log(a^2 - b^2)$

r)  $\log \sqrt[3]{\frac{(a+b)^2}{5c}}$

f)  $\log \frac{3a^3\sqrt{b}}{c}$

m)  $\log \frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[5]{b^3}}$

g)  $\log \frac{5a^2 b^4 \sqrt{c}}{2xy}$

14.- Calcula el término general de las siguientes sucesiones:

a) 2, -2, 2, -2, 2, ...

b) 16, -8, 4, -2, 1, ...

c) 8, 3, -2, -7, -12, -17, ...

d) 1, 8, 27, 64, 125, ...

e)  $\frac{2}{4}, \frac{5}{9}, \frac{8}{16}, \frac{11}{25}, \dots$

f)  $\frac{1}{3}, \frac{3}{6}, \frac{9}{11}, \frac{27}{18}, \frac{81}{27}, \dots$

15.- Sabiendo que  $\log 5 = 0,69897$  y que  $\log 7 = 0,84059$ , calcula:

a)  $\text{Log} 125$

b)  $\text{Log} 35$

c)  $\text{Log} \frac{49}{25}$

d)  $\text{Log} \sqrt[5]{\frac{343}{625}}$

e)  $\text{Log}_5 7$

f)  $\text{Log} 700$

## TEMA 2: ECUACIONES Y SISTEMAS.

1.- Factoriza los siguientes polinomios:

a)  $p(x) = 4x^2 - 25$

b)  $q(x) = 10x^2 + 2x - 12$

c)  $r(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5x - 3$

d)  $s(x) = x^4 + 6x^3 + 7x^2 - 6x - 8$

e)  $t(x) = x^3 + 2x^2 - 13x + 10$

f)  $u(x) = 6x^4 - 11x^3 - x^2 - 4$

g)  $v(x) = 81x^5 - 54x^4 + 3x^2 - 2x$

2.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

b)  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

c)  $9x^4 - 46x^2 + 5 = 0$

d)  $4x^4 + 15x^2 - 4 = 0$

e)  $x^4 - 8x^2 + 7 = 0$

f)  $16x^4 + 7x^2 - 9 = 0$

g)  $9x^4 - 10x^2 + 1 = 0$

h)  $4x^4 - 37x^2 + 9 = 0$

i)  $(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$

j)  $(x^2 - 2x)^2 - 11(x^2 - 2x) + 24 = 0$

3.- Resuelve las siguientes ecuaciones de grado superior:

a)  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

b)  $x^4 - 26x^2 - 27 = 0$

c)  $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$

d)  $x^4 + 7x^2 - 8 = 0$

e)  $x^4 + 2x^2 - 3 = 0$

f)  $6x^4 + 2x^2 - 8 = 0$

g)  $9x^4 - 3x^2 + 4 = 0$

h)  $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$

i)  $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

j)  $x^4 - 4x^2 = 0$

k)  $x^6 - 6x^3 - 27 = 0$

l)  $x^6 + 28x^3 + 27 = 0$

4.- Resuelve las siguientes ecuaciones racionales:

a)  $\frac{2x-1}{(3x-1)(x+1)} = \frac{1}{x+1}$

b)  $\frac{12}{x+3} - \frac{9}{x-3} = 7$

c)  $\frac{2x-1}{x-1} - \frac{x+1}{x+2} = \frac{x+1}{x+2}$

d)  $\frac{2}{x+1} + \frac{3x-3}{x^2-1} = \frac{2}{x-1} + \frac{7}{x+1}$

e)  $\frac{3}{x+1} = \frac{x}{x-1} - 1$

f)  $\frac{5}{x-1} - \frac{3}{x+4} - \frac{3}{x^2+3x-4} = \frac{5}{x-1}$

g)  $\frac{15}{x-2} - \frac{12x+6}{x^2-4} = \frac{18}{x+2}$

h)  $\frac{x+2}{x-1} - \frac{x+3}{x+1} = \frac{2x+2}{x^2-1}$

5.- Resuelve las siguientes ecuaciones irracionales:

a)  $x + \sqrt{x} = 30$

b)  $\sqrt{x+1} = \sqrt{x+9}$

c)  $\sqrt{7-3x} - x = 7$

d)  $5\sqrt{x} + 3 = 2x$

e)  $\sqrt{4x+5} - \sqrt{3x+1} = 1$

f)  $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$

g)  $\sqrt{x^3} - 2\sqrt{x} = \sqrt{x}$

h)  $\sqrt{x-3} + \sqrt{x+4} = \sqrt{4x+1}$

i)  $2\sqrt{x+4} = \sqrt{5x+4}$

j)  $\sqrt{x^2+3x+7} = 5$

k)  $2\sqrt{2x-1} = \sqrt{6x-5} + \sqrt{2x-9}$

l)  $\sqrt{2x+5} + 6 = 3x+3$

ll)  $\sqrt{3x+10} = 1 + \sqrt{3x+3}$

m)  $\frac{21}{\sqrt{6x+1}} - \sqrt{6x+1} = 2\sqrt{3x}$

n)  $\sqrt{2x-1} + \sqrt{2x+1} = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$

