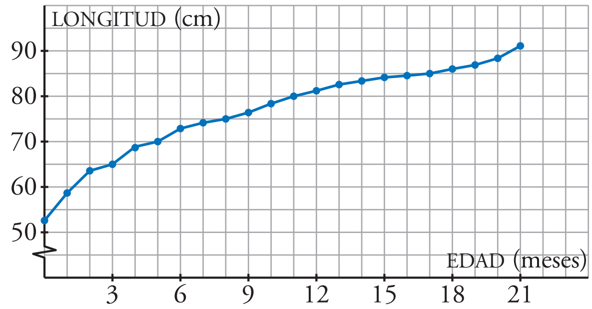
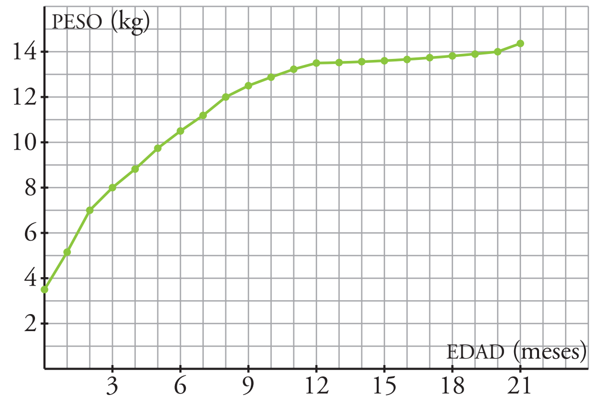
PÁGINA 96

PRACTICA

Interpretación de gráficas

1 □□□ **Pepe y Susana han medido y pesado a su hijo, David, cada mes desde que nació hasta los 21 meses. Estas son las gráficas de la longitud y del peso de David en función de la edad:**





a) ¿Cuánto medía y pesaba David cuando nació?

b) ¿Cuánto creció David los seis primeros meses? ¿Y de los seis a los veintiún meses? ¿En qué meses fue mayor su crecimiento?

c) ¿Cuánto aumentó de peso David los dos primeros meses? ¿Y del mes 12 al mes 18?

d) ¿Cuánto pesaba David cuando medía 80 cm? ¿Qué edad tenía entonces?

a) Al nacer, David medía 52 cm y pesaba 3,5 kg.

b) En los seis primeros meses creció, aproximadamente, 20 cm.

De los meses 6 a 21 creció, aproximadamente, 18 cm.

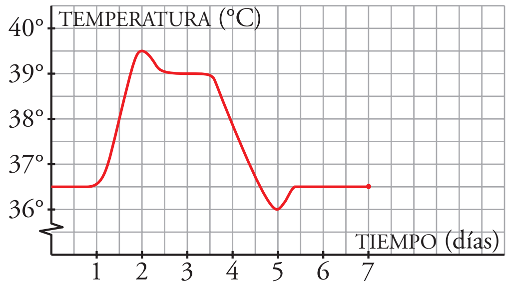
Su crecimiento fue mayor en los dos primeros meses.

c) Los dos primersos meses aumentó su peso 3,5 kg.

Del mes 12 al mes 18 aumentó su peso, aproximadamente, 400 gramos.

d) Cuando David medía 80 cm tenía 11 meses y a esa edad pesaba 13,2 kg.

2 □□□ **Esta es la gráfica de la evolución de la temperatura de un enfermo:**



a) ¿Cuánto tiempo estuvo en observación?

b) ¿En qué día la temperatura alcanza un máximo? ¿Y un mínimo?

c) ¿En qué intervalos de tiempo crece la temperatura y en cuáles decrece?

d) ¿Qué tendencia tiene la temperatura?

e) Elabora un pequeño informe interpretando tus resultados.

a) Estuvo en observación 7 días.

b) El segundo día la temperatura alcanzó un máximo.

El quinto día la temperatura alcanzó un mínimo.

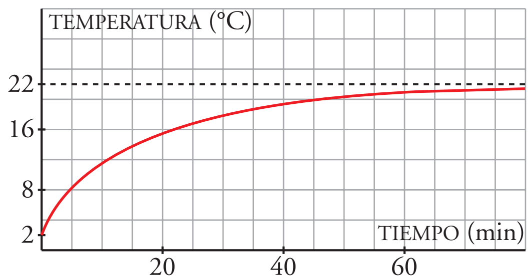
c) La temperatura crece en $(1, 2) \cup (5; 5{,}5)$.

