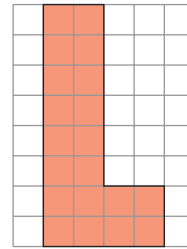
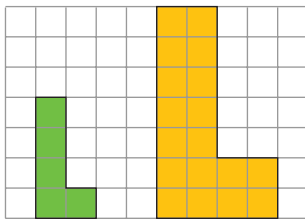


Página 170

PRACTICA

Semejanza de figuras

- 1 Copia en una hoja de papel cuadrulado estas dos figuras. Modifica la de la derecha para que sean semejantes.



- 2 En un mapa cuya escala es 1:1 500 000, la distancia entre dos ciudades es 2,5 cm.

- a) ¿Cuál es la distancia real entre ellas?
 b) ¿Cuál será la distancia en ese mapa entre dos ciudades A y B cuya distancia real es 360 km?

- a) Como la escala es 1:1 500 000, cada centímetro en el mapa corresponde a 1 500 000 cm en la realidad, que equivalen a 15 km.

2,5 cm en el mapa serán: $2,5 \cdot 15 = 37,5$ km en la realidad.

- b) $\frac{36000000}{1500000} = 24$ cm

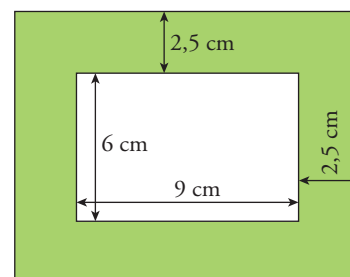
- 3 Una fotografía de 9 cm de ancha y 6 cm de alta tiene alrededor un marco de 2,5 cm de ancho. ¿Son semejantes los rectángulos interior y exterior del marco? Responde razonadamente.

El rectángulo exterior es de 14 cm de ancho y 11 cm de alto.

Para que los rectángulos sean semejantes, los lados correspondientes han de ser proporcionales:

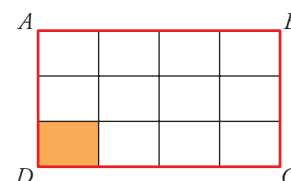
$$\frac{6}{11} \neq \frac{9}{14}$$

Ambos rectángulos no son proporcionales.



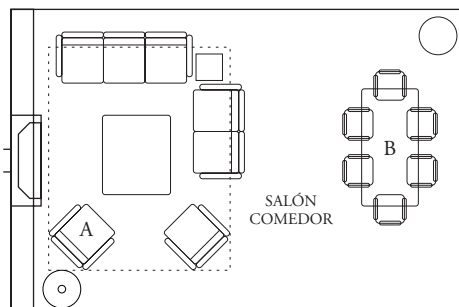
- 4 Hemos dividido en cuatro partes iguales el lado mayor del rectángulo ABCD y en tres partes iguales el lado menor.

- a) ¿Es semejante cada uno de los doce rectángulos obtenidos con el inicial?
 b) Si dividimos los dos lados en tres partes iguales, ¿obtendríamos rectángulos semejantes?



- a) No, porque los lados mayores están en la relación $1/4$, y los menores, en $1/3$.
b) En este caso sí. La razón de semejanza es $1/3$.

5 En una oficina de venta de pisos han hecho este plano a escala $1/50$.



- a) Calcula las dimensiones reales del salón y su área.
b) Halla las dimensiones de la mesa B y del sillón A. ¿Te parecen razonables?

a) Cada centímetro del plano equivale a $0,5$ m en la realidad.

$$\text{Dimensiones del salón: } (6 \cdot 0,5 \text{ m}) \times (4 \cdot 0,5 \text{ m}) = 3 \text{ m} \times 2 \text{ m}$$

$$\text{Área del salón: } 6 \text{ m}^2$$

b) Mesa: $(0,75 \cdot 0,5 \text{ m}) \times (1,55 \cdot 0,5 \text{ m}) = 0,375 \text{ m} \times 0,775 \text{ m}$

Podemos considerar (por errores de medición) que la mesa mide:

$$0,4 \text{ m} \times 0,8 \text{ m, es decir, } 40 \text{ cm} \times 80 \text{ cm.}$$

$$\begin{aligned} \text{Sillón A: } (0,7 \cdot 0,5 \text{ m}) \times (0,65 \cdot 0,5 \text{ m}) &= 0,35 \text{ m} \times 0,325 \text{ m} = \\ &= 35 \text{ cm} \times 32,5 \text{ cm} \end{aligned}$$

Las medidas no son razonables en absoluto: un salón de 6 m^2 es una estancia algo pequeña.

