

## 14 | Funciones

- Halla el dominio, el recorrido y la posible acotación de la función  $f(x) = x + |x|$ . ¿De qué otra forma se puede escribir  $f$ ?
- Calcula  $(f + g)(x)$ , donde  $f$  y  $g$  son las siguientes funciones:  

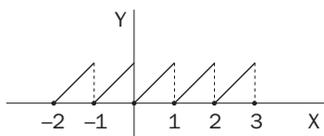
$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 3x & \text{si } x \leq 3 \\ x^2 & \text{si } x > 5 \end{cases}$$
- Sea  $f(x) = x - \text{ent}(x)$ , donde  $\text{ent}(x)$  significa la parte entera de  $x$ .  
 a) Comprueba que  $f$  es una función periódica y halla su período.  
 b) Averigua si está acotada y, si es así, encuentra una cota superior y otra inferior de  $f$ .
- Halla el dominio de la función:  $f(x) = \sqrt{x - 4} + \sqrt{6 - x}$
- Estudia la posible acotación y los máximos y mínimos absolutos y relativos de la función  $f(x) = |x^2 - 1|$ . Ayúdate de la gráfica de  $f$  para encontrar las respuestas.
- Averigua si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:  
 a) Si el dominio de  $f$  son solo los números positivos, entonces  $f$  no puede ser par.  
 b) Cualquier función tiene que ser necesariamente par o impar.  
 c) Una función puede ser creciente y decreciente a la vez.  
 d) Una función puede ser a la vez periódica y simétrica.  
 e) Cualquier función tiene que tener en su dominio al menos un máximo y un mínimo absolutos.  
 f) Si  $f(x) = ax$  es decreciente, entonces  $g(x) = -ax$  es creciente.
- Sea  $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ . Calcula  $f^{-1}$ .
- Juan tiene en su hucha 70 euros. Cada 15 días va a ver a su abuela y esta le da un billete de 10 euros. Una vez al mes, Juan entrega 3 euros a una ONG que desarrolla programas de ayuda al Tercer Mundo y todas las semanas compra cromos por valor de 1 euro para su hermano pequeño. Si  $x$  representa el número de semanas:  
 a) Escribe la función que indica el dinero que tiene Juan según pasa el tiempo.  
 b) ¿Cuánto dinero tendrá al cabo de 10 semanas?  
 c) ¿Cuántas semanas tienen que pasar para que Juan se pueda comprar una bicicleta que cuesta 226 euros? (Nota: considera que 1 mes son 4 semanas.)
- Queremos construir un depósito de base cuadrada que tenga  $6 \text{ m}^3$  de capacidad.  
 a) Escribe la función que determina la altura del depósito dependiendo de lo que mida el lado de la base.  
 b) ¿Qué altura tendrá el depósito si la base mide 2 m de lado?  
 c) Sabiendo que la altura es de 2 m, ¿cuánto mide el lado de la base?
- Según las normas de circulación, la distancia de seguridad que debe guardar un coche que circula por una carretera con el que lleva delante depende de su velocidad y responde a la fórmula  $d(v) = \left(\frac{v}{10}\right)^2$ , donde  $d$  es la distancia en metros entre ambos y  $v$  la velocidad del coche que va detrás en km/h.  
 a) ¿Qué distancia debe guardar un coche que va a 100 km/h con el que lleva delante?  
 b) Suponiendo que el coche que va delante se para de repente y el conductor que va detrás lleva una velocidad de 120 km/h, y mantiene la distancia de seguridad pero tarda 4 segundos en frenar, ¿podrá evitar el choque?

# SOLUCIONES

1.  $D(f) = \mathbf{R}$ ;  $f(D) = [0, +\infty)$ ; está acotada inferiormente por 0 y no está acotada superiormente;  
 $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 2x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

2.  $(f + g)(x) = \begin{cases} 5x - 1 & \text{si } x < 0 \\ 3x & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 3x + 1 & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ 1 & \text{si } 3 < x \leq 5 \\ x^2 + 1 & \text{si } x > 5 \end{cases}$

3.



- a)  $f$  es periódica de período 1.  
 b) 0 es cota inferior y 1 es cota superior.

4.  $D(f) = [4, 6]$

5. 0 es cota inferior.

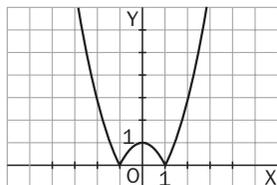
No tiene cota superior.

Máximo relativo  $x = 0$ .

Mínimo relativo  $x = -1$ ,  
 $x = 1$ .

No tiene máximo absoluto.

Mínimo absoluto  $x = -1$ ,  $x = 1$ .



6. a) V            c) V            e) F  
 b) F            d) V            f) V

7.  $f^{-1}(x) = \begin{cases} (x - 1) & \text{si } x < 0 \\ \frac{6}{2} & \text{si } x = 0 \\ \sqrt{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

8. a)  $f(x) = 70 - \frac{10x}{2} - \frac{3x}{4} - x = 70 + 3,25x$

b)  $f(10) = 102,50$  euros

c)  $f(x) = 226 \Rightarrow x = 48$

9. a)  $V = x^2 \cdot h = 6 \Rightarrow h(x) = \frac{6}{x^2}$

b)  $h(2) = \frac{6}{2^2} = 1,5$  m

c)  $h(x) = 2 \Rightarrow 2 = \frac{6}{x^2} \Rightarrow x = \sqrt{3}$  m

10. a)  $d(100) = \left(\frac{100}{10}\right)^2 = 100$  m.

b) A 120 km/h, en 4 s recorre  $133,3\bar{3}$  m

Como la distancia de seguridad a esta velocidad es  $d(120) = \left(\frac{120}{10}\right)^2 = 144$  m, sí evita el choque.