La temperatura decrece en $(2; 2{,}5) \cup (3{,}5; 5)$.

d) La temperatura tiende a estabilizarse en torno a los 36,5 °C.

e) Durante el primer día de observación, la temperatura del paciente se mantiene constante en 36,5 °C. A lo largo del segundo día sube hasta alcanzar, al final del día, una temperatura máxima de 39,5 °C. El tercer día, comienza a bajar hasta situarse en 39 °C a la mitad del día. Permanece constante en esos 39 °C hasta mediodía del día siguiente (cuarto día de la observación). A partir de este momento baja paulatinamente hasta que se sitúa, al final del quinto día, en una temperatura mínima de 36 °C. En el inicio del día sexto, la temperatura sube medio grado y, a partir de ahí, se estabiliza en 36,5 °C hasta el final del séptimo día, momento en el que finaliza la observación.

3 □□□ **Hemos sacado de la nevera un vaso con agua y lo hemos dejado sobre la mesa de la cocina. Esta gráfica muestra la temperatura del agua en grados centígrados al pasar el tiempo.**



a) ¿A qué temperatura está el interior de la nevera?

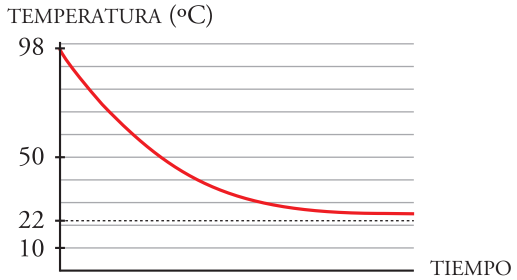
b) ¿A qué temperatura está la habitación?

c) Imagina que en ese mismo momento sacamos del microondas un vaso con agua a 98 °C y lo dejamos sobre la mesa. Dibuja una gráfica aproximada que muestre la temperatura del agua en este segundo vaso al pasar el tiempo.

a) El interior de la nevera está a 2 °C.

b) La habitación está a 22 °C.

c)



Gráficas, fórmulas y tablas

4 **Un nadador se deja caer desde un trampolín. Su entrenador ha medido el espacio que recorre cada cuatro décimas de segundo mediante un método fotográfico. Obtiene la siguiente tabla:**

TIEMPO (s)	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2	2,4
ESPACIO (m)	0	0,78	3,13	7,05	12,5	12,58	16,6

El nadador se ha detenido a los 17 metros.

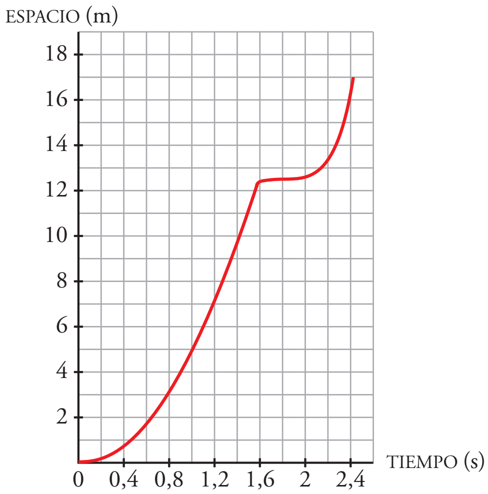
a) Representa la gráfica espacio-tiempo.

b) ¿Sabrías decir en qué momento entró en el agua?

c) ¿Qué velocidad estimas que llevaba en el momento de entrar en el agua?

d) ¿Qué altura tiene el trampolín?

a)



b) Entró en el agua a los 1,6 segundos de haber saltado.

c) Estimamos la velocidad calculando la T.V.M. en el intervalo [1,2; 1,6]:

$$\text{T.V.M. } [1{,}2;\ 1{,}6] = \frac{12{,}5 - 7{,}05}{1{,}6 - 1{,}2} = \frac{5{,}45}{0{,}4} = 13{,}625$$

Estimamos que la velocidad era de 13,625 m/s.

d) El trampolín tiene unos 12 m de altura.