Teorema de Tales

6 Dos triángulos ABC y $A'B'C'$ son semejantes y su razón de semejanza es $2/3$. Calcula los lados del triángulo $A'B'C'$ si sabemos que

$$\overline{AB} = 12 \text{ m, } \overline{BC} = 9 \text{ m y } \overline{AC} = 7,5 \text{ m}$$

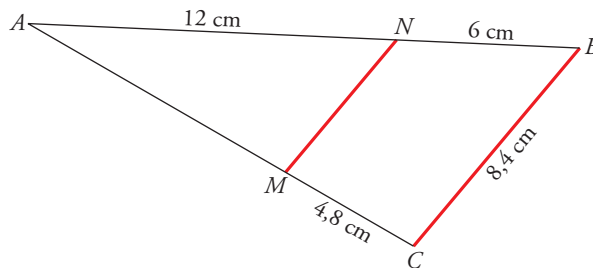
Si son semejantes se cumple que:

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{2}{3} \qquad \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{2}{3} \qquad \frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{\overline{A'B'}}{12} = \frac{2}{3} \rightarrow \overline{A'B'} = \frac{12 \cdot 2}{3} = 8 \text{ m; } \frac{\overline{B'C'}}{9} = \frac{2}{3} \rightarrow \overline{B'C'} = \frac{9 \cdot 2}{3} = 6 \text{ m}$$

$$\frac{\overline{A'C'}}{7,5} = \frac{2}{3} \rightarrow \overline{A'C'} = \frac{7,5 \cdot 2}{3} = 5 \text{ m}$$

- 7 En la figura, MN es paralelo a BC . Calcula \overline{AM} y \overline{MN} .



Los triángulos ANM y ABC están en posición de Tales.

Tenemos, pues, las siguientes igualdades: $\frac{\overline{CB}}{\overline{MN}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AN}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AM}}$

$$\frac{\overline{CB}}{\overline{MN}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AN}} \rightarrow \frac{8,4}{\overline{MN}} = \frac{12 + 6}{12} \rightarrow \overline{MN} = \frac{8,4 \cdot 12}{18} = 5,6 \rightarrow \overline{MN} = 5,6 \text{ cm}$$

Llamamos $x = \overline{AM}$:

$$\begin{aligned} \frac{\overline{CB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{MN}}{\overline{AM}} &\rightarrow \frac{8,4}{4,8 + x} = \frac{5,6}{x} \rightarrow 8,4x = 5,6(4,8 + x) \rightarrow \\ &\rightarrow 8,4x - 5,6x = 26,88 \rightarrow x = \frac{26,88}{2,8} = 9,6 \end{aligned}$$

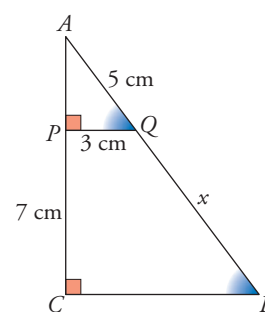
Luego $\overline{AM} = 9,6$ cm.

- 8 a) ¿Por qué son semejantes los triángulos APQ y ACB ?

b) Calcula $x = \overline{BQ}$.

- a) El ángulo \hat{A} es común a los dos triángulos y los ángulos \hat{P} y \hat{C} son rectos, luego los ángulos \hat{Q} y \hat{B} son iguales. Por lo tanto, ambos triángulos son semejantes.

b) Por ser triángulos semejantes: $\frac{\overline{AC}}{\overline{AP}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AQ}}$



Calculamos \overline{AP} aplicando el teorema de Pitágoras:

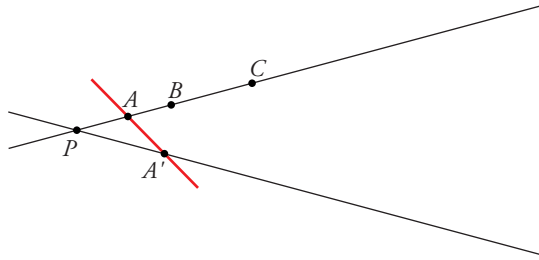
$$\overline{AP} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

$$\overline{AC} = \overline{AP} + \overline{PC} = 4 + 7 \rightarrow \overline{AC} = 11 \text{ cm}$$

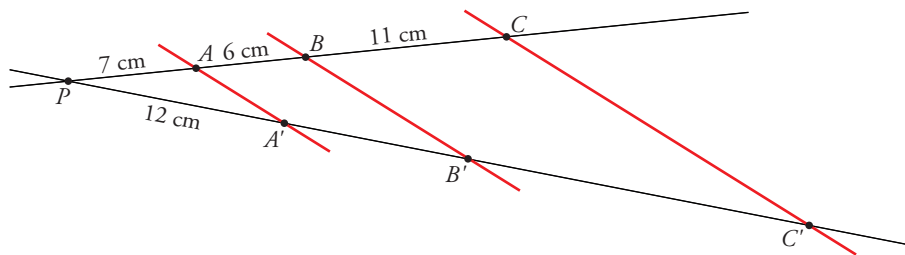
$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AP}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AQ}} \rightarrow \frac{11}{4} = \frac{5 + x}{5} \rightarrow 55 = 20 + 4x \rightarrow x = \frac{35}{4} = 8,75$$

$$x = 8,75 \text{ cm}$$

- 9 Sabemos que: $\overline{PA} = 7$ cm, $\overline{PB} = 13$ cm, $\overline{PC} = 24$ cm y $\overline{PA'} = 12$ cm.