ñ)  $\frac{3}{\sqrt{x}} = \frac{6}{\sqrt{3x+4}}$

o)  $\sqrt{x+6} + \sqrt{x+11} = \sqrt{5-10x}$

p)  $\sqrt{9\sqrt{15-x}} = 6\sqrt{2x+3}$

q)  $\sqrt{2} + \sqrt{\frac{2^3}{x}} = \sqrt{2x}$

6.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$a) \begin{cases} x + y = 6 \\ -x + 3y = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 5x - y = 19 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x + 2y = 23 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 3x - 5y = 6 \\ x + 2y = 24 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x + y = 0 \\ 6x - 7y = 39 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 3x + y = 17 \\ 2x - 3y = -7 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} 3x + 5 = 2y - 8 \\ 2y - 3 = 4x + 1 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} 2x + y - 4 = 0 \\ x + y - 5 = 0 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} 8(x-2) - 3(y-4) = 5(x-1) \\ 5(x+8) = 2(3y-1) \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} \frac{11x}{7} + 2y = 22 \\ \frac{3x}{8} - 4y = \frac{21}{4} \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} \frac{x-2}{4} - \frac{3(y-1)}{2} = -4 \\ 3(x-3) = 5y-4 \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} \frac{8x-4}{3} - \frac{4y-2}{2} = -7 \\ 2 - \frac{x+2}{2} = \frac{2y-1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3(y-2) = 5 \\ (x-2)(y+3) = (x+4)(y-1) \end{cases}$$

7.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$1. \begin{cases} 2x - 5y + 3z = 4 \\ x - 2y + z = 3 \\ 5x + y + 7z = 11 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 2x + y + z = 1 \\ 3x + 2y + z = 10 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 3x + 4y - z = 3 \\ 6x - 6y - 2z = -16 \\ x - y + 2z = -6 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x - y + 2z = 7 \\ 2x + y + 5z = 10 \\ x + y - 4z = -9 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x + 3y - 2z = -1 \\ x + z = 2 \\ 2x + 5y = 8 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x + 2y - 5z = -8 \\ 4x + y - 3z = -3 \\ x - 2y + 3z = 6 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x + 2y + 3z = 29 \\ 2x + y = 7 \\ 3x + 4y + z = 25 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x - y - 3z = 0 \\ -x + 2y - 2z = -5 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 3x + y - z = 3 \\ 8x - 2z = 6 \\ -x - y + z = -1 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x + y + z = 6 \\ y + z = 5 \\ x = 4 - z \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 3x - y + 2z = 4 \\ 4x - 2y - z = 1 \\ -x + 3y - 3z = -1 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x + y + z = 2 \\ y + z = 0 \\ x + 1 = 4 - z \end{cases}$$

$$13. \left. \begin{array}{l} x - y + z = 2 \\ x + 2y - z = 2 \\ 2x + y + 2z = 10 \end{array} \right\}$$

$$14. \left. \begin{array}{l} x - y - 2z = -3 \\ 2x + y + z = 3 \\ x + 2y + z = 0 \end{array} \right\}$$

$$15. \left. \begin{array}{l} 2x - y + 3z = -1 \\ x + 2y + z = 4 \\ -3x + 5y - z = 12 \end{array} \right\}$$

8.- Resuelva los siguientes sistemas no lineales:

a)  $\begin{cases} y = x^2 + 4x + 4 \\ 3x - 2y = -16 \end{cases}$

g)  $\begin{cases} 4x^2 + 4x + 1 - y = 0 \\ 4x - y = 12 \end{cases}$

m)  $\begin{cases} x^2 - y - 4 = 0 \\ 4x + y = -8 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x^2 - x - y = 0 \\ 5x + y = 17 \end{cases}$

h)  $\begin{cases} y = -x^2 \\ y = -x \end{cases}$

n)  $\begin{cases} 6x - 9 = -x^2 - y \\ 2x - 5y = -11 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x^2 - 4x + 4 = y \\ 5x + 4y = 10 \end{cases}$

i)  $\begin{cases} -x^2 - y = 0 \\ 2x + 3y + 8 = 0 \end{cases}$

o)  $\begin{cases} x^2 - 1 = y \\ 5x - 4y = 2 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} x^2 = y \\ x = y \end{cases}$

j)  $\begin{cases} x^2 + 6y = 0 \\ x + y - 6 = 0 \end{cases}$

p)  $\begin{cases} x^2 - y + 8x - 20 = 0 \\ 4x - 3y - 1 = 0 \end{cases}$

e)  $\begin{cases} y = -x^2 + x + 6 \\ 4x + y = 14 \end{cases}$

k)  $\begin{cases} -2x^2 + 4x - 5 - y = 0 \\ x - 2y - 1 = 0 \end{cases}$

q)  $\begin{cases} x^2 + 8y = 0 \\ y = 2x \end{cases}$

f)  $\begin{cases} 2x^2 - 16x + 20 = -6 \\ 2x - 3y + 1 = -4 \end{cases}$

l)  $\begin{cases} x^2 - 25 - y = 0 \\ y = 2 \end{cases}$

r)  $\begin{cases} y = -x^2 + x - 6 \\ x + y = 1 \end{cases}$

### TEMA 3: INECUACIONES.

1.- Resuelve las siguientes inecuaciones:

- a)  $2x \leq 4$   
b)  $12x < 6$   
c)  $2x + 1 \leq 5$   
d)  $4 - 2x < 15$   
e)  $4x - 2(x - 3) \geq 0$   
f)  $5x - 2(x + 3) \leq x$   
g)  $\frac{1}{2}x - 3 > \frac{1}{3}x + 1$   
h)  $\frac{3}{4}x - 1 \leq \frac{1}{2}x + 2$   
i)  $\frac{3}{2}(x - 1) - 2 \leq \frac{1}{3}x - 1$   
j)  $(x - 1)^2 - 7 > (x - 2)^2$   
k)  $(x + 2)(x - 1) + 26 < (x + 4)(x + 5)$   
l)  $6(x^2 + 1) - (2x - 4)(3x + 2) < 3(5x + 21)$   
ll)  $(x - 2)^2 + (x - 3)^2 \leq 2(x - 1)^2$   
m)  $-3 \leq x + 4 \leq 0$   
n)  $-8 \leq -1 + 3x \leq 11$   
ñ)  $6 < 2x - 4 \leq 8$   
o)  $-6 \leq \frac{x + 6}{2} \leq 0$   
p)  $-2 < \frac{5 - x}{4} \leq 2$   
q)  $-6 \leq \frac{3 - 2x}{2} \leq 1$

2.- Resuelve las siguientes inecuaciones no lineales:

- a)  $x^2 - 1 \geq 0$   
b)  $8x^2 + 5x \geq 0$   
c)  $x^2 - 13x + 40 < 0$   
d)  $4x^2 - 1 < 0$   
e)  $3x^2 - 5x < 0$   
f)  $-5x - 2x(x + 3) + 6 \leq -11x$   
g)  $x(x - 3) - 2x(x - 2) + 3x < 0$   
h)  $2x^2 + 3 \leq 7x$   
i)  $2x^2 - 3x - 36 > x^2 + 2x$   
j)  $3x^2 + 16x - 12 < 0$   
k)  $4x(x + 3) \geq -5$   
l)  $3(2x^2 + 1) > 11x$   
m)  $x(3x - 4) > 7$   
n)  $5x^2 + 4x - 1 \leq 0$   
o)  $(x - 2)^2 \leq 2(x^2 + 2)$   
p)  $x^2 - 10x + 25 < 0$   
q)  $4x(x - 4) + 7 \geq 0$   
r)  $\frac{x + 2}{2x - 1} - \frac{x}{x - 2} + 2 \leq 0$   
s)  $\frac{2x}{x + 12} - \frac{x}{x + 3} + \frac{5}{(x + 12)(x + 3)} \geq 0$   
t)  $\frac{x + 1}{x - 1} + \frac{x + 2}{2x + 1} < \frac{x + 3}{x - 1}$

3.- Resuelve las siguientes ecuaciones racionales:

- a)  $\frac{x + 1}{x - 3} < 0$       b)  $\frac{2x + 3}{x - 5} \geq 0$       c)  $\frac{3x - 1}{x} < 2$       d)  $\frac{9}{x} - \frac{x}{3} > 2$   
e)  $\frac{2x}{x + 2} + \frac{x + 2}{2x} \leq 2$       f)  $\frac{x + 1}{x} + 1 < \frac{x}{x - 1}$       g)  $2x - \frac{12}{1 - x} > 5 + \frac{11}{9}(x + 2)$

$$\text{h) } \frac{x-2}{x+1} \leq 0 \quad \text{i) } \frac{x^2-1}{x+2} > 0 \quad \text{j) } \frac{2}{x+1} \leq 0 \quad \text{k) } \frac{x-3}{2x+3} > 0 \quad \text{l) } \frac{x^2-2x+1}{x-2} \leq 0$$

4.- Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones con una incógnita:

$$\text{a) } \begin{cases} x < -5 \\ x > -9 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x \geq -1 \\ x-2 > 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2(x-1) < 1+3x \\ x-5 \geq 3 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x-3 < 0 \\ x-1 < 0 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} 2x-8 < \frac{1}{3}x-5 \\ \frac{3}{2}x-6 \geq \frac{1}{5}(6x-4) \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} \frac{1}{4}x-8 < \frac{1}{6}-x \\ 7x-4 \leq \frac{1}{2}(15x-1) \end{cases}$$

$$\text{g) } \begin{cases} x^2-4x+3 < 0 \\ 2x-4 < 0 \end{cases}$$

$$\text{h) } \begin{cases} 2(3x-5) \leq 7x+1 \\ 3x-5 \geq 6x-4 \end{cases}$$

$$\text{i) } \begin{cases} 3x-5 \geq 0 \\ x^2-3x+2 \leq 0 \end{cases}$$

5.- Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x-y < 1 \\ y-5x > 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x+2y > 5 \\ 5y+x < 3 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} y+3x > -1 \\ 2x < 3+5y \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 5x+3y > 4 \\ 3y-2x < -3 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} y > 3x-1 \\ -2x < 3y+2 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} y-2x > 4 \\ 6 < 5x+1 \end{cases}$$