PÁGINA 97

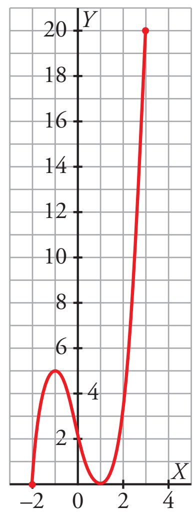
5 **Representa la función $y = x^3 - 3x + 2$ definida en [–2, 3]. Para ello, completa la tabla:**

x	–2	–1	0	1	2	3
y						

¿Cuál es el recorrido de la función?

x	–2	–1	0	1	2	3
y	0	4	2	0	4	20

Recorrido = [0, 20]



6 **Tres deportistas han estado nadando durante media hora. Su entrenador ha medido las distancias recorridas cada 5 minutos y ha obtenido los siguientes datos:**

TIEMPO (min)	5	10	15	20	25	30
DISTANCIA A (m)	95	235	425	650	875	1 100
DISTANCIA B (m)	250	500	750	1 000	1 250	1 500
DISTANCIA C (m)	360	710	1 020	1 300	1 490	1 600

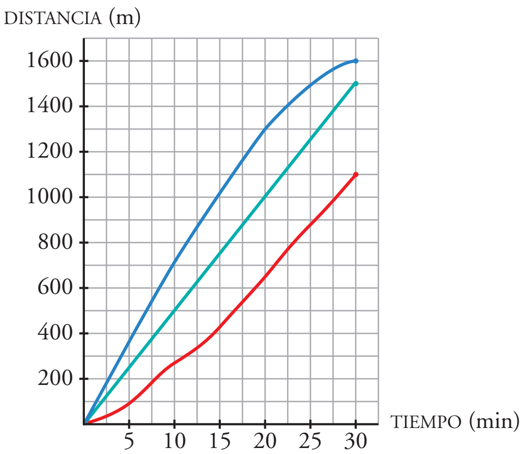
a) Dibuja la gráfica que relaciona la distancia y el tiempo de cada nadador y descríbelas.

b) ¿Ha habido algún adelantamiento durante la media hora?

c) Calcula la velocidad media de cada uno en todo el recorrido.

d) ¿Cuál es el dominio y el recorrido de cada una de las tres funciones?

a)



b) No ha habido ningún adelantamiento.

c) $V_m\,(A) = \dfrac{1\,100}{30} = 36{,}67$ m/min

$V_m\,(B) = \dfrac{1\,500}{30} = 50$ m/min

$V_m\,(C) = \dfrac{1\,600}{30} = 53{,}3$ m/min

d) *Dom* A = *Dom* B = *Dom* C = [0, 30]

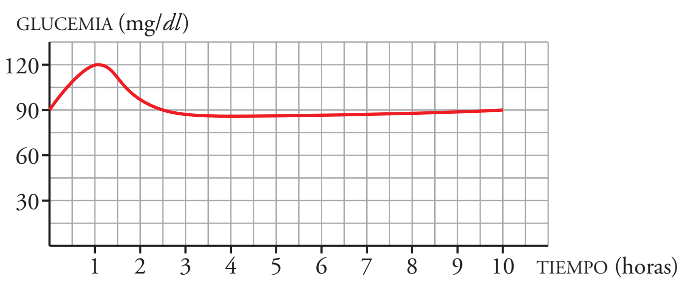
Rec A = [0, 1 100] *Rec* B = [0, 1 500] *Rec* C = [0, 1 600]

7 **Cuando una persona sana toma 50 g de glucosa en ayunas, su glucemia (% de glucosa en la sangre) se eleva, en una hora aproximadamente, desde 90 mg/*dl*, que es el nivel normal, hasta 120 mg/*dl*. Luego, en las 3 horas siguientes, disminuye hasta valores algo por debajo del nivel normal, y vuelve a la normalidad al cabo de 5 horas.**

a) Representa la curva de glucemia de una persona sana.

b) Di cuál es su máximo, su mínimo y explica su tendencia.

a)



b) El máximo es de 120 mg/*dl* al cabo de 1 h de iniciar la toma. El mínimo está ligeramente por debajo de 90 mg/*dl* y se alcanza a las 4 h de iniciar la toma.

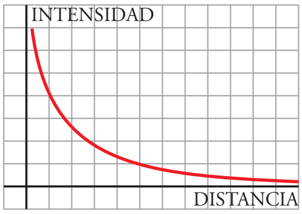
La tendencia de la función es 90 mg/*dl* (tener la glucemia en un nivel normal).

8 **La intensidad del sonido de un foco sonoro es menor a medida que nos alejamos de él.**

a) Representa la intensidad del sonido en función de la distancia al foco sonoro.

b) ¿Cuál es la tendencia?

a) Una posible gráfica es:



b) La tendencia de la función es cero: la intensidad del sonido es prácticamente nula a medida que nos alejamos del foco.