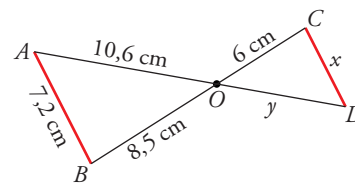
Traza paralelas a AA' desde B y desde C y calcula $\overline{A'B'}$ y $\overline{B'C'}$.



$$\frac{\overline{PA}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{PA'}}{\overline{A'B'}} \rightarrow \frac{7}{6} = \frac{12}{\overline{A'B'}} \rightarrow \overline{A'B'} = \frac{6 \cdot 12}{7} = 10,28 \rightarrow \overline{A'B'} = 10,28 \text{ cm}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} \rightarrow \overline{B'C'} = \frac{10,28 \cdot 11}{6} = 18,85 \rightarrow \overline{B'C'} = 18,85 \text{ cm}$$

- 10 Observa esta figura, en la que el segmento AB es paralelo a CD .



- a) Di por qué son semejantes los triángulos OAB y ODC .
b) Calcula x e y .

- a) Como $AB \parallel CD$: $\hat{A} = \hat{D}$, $\hat{B} = \hat{C}$, \hat{O} es común ($\hat{O}' = \hat{O}''$).

Los ángulos de ambos triángulos son iguales, luego los dos triángulos son semejantes.

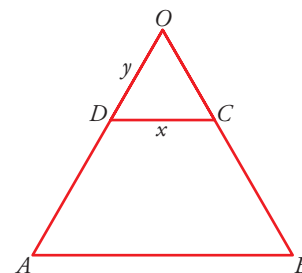
- b) Ponemos los triángulos en posición de Tales:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{OC}} \rightarrow \frac{7,2}{8,5} = \frac{x}{6} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{7,2 \cdot 6}{8,5} = 5,08 \text{ cm}$$

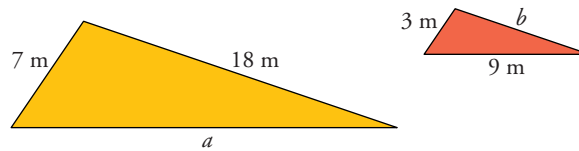
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{OD}} \rightarrow \frac{7,2}{10,6} = \frac{5,08}{y} \rightarrow$$

$$\rightarrow y = \frac{5,08 \cdot 10,6}{7,2} = 7,48 \text{ cm}$$



Página 171

- 11 Estos dos triángulos tienen sus lados paralelos. ¿Cuánto miden los lados a y b ?



Como los lados respectivos son paralelos:

$$\hat{A} = \hat{A}', \quad \hat{B} = \hat{B}', \quad \hat{C} = \hat{C}'$$

y los triángulos son semejantes.

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{A'B'}} \rightarrow \frac{18}{7} = \frac{9}{a} \rightarrow a = \frac{9 \cdot 7}{18} = 3,5 \text{ m} \rightarrow a = 3,5 \text{ m}$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{A'C'}} \rightarrow \frac{18}{18} = \frac{9}{b} \rightarrow b = 9 \text{ m}$$

- 12 En un triángulo ABC , la base AB mide 5,7 m y la altura relativa a esa base mide 9,5 m. ¿Cuánto mide el área de otro triángulo semejante a ABC en el que $\overline{A'B'} = 4,14$ m?

Como son semejantes: $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{h}{h'} \rightarrow \frac{5,7}{4,14} = \frac{9,5}{h'} \rightarrow h' = \frac{9,5 \cdot 4,14}{5,7} = 6,9 \text{ m}$

La altura mide 6,9 m.

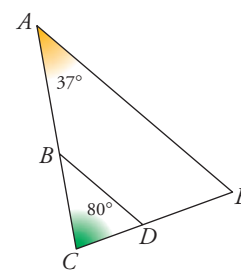
Por tanto, el área pedida es: $A = \frac{6,9 \cdot 4,14}{2} = 14,283 \text{ m}^2$

- 13 Si \overline{BD} es paralelo a \overline{AE} , y $\overline{AC} = 15 \text{ cm}$, $\overline{CE} = 11 \text{ cm}$, $\overline{BD} = 6,4 \text{ cm}$:

a) Calcula \overline{CD} .

b) ¿Podemos saber cuánto vale \overline{AE} sin medirlo directamente?

c) Si $\hat{A} = 37^\circ$ y $\hat{C} = 80^\circ$, calcula \hat{E} , \hat{B} y \hat{D} .



Los triángulos \widehat{ACE} y \widehat{BCD} son semejantes, luego:

a) $\frac{\overline{CE}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} \rightarrow \frac{11}{15} = \frac{\overline{BD}}{6,4} \rightarrow \overline{CD} = \frac{11 \cdot 6,4}{15} = 4,7 \text{ cm}$

b) No se puede.

c) $\hat{A} = 37^\circ$, $\hat{C} = 80^\circ$

$$\hat{E} = 180^\circ - 37^\circ - 80^\circ = 63^\circ$$

$$\hat{B} = \hat{A} = 37^\circ$$

$$\hat{D} = \hat{E} = 63^\circ$$