$$\text{g) } \begin{cases} y < 2x-3 \\ y > x+1 \end{cases}$$

$$\text{h) } \begin{cases} 2x < y-3 \\ y > 3x-1 \end{cases}$$

$$\text{i) } \begin{cases} -y > -x+1 \\ -2x-3 < -y+4 \end{cases}$$

$$\text{j) } \begin{cases} y < x+4 \\ y < x-1 \end{cases}$$

$$\text{k) } \begin{cases} y < 1 \\ x > 2 \end{cases}$$

**TEMAS 4 y 5: FUNCIONES ELEMENTALES, EXPONENCIALES,  
LOGARÍTMICAS Y TRIGONOMÉTRICAS.**

1.- Calcula el dominio de la función:

a)  $f(x) = \frac{x-3}{x^2+2x-3}$

b)  $f(x) = \sqrt{3x+8}$

c)  $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+7}}$

d)  $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x^2-3x-10}}$

e)  $f(x) = 2 + \sqrt{x+5} + \sqrt{x-2}$

f)  $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{\ln(x)}}$

2.- De las siguientes funciones indica cuáles son pares, impares o de ningún tipo:

a)  $f(x) = x^2 + 2$

b)  $f(x) = \frac{x+1}{x^5+2x^3}$

c)  $f(x) = 1 + \operatorname{tg}(x)$

d)  $f(x) = \frac{9x^6+5}{x^2}$

e)  $f(x) = x^3 - x$

f)  $f(x) = x^2 + \cos(3x)$

g)  $f(x) = \operatorname{sen}^2(x)$

h)  $f(x) = 7$

3.- Dadas las funciones  $f(x) = \frac{2}{3x-9}$  y  $g(x) = x - 2$ , calcula la expresión y el dominio de las funciones  $f+g$ ,  $f-g$ ,  $f \cdot g$  y  $f/g$

4.- Dadas las funciones del ejercicio anterior, realiza  $g \circ f$  y  $f \circ g$ , indicando el dominio de cada una de ellas.

5.- Sean las funciones  $f(x) = 2x - 1$ ,  $g(x) = x^2 + 1$  y  $h(x) = \frac{1}{x+1}$ , comprueba con ellas la propiedad asociativa de la composición, es decir, se cumple:

$$(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f).$$

Calcular el dominio de la función resultante.

6.- Calcula la función inversa de  $f(x) = 5x + 4$  y comprueba el resultado.

7.- Calcula la inversa de la función  $f(x) = \frac{2x-5}{3x+7}$ , compruébalo y calcula los dominios de ambas.

8.- Representa las funciones a)  $y=-2x+7$ , b)  $y=3x-5$ .

9.- Representa las parábolas siguientes:

$$a) y = x^2 - 4x + 6 \quad b) y = x^2 - 1 \quad c) y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 5 \quad d) y = 2x^2 - 8x + 4$$

10.- Representa las siguientes funciones:

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x \in [-3, 0) \\ x^2 - 2x + 1 & x \in [0, 3] \\ 4 & x \in (3, 7) \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 2x+1 & x < 1 \\ x^2 - 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} -x-1 & \text{si } x \leq -1 \\ 2x^2 - 2 & \text{si } -1 < x < 1 \\ x-1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

11.- Representa las siguientes funciones y obtén su expresión como funciones a trozos:

$$a) y = |x^2 - 5x + 4| \quad b) y = |2x - 4|, x \in [-1, 5] \quad c) y = |-x^2 + 4x + 5| \quad d) y = \left| \frac{x}{2} - 3 \right|$$

12.- Representa las hipérbolas siguientes:

$$a) y = \frac{2}{x-3} \quad b) y = \frac{3x-5}{x-2} \quad c) y = \frac{4}{x} \quad d) y = -\frac{4}{x}$$

$$e) y = \frac{4}{x-3} \quad f) y = \frac{4}{x-3} + 2 \quad g) y = \frac{3x+2}{x+1}$$

13.- Representa las siguientes funciones:

$$a) y = 3 + \sqrt{x-4} \quad b) y = \sqrt{2-x} \quad c) y = \sqrt[3]{-x} \quad d) y = \sqrt[3]{-x} + 2 \quad e) y = \sqrt[3]{x} + 1 \quad f) y = \sqrt[3]{x+1}$$

14.- Representa las siguientes funciones:

$$a) y = 2^x + 1 \quad b) y = 2^x - 3 \quad c) y = 2^{x-1} \quad d) y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} \quad e) y = 1 - 2^x \quad f) y = 2^{-x}$$

15.- ¿Cuál es el dominio de la función  $y = \log_2(2-x)$ ? Representala.

16.- Representa  $y=e^x$  e  $y=\ln x$ .

17.- Representa estas funciones a partir de la gráfica de  $y = \log_2 x$ :

$$\begin{array}{ll} a) y = 1 + \log_2 x & c) y = \log_2 \frac{x}{2} \\ b) y = \log_2(x^2 - x) & d) y = \log_2(x - 1) \end{array}$$

A la vista de sus representaciones, determina su dominio.