PIENSA Y RESUELVE

9 **Un triángulo isósceles tiene 20 cm de perímetro. Llama x al lado desigual e y a los lados iguales.**

a) Haz una tabla de valores y, a partir de ella, escribe la función que nos da el valor de y dependiendo de x.

b) ¿Cuál es su dominio de definición?

c) Escribe la función que nos da el valor de x dependiendo de y.

a)

x	2	4	6	8	10	12	14	16	18
y	9	8	7	6	5	4	3	2	1

$y = 10 - \frac{x}{2}$

b) $Dom\ y = (0, 20)$

c) $x + 2y = 20 \rightarrow x = 20 - 2y$

10 **Determina el dominio de definición de las siguientes funciones:**

a) $y = \frac{1}{x-3}$ **b)** $y = \frac{-3x}{2x+10}$ **c)** $y = \frac{2x-1}{x^2+1}$

d) $y = \frac{2}{-x}$ **e)** $y = \frac{x-1}{x^2+x-6}$ **f)** $y = \frac{1}{x^2-x}$

a) $x - 3 \neq 0 \rightarrow x \neq 3$

$Dom\ y = (-\infty, 3) \cup (3, +\infty) = \mathbb{R} - \{3\}$

b) $2x + 10 \neq 0 \rightarrow 2x \neq -10 \rightarrow x \neq -5$

$Dom\ y = (-\infty, -5) \cup (-5, +\infty) = \mathbb{R} - \{-5\}$

c) $x^2 + 1 \neq 0$ para cualquier valor de x

$Dom\ y = \mathbb{R}$

d) $-x \neq 0 \;\rightarrow\; x \neq 0$

$Dom\ y = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty) = \mathbb{R} - \{0\}$

e) $x^2 + x - 6 \neq 0 \quad x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \dfrac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 2 \\ -3 \end{cases}$

$Dom\ y = (-\infty, -3) \cup (-3, 2) \cup (2, +\infty) = \mathbb{R} - \{-3, 2\}$

f) $x^2 - x \neq 0 \;\rightarrow\; x(x - 1) \neq 0 \;\rightarrow\; x \neq 0$ y $x \neq 1$

$Dom\ y = (-\infty, 0) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty) = \mathbb{R} - \{0, 1\}$

11 ■□□ **Determina el dominio de definición de las siguientes funciones:**

a) $y = \sqrt{x + 7}$ **b)** $y = \sqrt{1 - x}$

c) $y = \sqrt{3x - 9}$ **d)** $y = \sqrt{-x}$

e) $y = \sqrt[3]{3x - 4}$ **f)** $y = 1 - 5\sqrt{2x + 2}$

a) $x + 7 \geq 0 \;\rightarrow\; x \geq -7$

$Dom\ y = [-7, +\infty)$

b) $1 - x \geq 0 \;\rightarrow\; x \leq 1$

$Dom\ y = (-\infty, 1]$

c) $3x - 9 \geq 0 \;\rightarrow\; 3x \geq 9 \;\rightarrow\; x \geq 3$

$Dom\ y = [3, +\infty)$

d) $-x \geq 0 \;\rightarrow\; x \leq 0$

$Dom\ y = (-\infty, 0]$

e) $Dom\ y = \mathbb{R}$

f) $2x + 2 \geq 0 \;\rightarrow\; 2x \geq -2 \;\rightarrow\; x \geq -1$

$Dom\ y = [-1, +\infty)$

12 ■■□ **Resuelto en el libro de texto.**

PÁGINA 98

13 ■■□ **Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:**

a) $y = \sqrt{x^2 - 9}$ **b)** $y = \sqrt{x^2 + 6x - 7}$

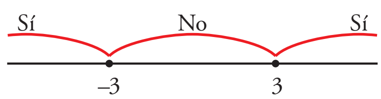
c) $y = \sqrt{x^2}$ **d)** $y = \sqrt{-x^2}$

e) $y = \sqrt{4 - x^2}$ **f)** $y = \sqrt{-x^2 - x + 2}$

a) $x^2 - 9 \geq 0$

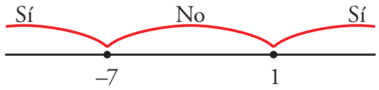
$x^2 - 9 = 0 \;\rightarrow\; (x + 3)(x - 3) = 0$

$Dom\ y = (-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$



b) $x^2 + 6x - 7 \geq 0 \quad x^2 + 6x - 7 = 0 \;\rightarrow$

$\rightarrow\; x = \dfrac{-6 \pm \sqrt{36 + 28}}{2} = \dfrac{-6 \pm 8}{2} = \begin{cases} 1 \\ -7 \end{cases}$



Dom $y = (-\infty, -7] \cup [1, +\infty)$

c) $x^2 \geq 0$ para cualquier valor de x.

