GEOMETRÍA ANALÍTICA

ECUACIONES DE UNA RECTA

Para determinar una recta necesitamos una de estas dos condiciones

1. Un punto $P(x_0, y_0)$ y un vector $\vec{V} = (a,b)$
2. Dos puntos $P(x_0, y_0)$, $Q(x_1, y_1)$ $\to$ Un punto $P(x_0, y_0)$ y un vector $\vec{PQ}$

8.2.1 – ECUACIÓN VECTORIAL

$$(x,y) = (x_0, y_0) + t.(a,b) \qquad \forall\, t \in R$$

8.2.2 – ECUACIONES PARAMÉTRICAS

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \qquad \forall\, t \in R$$

8.2.3 – ECUACIÓN CONTINUA

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$$

8.2.4 – ECUACIÓN PUNTO-PENDIENTE

$$y - y_0 = \frac{b}{a}.(x - x_0) \qquad m = \frac{b}{a} = \text{pendiente}$$

8.2.5 – ECUACIÓN EXPLÍCITA

$$y = mx + n \quad \text{donde} \begin{cases} m & \text{es la pendiente} \\ n & \text{es la ordenada en el origen (lo que vale la } y \text{ cuando } x = 0 \end{cases}$$

8.2.6 – ECUACIÓN IMPLÍCITA

$$a.y - y_0.a = b.x - b.x_0 \to bx - ay + a.y_0 - b.x_0 = 0 \to Ax + By + c = 0$$

$\vec{n} = (A,B) = (b,-a)$ = vector normal de la recta perpendicular al vector director.

NOTA

- $\vec{V} = (a,b) \to \vec{n} = (-b,a) \to \quad m = b/a$
- $\vec{n} = (A,B) \to \vec{V} = (-B,A) \to \quad m = -A/B$

HAZ DE RECTAS

8.3.1 – HAZ DE RECTAS DE CENTRO P.

Al conjunto de todas las rectas que pasan por un punto P se le llama **haz de rectas de centro P.**

La expresión analítica del haz de rectas de centro $P(x_o,y_o)$ es : $a(x – x_o) + b(y – y_o) = 0$

8.3.2 – HAZ DE RECTAS

Si lo que conocemos son dos rectas pertenecientes al haz: r: $ax + by + c = 0$, s: $a´x + b´y + c´= 0$, el haz ponerse así: $k(ax + by + c) + k´(a´x + b´y + c´) = 0$

PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD

8.4.1 – RECTAS PARALELAS

- Vectores directores paralelos (proporcionales)
- Vectores normales paralelos (proporcionales)
- Misma pendiente ($m_1 = m_2$)

8.4.2 – RECTAS PERPENDICULARES

- Vectores directores perpendiculares (producto escalar nulo)
- Vectores normales perpendiculares (producto escalar nulo)
- Producto de las pendientes igual a –1 ($m_1.m_2 = -1$)

POSICIÓN RELATIVA DE DOS RECTAS

	FORMA GENERAL r : A x + B y + C = 0 r’: A’x + B’y + C’ = 0	FORMA EXPLÍCITA y = m.x + n y = m’.x + n’	RESOLVER EL SISTEMA
COINCIDENTES	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$	m = m’ n = n’	Infinitas soluciones
PARALELAS	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'}$	m = m’ n ≠ n’	No tiene solución
SECANTES	$\frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'}$	m ≠ m’	Una solución

ÁNGULO ENTRE DOS RECTAS

8.6.1 – SI TENEMOS SUS VECTORES DIRECTORES O NORMALES

$$\cos(r,s) = \begin{cases} \cos(\vec{v}_r, \vec{v}_s) = \dfrac{\left|\vec{v}_r \cdot \vec{v}_s\right|}{\left|\vec{v}_r\right| \cdot \left|\vec{v}_s\right|} \\ \cos(\vec{n}_r, \vec{n}_s) = \dfrac{\left|\vec{n}_r \cdot \vec{n}_s\right|}{\left|\vec{n}_r\right| \cdot \left|\vec{n}_s\right|} \end{cases}$$

8.6.2 – SI TENEMOS SUS PENDIENTES

La pendiente de una recta es la tangente del ángulo que forma con el eje OX^+

$$\text{tag}(\beta - \alpha) = \left|\frac{\text{tag}\beta - \text{tag}\alpha}{1 + \text{tag}\beta . \text{tag}\alpha}\right| = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 . m_2}\right| \qquad \text{(2 soluciones)}$$

DISTANCIAS

8.7.1 – DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

La distancia entre dos puntos es el módulo del vector que une dichos puntos

$P(x_0, y_0)$, $Q(x_1,y_1)$ $\rightarrow d(P,Q) = |\vec{PQ}| = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}$

8.7.2 – DISTANCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA

$$d(P(x_0,y_0), Ax + By + C = 0) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

8.7.3 – DISTANCIA ENTRE DOS RECTAS PARALELAS

$$d(Ax + By + C = 0, Ax + By + C' = 0) = \frac{|C - C'|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$