18.- Representa  $y = |x^2 - 4|$  e  $y = \left| \frac{1}{x-2} + 3 \right|$ . Defínelas como funciones a trozos

19.- Representa las siguientes funciones:

$$\begin{array}{ll} \mathbf{a)} f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases} & \mathbf{c)} f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x < -2 \\ 2x^2 & \text{si } -2 < x \leq 0 \\ x-3 & \text{si } x > 0 \end{cases} \\ \mathbf{b)} f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \leq -3 \\ x^2 & \text{si } -3 < x \leq 2 \\ 4 & \text{si } x > 2 \end{cases} & \mathbf{d)} f(x) = \begin{cases} -3 & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + 3x & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ -x+3 & \text{si } x > 3 \end{cases} \end{array}$$

## TEMA 6: LÍMITES DE FUNCIONES.

1.- Calcula los siguientes límites:

1.  $\lim_{x \rightarrow 3} 77$

2.  $\lim_{x \rightarrow 5} (3x - 7)$

3.  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x - 1)$

4.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x - 5}{5x - 1}$

5.  $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{8x + 1}{x + 3}}$

6.  $\lim_{x \rightarrow -3/2} \frac{4x^2 - 9}{2x + 3}$

7.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 8x - 16}{2x^2 - 9x + 4}$

8.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x + 2}$

9.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}$

10.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{x}$

11.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^3 - 5x^2 - 2x - 3}{4x^3 - 13x^2 + 4x - 3}$

12.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^4 - 16}$

2.- Calcula los siguientes límites en funciones a trozos:

1.  $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < 1 \\ -1 & \text{si } x = 1 \\ -3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

(a)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ; (b)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ; (c)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

2.  $f(t) = \begin{cases} t + 4 & \text{si } t \leq -4 \\ 4 - t & \text{si } t > -4 \end{cases}$

(a)  $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(t)$ ; (b)  $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(t)$ ; (c)  $\lim_{x \rightarrow -4} f(t)$

3.  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 2 \\ 8 - 2x & \text{si } x > 2 \end{cases}$

(a)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ; (b)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ ; (c)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

4.  $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x < 1 \\ 2 & \text{si } x = 1 \\ 7 - 2x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

3.- Estudia la continuidad de las siguientes funciones (a es el punto donde estudiar la continuidad).

1.  $F(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x + 3}$

2.  $h(x) = \frac{5}{x - 4}$

3.  $g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x + 2} & \text{si } x \neq -2 \\ 0 & \text{si } x = -2 \end{cases}$

4.  $G(x) = \frac{x^2 - 4}{x^4 - 16}$

5.  $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ \sqrt{x} & \text{si } 0 < x \end{cases}$

6.  $g(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & \text{si } x < 0 \\ \sqrt[3]{x+1} & \text{si } 0 \leq x \end{cases}$

7. La función mayor entero.

8.  $f(x) = \frac{9x^2 - 4}{3x - 2}$ ;  $a = \frac{2}{3}$

9.  $f(t) = \begin{cases} 9 - t^2 & \text{si } t \leq 2 \\ 3t + 2 & \text{si } 2 < t \end{cases}$ ;  $a = 2$

10.  $f(x) = \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 2x - 3}$ ;  $a = -3$

11.  $f(x) = \begin{cases} |x - 3| & \text{si } x \neq 3 \\ 2 & \text{si } x = 3 \end{cases}$ ;  $a = 3$

12.  $f(t) = \begin{cases} t^2 - 4 & \text{si } t \leq 2 \\ t & \text{si } 2 < t \end{cases}$ ;  $a = 2$

13.  $f(y) = \frac{\sqrt{y+5} - \sqrt{5}}{y}$ ;  $a = 0$

14.  $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{x}$ ;  $a = 0$

15.  $f(x) = x^2(x + 3)^2$

$$16. g(x) = \frac{x}{x-3}$$

$$17. h(x) = \frac{x+1}{2x+5}$$

$$18. F(x) = \frac{x^3+7}{x^2-4}$$

$$19. f(x) = \begin{cases} 3x-1 & \text{si } x < 2 \\ 4-x^2 & \text{si } 2 \leq x \end{cases}$$

$$20. f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & \text{si } 1 < x \end{cases}$$

$$21. f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & \text{si } x < 4 \\ \sqrt{x-4} & \text{si } 4 \leq x \end{cases}$$

4.- Calcula los siguientes límites infinitos:

$$1. \lim_{t \rightarrow 2^+} \frac{t+2}{t^2-4}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{3+x^2}}{x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$$

$$4. \lim_{t \rightarrow -4^+} \left( \frac{2}{t^2+3t-4} - \frac{3}{t+4} \right)$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[|x|] - x}{3-x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{\sqrt{2x-x^2}-1}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^3+9x^2+20x}{x^2+x-12}$$

8. Para cada una de las siguientes funciones, halle la asíntota vertical de la gráfica de la función y trázela:

$$(a) f(x) = \frac{1}{x}; (b) g(x) = \frac{1}{x^2}; (c) h(x) = \frac{1}{x^3}; (d) \phi(x) = \frac{1}{x^4}$$

$$9. f(x) = \frac{2}{x-4}$$

$$10. f(x) = \frac{-2}{(x+3)^2}$$

$$11. f(x) = \frac{1}{x^2+5x-6}$$

5.- Calcula:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( x - \sqrt{(x-a)(x-b)} \right)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+1}{x+2} - \frac{x^2+10}{x+1} \right)$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9 \cdot 8^x + 5^x + 3^x + 4}{8^x + 3}$$

