**1.-** Expresar en radianes los siguientes ángulos expresados en grados sexagesimales: **a)** 120° **b)** 13° **c)** 330° **d)** 390° **g)** 1.000° **h)** 15°.

Sol: $a)\frac{2\pi}{3};\ b)\frac{13\pi}{180};\ c)\frac{11\pi}{6};\ d)\frac{13\pi}{6};\ e)\frac{50\pi}{9};\ f)\frac{\pi}{12}$

**2.-** Calcular el ángulo, medido en radianes, que forman las agujas del reloj cuando señalan: **a)** las 5h; **b)** las 5h y 12 m; **c)** las 12h y 20min; **d)** las 2h y 30 m.

Sol: $a)\frac{5\pi}{6};\ b)\frac{7\pi}{15};\ c)\frac{11\pi}{18};\ d)\frac{7\pi}{12}$

**3.-** Expresar en grados los siguientes ángulos dados en radianes: $a)\frac{4\pi}{3};\ \ b)\frac{5\pi}{6};\ \ c)\frac{16\pi}{3};\ \ d)\frac{\pi}{5};\ \ e)\frac{3\pi}{4};\ \ f)\frac{7\pi}{12}$

Sol: a) 120°; b) 15°; c) 960°; d) 36°; e) 135°; f) 105°.

**4.-** ¿Cuántos radianes mide el ángulo central de un decágono regular?; ¿y de un pentágono?

Sol: a) 36°; b) 72°.

**5.-** Expresar en radianes los ángulos interiores de los siguientes polígonos regulares: **a)** Cuadrado; **b)** Pentágono; **c)** Octógono; **d)** Dodecágono.

Sol: $a)\frac{\pi}{2};\ b)\frac{\pi}{5};\ c)\frac{3\pi}{4};\ d)\frac{5\pi}{6}$

**6.-** Dibujar los ángulos cuyas razones trigonométricas son:

**a)** $sen\alpha = -\frac{1}{3}$ **c)** $tg\alpha = -\frac{4}{3}$ **e)** $\sec\alpha = 4$

**b)** $\cos\alpha = \frac{1}{2}$ **d)** $\text{cotg}\alpha = 3$ **f)** $\text{cosec}\alpha = 2$

**7.-** Construir los siguientes ángulos: **a)** Que el seno sea el doble que el coseno **b)** Que el coseno sea el triple que el seno **c)** Que la tangente sea el triple que el seno.

**8.-** Calcular todas las razones trigonométricas de cada uno de los ángulos, sabiendo que:

| Cuadrante | Sen | Cos | Tan | Cosec | Sec | Cotan |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ | **-1/3** | | | | | |
| $sen\alpha<0$ | | **-4/5** | | | | |
| $\alpha\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$ | | | **3/4** | | | |
| $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ | | | | | $\sqrt{5}$ | |
| $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ | **3/5** | | | | | |
| $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ | | **3/4** | | | | |
| $\cos\alpha<0$ | | | | | | **-12/5** |
| $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$ | | | | **-2** | | |

**9.-** ¿El seno de un ángulo, puede valer?

| 3/7 | -7/12 | -1 | -13/5 | 7/6 | π/4 |
|---|---|---|---|---|---|
| Si | Si | Si | **No** | **No** | Si |

**10.-** ¿Puede haber algún ángulo que cumpla que su tangente sea 5 y su seno ½?

Sol: No.