Dom $y = \mathbb{R}$

d) $-x^2 < 0$ para cualquier valor de $x \neq 0$.

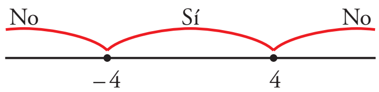
$\sqrt{-x^2}$ solo tiene sentido para $x = 0$.

Dom $y = \{0\}$

e) $4 - x^2 \geq 0$

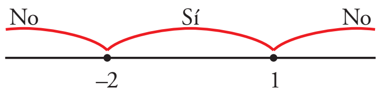
$(2 - x)(2 + x) \geq 0$

Dom $y = [-2, 2]$



f) $-x^2 - x + 2 \geq 0 \quad x^2 + x - 2 = 0 \;\rightarrow$

$\rightarrow\; x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1 + 8}}{2} = \dfrac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$

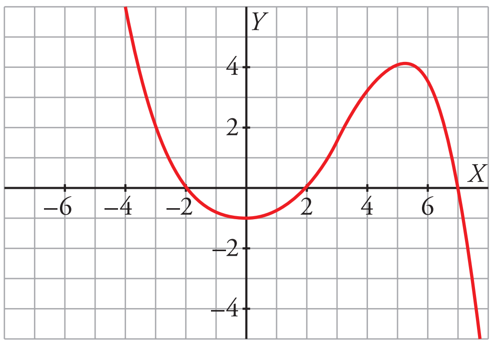


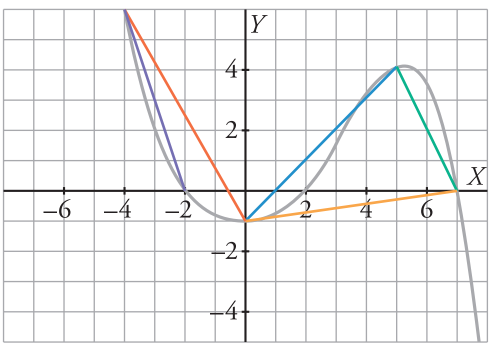
Dom $y = [-2, 1]$

14 **Observa esta función dada gráficamente:**

Calcula su T.V.M. en los intervalos [0, 4], [0, 5], [5, 7], [0, 7], [–4, 0] y [–4, –2].

Copia en tu cuaderno la gráfica y dibuja en cada caso el segmento del cual estás hallando la pendiente.





T.V.M. $[0, 4] = \dfrac{3 + 1}{4} = 1$

T.V.M. $[0, 5] = \dfrac{4 + 1}{5} = 1$

T.V.M. $[5, 7] = \dfrac{0 - 4}{7 - 5} = -2$

T.V.M. $[0, 7] = \dfrac{0 + 1}{7} = \dfrac{1}{7}$

T.V.M. $[-4, 0] = \dfrac{-1 - 6}{0 + 4} = \dfrac{-7}{4}$

T.V.M. $[-4, -2] = \dfrac{0 - 6}{-2 + 4} = -3$

15 **Halla la T.V.M. de la función:**

$$y = 3x^3 + 9x^2 - 3x - 9$$

en los intervalos [–2, 0], [–1, 0], [–3, –1], [0, 1].

T.V.M. $[-2, 0] = \dfrac{-9-9}{0+2} = -9$ T.V.M. $[-1, 0] = \dfrac{-9-0}{0+1} = -9$

T.V.M. $[-3, -1] = \dfrac{0-0}{-1+3} = 0$ T.V.M. $[0, 1] = \dfrac{0+9}{1} = 9$

16 **La posición de una partícula viene dada por la función:**

$$s = \frac{1}{2}(t^4 - 8t^3 + 18t^2)$$

Calcula la velocidad media de dicha partícula en los intervalos [2, 4], [1, 2], [1, 3], [2, 3].