6.- Calcula:

$$1. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1-\cos h)^2}{h}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x}{x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1-\tan x}{\sin x - \cos x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+9}-3}{x^2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(x/2)}{x^2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^5 2x \cdot \sin 4x}{x^6}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{\sqrt[3]{x}-2}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+8}-2}{x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{\frac{x^2+3x+4}{x^3+1}}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3(\sqrt{x+2}-2)}{4(8-\sqrt{32x})}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3-\sqrt{2x-1}}{3(\sqrt{5x}-5)}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow \infty} x \tan(\pi/x)$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4+x^3}{2x^3+x-3}$$

$$17. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \ln(\sin x)$$

$$18. \lim_{t \rightarrow 0} \left( \frac{1}{5} 2^t + \frac{4}{5} 5^t \right)^{\frac{1}{t}}$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x-1}{3x^2+5x-2}$$

7.- Calcula:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \tan x}{\sin x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \tan x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \sin x}{\frac{1}{2}\pi - x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\frac{1}{2}\pi - x}{\cos x}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin x)}{x}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{1 - \sin x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} x \cot x$$

$$10. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1}}{1 - 2^{2n}}$$

$$11. \lim_{h \rightarrow 2} \frac{h^3 - 8}{h^2 - 4}$$

$$12. \lim_{r \rightarrow 1} \frac{r^2 - r}{2r^2 + 5r - 7}$$

$$13. \lim_{k \rightarrow 4} \frac{k^2 - 16}{\sqrt{k} - 2}$$

$$14. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 7x}{2 + 3x}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2}{x - 1}$$

8.- Calcula:

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{\sqrt{2x+3} - x}{\sqrt{x+1} - x + 1} \right)^{\frac{x-1-\sqrt{x^2-5}}{x^2-5x+6}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2 - x + 1}{2x^2 + x + 1} \right)^{\frac{x^2}{1-x^2}}$$

9.- Calcula los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - \log x$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x}{x^2 + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{5x^2 - 2x} - 3x$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3x - 1}{\sqrt{x^6 - 2x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2x-1}{3x+2} \right)^{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x-2}{3+2x} \right)^{x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+4} - 2}{\sqrt{x+1} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{3x-2}{x^2-2x+4} \right)^{\frac{x}{x-2}}$$

10.- Estudia la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+3}{x} & \text{si } x < -1 \\ x^2 - 2 & \text{si } -1 \leq x < 2 \\ 3x+1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

11.- Calcula el valor de  $a$  para que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 3a + \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

12.- Halla los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^x - x^2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln x^2 + 1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{3x^2 - 1} - 2x$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{2x^5 - 1}}{\sqrt{x^4 + 2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{5x - 2}{4 + 5x} \right)^{\frac{2x}{3}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{4x - 2}{3x + 5} \right)^{x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[3]{\frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{3x^3 - 8x^2 + 7x - 2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{2x^2 - x + 1}{4x + 4} \right)^{\frac{2x}{x-3}}$$

13.- Estudia la continuidad de la siguiente función. En los puntos en los que no sea continua, indica el tipo de discontinuidad que presenta:

$$f(x) = \frac{3x^2 - 2x - 8}{x^2 + 3x - 10}$$

14.- Calcula los valores de  $a$  y  $b$  para que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x & \text{si } x \leq 1 \\ 4x^2 + ax + b & \text{si } 1 < x < 2 \\ 3x + b & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

## TEMA 7: DERIVADAS.

1.- Halla la función derivada de:

a)  $f(x) = 2x^2 - 3x$

b)  $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2$

c)  $f(x) = \operatorname{tg} x$

d)  $f(x) = \frac{1-x^2}{x-3}$

e)  $f(x) = x \ln x$

f)  $f(x) = e^{4x^3-2x}$

2.- Halla la ecuación de la recta tangente a la curva  $f(x) = x^2 + 2x + 1$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .

3.- Halla los puntos de tangente horizontal de la función  $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x$  y decide si son máximos o mínimos.

4.- Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función  $f(x) = (x+2)^2$ .

5.- Estudia y representa la función  $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$ .

6.- Representa gráficamente la función  $g(x) = \frac{x^2}{x+1}$  estudiando previamente los aspectos que consideres más relevantes:

7.- Dada la función  $f(x) = \frac{x^3-2}{x}$ , estudia sus aspectos más relevantes y represéntala gráficamente.

8.- Estudia y representa la siguiente función  $f(x) = \frac{2x^2}{x^2-4}$ .

9.- Halla la función derivada de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = 2x^5 + \frac{x}{3}$

c)  $f(x) = \frac{3x^2}{2x+3}$

e)  $f(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{x+1}{2x-3}\right)$

b)  $f(x) = \operatorname{sen} x$

d)  $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \operatorname{sen} x$

10.- Escribe la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = x^3 + 2x$  en el punto de abscisa  $x = 2$ .

11.- Determina los puntos de tangente horizontal de la función  $f(x) = \frac{x^3}{x+2}$

12.- Estudia el crecimiento y el decrecimiento de la siguiente función  $g(x) = 3x^2 - 2x + 1$ .

13.- Estudia y representa las siguientes funciones:

a)  $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$

b)  $f(x) = \frac{x+3}{x-1}$

c)  $g(x) = \frac{x^3+2}{x}$

d)  $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$

14.- Estudia dónde crece y dónde decrece la función  $f(x) = 3 + 12x - 3x^2$ .