**11.-** Comprueba las siguientes identidades trigonométricas:

**a)** $\cos^2 x = \cot^2 x - \cot^2 x\cdot\cos^2 x$

**b)** $\sec^2 x + \text{cosec}^2 x = \sec^2 x\cdot\text{cosec}^2 x$

**c)** $\tan x = \cot x - \frac{\cot^2(x)-1}{\cot x}$

**d)** $sen^2 a - \cos^2 b = sen^2 x - \cos^2 a$

**e)** $\cos^4 a - sen^4 b = 2\cos^2 a - 1$

**f)** $(\text{cosec}\ a + \cot a)\cdot(\text{cosec}\ a - \cot a) = 1$

**g)** $\frac{\tan a + \tan b}{\cot a + \cot b} = \tan a\cdot\tan b$

**h)** $\frac{\text{cosec}\ a}{1+\cot^2 a} = sen\ a$

**i)** $\tan^2 x = sen^2 x + sen^2 x\cdot\tan^2 x$

**j)** $\frac{1 - sen\ x}{\cos x} = \frac{\cos x}{1 + sen\ x}$

**k)** $\frac{1+\tan^2 x}{\cot x} = \frac{\tan x}{\cos^2 x}$

**l)** $\cos^2 a\cdot\cos^2 b - sen^2 a\cdot sen^2 b = \cos^2 a - sen^2 b$

**m)** $sen\ \alpha\cdot\cos\alpha\cdot\tan\alpha\cdot\cot\alpha\cdot\sec\alpha\cdot\text{cosec}\alpha = 1$

**n)** $(sen\ a - \cos a)^2 + (sen\ a + \cos a)^2 = 2$

**o)** $\tan a + \cot a = \sec a\cdot\text{cosec}\ a$

**p)** $\frac{sen a\cdot\cos a}{\cos^2 a - sen^2 a} = \frac{\tan a}{1\text{-}\tan^2 a}$

**q)** $\frac{\sec^2 a - \cos^2 a}{\tan^2 a} = 1 + \cos^2 a$

**r)** $\frac{\text{cosec}^2 a - sen^2 a}{\text{cosec}^2 a(2-\cos^2 a)} = \cos^2 a$

**s)** $1 + \tan a = \frac{sen(a+45)}{\cos 45\cdot\cos a}$

**t)** $sen^2 x + \cos^2 x = 1$

**u)** $sen(a+b)\cdot sen(a-b) = sen^2 a - sen^2 b$

**v)** $sena\cdot sen(b-c) + senb\cdot sen(c-a) + senc\cdot sen(a-b) = 1$

**w)** $(\cos a + sen\ a)^2 = sen 2a + 1$

**x)** $\frac{\cot a + \tan a}{\cot a - \tan a} = \sec a$

**y)** $\frac{sen 2a}{1-\cos^2 a}\cdot\frac{sen 2a}{\cos a} = 4\cos a$

Area de Ciencias
http:\\selectividad.intergranada.com

© Raúl González Medina

**12.-** Comprueba las siguientes identidades:

**a)** $\tan\left(\frac{a}{2}\right) = \pm(\operatorname{cosec} a - \cot a)$

**b)** $sen a = \dfrac{2\tan\left(\frac{a}{2}\right)}{1+\tan^2\left(\frac{a}{2}\right)}$

**c)** $\cos(a+b)\cdot\cos(a-b) = \cos^2 a - sen^2 b$

**d)** $(\cot a - \tan a)\left[\tan\left(\frac{\pi}{4}+a\right) - \tan\left(\frac{\pi}{4}-a\right)\right] = 4$

**e)** $\dfrac{2sen a}{\tan 2a} = \cos a - \dfrac{sen^2 a}{\cos a}$

**f)** $\cos a = \dfrac{1-\tan^2\left(\frac{a}{2}\right)}{1+\tan^2\left(\frac{a}{2}\right)}$

**13.-** Resolver los siguientes triángulos, rectángulos en A, sabiendo que:

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a)** | a=54 , B=32°25' | **d)** | b=122 , c=130 |
| **b)** | b=230 , B=62°26' | **e)** | c=27 , a=35 |
| **c)** | a=62 , b=32 | **f)** | c=34 , B=42°25 |

Sol:

**14.-** Sabiendo que $\tan\alpha = \frac{3}{4}$ , hallar:

**a)** $\tan(\alpha + 30°)$ **b)** $\tan(45-\alpha)$

Sol:

**15.-** Si $\tan(14°5') = \frac{1}{4}$ , Calcular:

**a)** sen 28°10’ **b)** cos 28°10’ **c)** tan 28°10’

Sol:

**16.-** Calcular sen (2α), cos (2α) y tan (2α), sabiendo que:

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a)** | $\tan\alpha = 7 \quad 0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ | **b)** | $\tan\alpha = \frac{-7}{3} \quad \frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ |
| **c)** | $sen\alpha = \frac{3}{7} \quad \frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ | **d)** | $\cot\alpha = \frac{4}{3} \quad \pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$ |

Sol:

**17.-** Si $\cos\alpha = \frac{1}{5}$, calcula las razones trigonométricas de $\left(\frac{\pi}{2}-2\alpha\right)$ sabiendo que $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$

Sol:

**18.-** Sabiendo que $\tan\alpha = 2$ , calcular el valor de $sen\ 4\alpha$ .

Sol:

**19.-** Calcular el seno, el coseno y la tangente de los ángulos: **a)** 112°30' **;b)** 150° **;c)** 60° en función de los cosenos de los ángulos de 225°, 300° y 120° respectivamente.