15.- Determina la derivada de cada una de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = 3x^4 + 16x^3 + 25x + 5$     b)  $f(x) = 16x^2 + 5x + 8^5$     c)  $f(x) = \operatorname{sen}(3x^2 + 8)$

d)  $f(x) = \frac{3x^4 + 15}{x^2}$     e)  $f(x) = x^2 \sqrt{\cos x}$     f)  $f(x) = \tan(\operatorname{sen}(\sqrt{x^2 + 1}))$

g)  $f(x) = \frac{\sqrt{x^3 + 5x^2 + 1}}{\sqrt{x}}$     h)  $f(x) = (3x + 5)\sqrt{x+1} \cos(x^2)$     i)  $f(x) = \frac{x^3 \operatorname{sen} x}{\tan x}$

16.- Encuentra una ecuación para la recta que es tangente a la curva  $y = 5x^3 - 6x^2 - 5x$  en el origen.

17.- Un rectángulo tiene lados  $x$  e  $y$ . Si  $y$  depende de  $x$  de la siguiente forma:  $y = (2x + 1)^2$

a) Calcula la expresión para el área del rectángulo en función de  $x$ .

b) Calcula las dimensiones del rectángulo que hacen el área máxima.

18.- Halla para la función dada, la ecuación de la recta tangente a la gráfica en el punto  $(a, f(a))$ :

a)  $f(x) = \frac{x}{x+2}$  en  $a = -4$                       b)  $f(x) = (5x - x^3)(x^2 - 3)$  en  $a = 1$

c)  $f(x) = x^2 - \frac{10}{x}$  en  $a = -2$

19.- Hallar la ecuación de la recta que es tangente a la gráfica de  $f$  y paralela a la recta dada.

a)  $f(x) = x^3$     recta:  $3x - y + 1 = 0$

b)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$     recta:  $x + 2y - 6 = 0$

20.- Encuentra los puntos donde la recta tangente a la curva sea horizontal.

a)  $f(x) = ax^2 + bx + c$                       b)  $f(x) = ax + b$

c)  $f(x) = x^3$                                       d)  $f(x) = |x|$

21.- Encuentra los puntos de la curva  $y = \frac{2}{3}x^{3/2}$  donde la inclinación de la recta tangente es de  $45^\circ$ .

22.- Encuentra la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = x^3$  que pase por el punto  $(0,2)$ . Determinar el punto de tangencia.

23.- ¿Cuál es el ángulo que forma con el eje  $x$  la tangente a la curva  $y = x - x^2$  en el punto de abscisa  $x = 0.5$ ?

24.- Hallar la función  $f(x) = x^2 + bx + c$  sabiendo que pasa por  $(0,1)$  y verifica  $f'(0)=1$ .

25.- Dada la función  $f(x) = x^2 - 9$ , determina las ecuaciones de sus tangentes que pasan por sus raíces.

26.- Hallar las rectas tangentes a la curva  $f(x) = x^2 - 4x + 2$  en  $x = 0$  y  $x = 2$ .

27.- Representa gráficamente y estudia la derivabilidad a partir de la gráfica de las funciones siguientes. Estudia la derivabilidad de forma analítica.

a)  $f(x) = |x|^{1/2}$                       b)  $f(x) = |x^2 - 4|$                       c)  $f(x) = \begin{cases} 4x & \text{si } x \leq 1 \\ 2-x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

28.- Dadas las siguientes funciones encuentra  $f'(1)$  en caso de existir.

a)  $f(x) = \begin{cases} 4x & \text{si } x < 1 \\ 2x^2 + 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$                       b)  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ 2-x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

29.- Hallar  $a$  y  $b$  de manera que las siguientes funciones sean derivables en todos los puntos:

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 + b & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ ax + b & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

30.- ¿Es posible hallar la derivada de  $f(x)$  en  $x = 1$ ? Si es así, hállala y en cualquier caso justifícalo.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

31.- Dadas las siguientes funciones, halle su derivada primera:

a)  $y = x^3$       b)  $y = \sqrt{x}$       c)  $y = \text{sen } x$       d)  $y = \frac{1}{x \cdot \sqrt{x}}$

e)  $y = x^4 + 3x^2 - 6$       f)  $y = 2ax^3 - \frac{x^2}{b} + c$       g)  $y = x^{1/3} + \frac{1}{x} + 3^{1/2}$

h)  $y = 3x^4 - \frac{1}{x^{1/3}}$       i)  $y = x^2 \cdot \text{sen } x$       j)  $y = \sqrt{x} \text{sen } x \cdot \cos x$

k)  $y = \frac{x^2}{\cos x}$       l)  $y = \text{sen}^2 x$       m)  $y = \frac{x^2}{1+x^2}$       n)  $y = \frac{2x^2}{b^2 - x^2}$

ñ)  $y = \ln(x^2 + 3)$       o)  $y = \text{sen } x^2$       p)  $y = (\ln x)^3$       q)  $y = \text{sen}(x^2 + 1)^{1/2}$

## TEMA 8: ESTADÍSTICA.

1.- Clasifica las siguientes variables como cualitativas o cuantitativas, y a estas últimas como continuas o discretas:

- |                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| a) Intención de voto de un colectivo | b) N° de cartas que se escriben en un mes  |
| c) Número de calzado                 | d) N° de Km. recorrido en un fin de semana |
| e) Marcas de cerveza                 | f) N° de empleados de una empresa          |
| g) Altura                            | h) Temperatura de un enfermo               |

2.- Muchas de las personas que invierten en bolsa lo hacen para conseguir beneficios rápidos, por ello el tiempo en que mantienen las acciones es relativamente breve. Preguntada una muestra de 40 inversores habituales sobre el tiempo en meses que han mantenido sus últimas inversiones se recogieron los siguientes datos:

10.5	11.2	9.9	15.0	11.4	12.7	16.5	10.1	12.7	11.4
11.6	6.2	7.9	8.3	10.9	8.1	3.8	10.5	11.7	8.4
12.5	11.2	9.1	10.4	9.1	13.4	12.3	5.9	11.4	8.8
7.4	8.6	13.6	14.7	11.5	11.5	10.9	9.8	12.9	9.9

Construye una tabla de frecuencias que recoja adecuadamente esta información, y haz también alguna representación gráfica.

3.- Investigados los precios por habitación de 50 hoteles de una ciudad se han obtenido los siguientes resultados:

700	300	500	400	500	700	400	750	800	500
500	750	300	700	1000	1500	500	750	1200	800
400	500	300	500	1000	300	400	500	700	500
300	400	700	400	700	500	400	700	1000	750
700	800	750	700	750	800	700	700	1200	800

Determinése:

- a) La distribución de frecuencias de los precios.
  1. Sin agrupar.
  2. Agrupados en 5 intervalos de igual amplitud.
- b) Porcentaje de hoteles con un precio superior a 750.
- c) Cuántos hoteles tienen un precio mayor o igual que 500 pero menor o igual a 1000.
- d) Representar gráficamente dichas distribuciones.

4.- El gobierno desea saber si el número medio de hijos por familia ha descendido respecto a la década anterior. Para ello ha encuestado a 50 familias respecto al número de hijos y ha obtenido los siguientes datos:

2	4	2	3	1	2	4	2	3	0	2	2	2	3	2	6	2	3	2	2	3	2	3	3	4
3	3	4	5	2	0	3	2	1	2	3	2	2	3	1	4	2	3	2	4	3	3	2	2	1

- a) Construye la tabla de frecuencias a partir de estos datos.
- b) ¿Cuántas familias tienen exactamente tres hijos?
- c) ¿Qué porcentaje de familias tienen exactamente 3 hijos?
- d) ¿Qué porcentaje de las familias de la muestra tienen más de dos hijos? ¿Y menos de 3?
- e) Construye el gráfico que consideres más adecuado con las frecuencias no acumuladas
- f) Construye el gráfico que consideres más adecuado con las frecuencias acumuladas.

5.- En un hospital se desea hacer un estudio sobre los pesos de los recién nacidos. Para ello, se recogen los datos de 40 bebés y se tiene:

3.2	3.7	4.2	4.6	3.7	3.0	2.9	3.1	3.0	4.5
4.1	3.8	3.9	3.6	3.2	3.5	3.0	2.5	2.7	2.8
3.0	4.0	4.5	3.5	3.5	3.6	2.9	3.2	4.2	4.3
4.1	4.6	4.2	4.5	4.3	3.2	3.7	2.9	3.1	3.5

Se pide:

- Construir la tabla de frecuencias por intervalos.
- Si sabemos que los bebés que pesan menos de 3 kilos nacen prematuramente ¿Qué porcentaje de niños prematuros han nacido entre estos 40?
- Normalmente los niños que pesan más de 3 kilos y medio no necesitan estar en la incubadora ¿Puedes decirme que porcentaje de niños están en esta situación?
- Representa gráficamente la información recogida

6.- Completar la siguiente tabla:

$[L_{i-1}, L_i)$	$a_i$	$n_i$	$f_i$	$N_i$	$F_i$
[0,10)		2	0,05	2	0,05
[10,20)					0,15
[20,30)					0,4
[30,40)		15			0,775
[40,50)					1

7.- Antes de las últimas elecciones generales, una encuesta realizada sobre la intención de voto de colectivo de 45 personas, dio los siguientes resultados:

PP	PSOE	IU	PP	PSOE	UV	PP	UV	PSOE
IU	PP	IU	PP	UV	PP	PP	PSOE	UV
PSOE	PP	PSOE	UV	PP	UV	UV	PSOE	PP
IU	PP	PSOE	IU	PP	IU	UV	UV	PP
PSOE	UV	PP	PSOE	PP	IU	PP	IU	PP

Confecciona una tabla de frecuencias que recoja esta información y elabora dos tipos de gráficos distintos a partir de ella. ¿Qué porcentaje de votantes espera tener cada formación política?

8.- En una finca de apartamentos en Benicasim, se reúne la comunidad de vecinos para ver si contratan una persona que les lleve la contabilidad. El resultado de la votación es: 25 vecinos a favor de la contratación, 15 en contra y 5 se abstienen. Construye la tabla de frecuencias para estos datos y representa gráficamente esta información mediante un diagrama de sectores.

9.- Construye la tabla de frecuencias relacionada con el siguiente gráfico, donde se resumen datos recogidos sobre 50 personas