Sol:

**20.-** Si $\cos 80° = \frac{1}{5}$ hallar:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **a)** | sen 40° | **c)** | tan 40° | **e)** | cos 20° |
| **b)** | cos 40° | **d)** | sen 20° | **f)** | tan 20° |

Sol:

**21.-** Si $\cos\alpha = \frac{1}{6}$ y $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ , calcular:

**a)** $sen\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ **b)** $\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ **c)** $tg\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

Sol:

**22.-** Si $tg(2\alpha) = \sqrt{3}$ , hallar $sen(\alpha)$ y $\cos(\alpha)$ sabiendo que $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

Sol:

**23.-** Si $sen(\alpha) = \frac{1}{2}$ con $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ y $\cos(\beta) = \frac{3}{5}$ con $\beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, calcula en cada caso:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **a)** | $sen(\alpha+\beta)$ | **e)** | $tg(\alpha+\beta)$ | **i)** | $tg(2\alpha)$ |
| **b)** | $sen(\alpha-\beta)$ | **f)** | $tg(\alpha-\beta)$ | **j)** | $\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ |
| **c)** | $\cos(\alpha+\beta)$ | **g)** | $sen(2\alpha)$ | **k)** | $tg\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ |
| **d)** | $\cos(\alpha-\beta)$ | **h)** | $\cos(2\alpha)$ | **l)** | $sen(\alpha+2\beta)$ |

Sol:

**24.-** Resuelve los triángulos rectángulos ABC, sabiendo que:

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a)** | a=415 y b=280 | **d)** | b=5.2 y B=37° |
| **b)** | b=33 y c=21 | **e)** | a=5 y B=41.7° |
| **c)** | a=45 y B=22° | **f)** | b=3 y B=54.6° |

Sol: **a)** B=42,25°; C=47,35°; c=306,31; **b)** B=57,32°; C=32,28°; a=39,12; **c)** C=68°; b=16,85; c=41,72; **d)** C=53°; a=8,64; c=6,9; **e)** C=48,3°; b=3,32; c=3,73; **f)** C=35,4°; c=2,13; a=3,68

**25.-** Resolver los siguientes triángulos:

| | |
|---|---|
| **a)** | a=25, B=36°30’, C=58°45’ |
| **b)** | a=12, B=32°, C=124° |
| **c)** | a=114, b=105, C=54°18’ |
| **d)** | b=40, c=45, A=62°9’ |
| **e)** | a=90, b=102, A=61°18’ |
| **f)** | b=45, c=50, B=40°32’ |
| **g)** | a=12, b=20, c=15 |
| **h)** | a=10, b=8, c=7 |

Sol:

**26.-** Hallar el radio de una circunferencia, sabiendo que una cuerda de 24,6 metros tiene como arco correspondiente uno de 70°.

Sol: 21,44 cm

**27.-** Calcular el área de una parcela triangular, sabiendo que dos de sus lados miden 80 m y 130 m, y forman entre ellos un ángulo de 70°.

Sol: 4.886,4 m$^2$

**28.-** Calcula la altura de un árbol, sabiendo que desde un punto del terreno se observa su copa bajo un ángulo de 30° y si nos acercamos 10 m, bajo un ángulo de 60°.

Sol: h=5√3 m.

**29.-** Tres pueblos A, B y C están unidos por carreteras. La distancia de A a C es 6 km y la de B a C 9 km. El ángulo que forman estas carreteras es 120°. ¿Cuánto distan A y B?

Sol: 13,08 Km.

**30.-** Calcular la longitud del lado y de la apotema de un octógono regular inscrito en una circunferencia de 49 centímetros de radio.

Sol: l=37,5 cm y ap=47,27 cm.

**31.-** La longitud del lado de un octógono regular es 12 m. Hallar los radios de la circunferencia inscrita y circunscrita.

Sol: 14,49 y 15,68 m.