T.V.M. $[2, 4] = \dfrac{16-12}{4-2} = 2$

T.V.M. $[1, 2] = \dfrac{12-11/2}{1} = \dfrac{13}{2}$

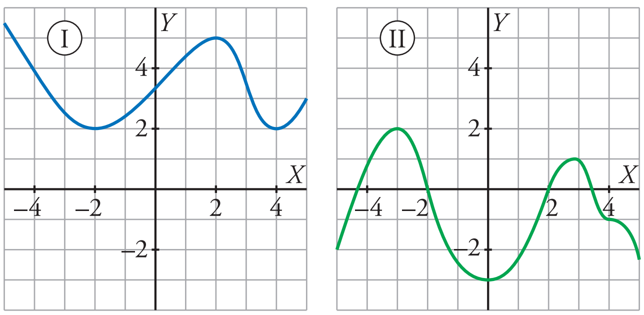
T.V.M. $[1, 3] = \dfrac{27/2-11/2}{2} = 4$

T.V.M. $[2, 3] = \dfrac{27/2-12}{1} = \dfrac{3}{2}$

17 **De cada una de las siguientes funciones di:**

a) En qué intervalos es creciente y en cuáles es decreciente.

b) Cuáles son sus máximos y sus mínimos relativos.



a) I crece en $(-2, 2) \cup (4, +\infty)$. Decrece en $(-\infty, -2) \cup (2, 4)$.

II crece en $(-\infty, -3) \cup (0, 3)$. Decrece en $(-3, 0) \cup (3, 4) \cup (4, +\infty)$.

b) I Mínimos relativos en los puntos (–2, 2) y (4, 2). Máximo relativo en el punto (2, 5).

II Mínimo relativo en el punto (0, –3). Máximos relativos en los puntos (–3, 2) y (3, 1).

18 **La gráfica adjunta describe el valor de una empresa desde que abrió. Responde:**

a) ¿Cuál era su valor en el momento de la apertura?

b) ¿A cuánto se redujo su valor después de 4 meses?

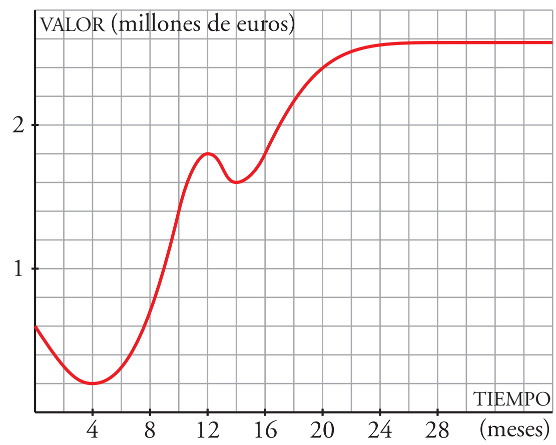
c) ¿Cuál es la T.V.M. en el intervalo [4, 12]? Da el resultado en miles de euros por mes.

d) ¿Cuál es la T.V.M. en [12, 14] y en [14, 20]?

e) Esta función tiene un máximo y dos mínimos relativos. Descríbelos.

f) ¿Cuál parece la tendencia de esta función para los próximos meses?

g) Haz una descripción global del valor de esta empresa en sus tres primeros años.



a) El valor de la empresa en el momento de la apertura era de 600 000 €.

b) Después de 4 meses su valor se redujo a 200 000 €.

c) T.V.M. $[4, 12] = \dfrac{1\,800\,000 - 200\,000}{12 - 4} = 200\,000$ €/mes

d) T.V.M. $[12, 14] = \dfrac{1\,600\,000 - 1\,800\,000}{14 - 12} = -100\,000$ €/mes

T.V.M. $[14, 20] = \dfrac{2\,400\,000 - 1\,600\,000}{20 - 14} = 133\,333$ €/mes

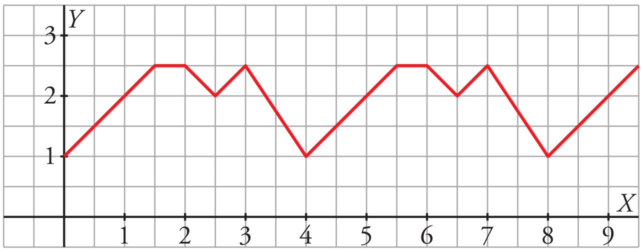
e) Máximo relativo en (12, 1 800 000)

Mínimos relativos en (4, 200 000) y (14, 1 600 000)

f) Parece que el valor de la empresa, para los próximos meses, tiende a 2 600 000 €.

g) El valor de la empresa tiene un brusco descenso en los cuatro primeros meses. A partir de aquí crece rápidamente durante 8 meses y tiene una ligera caída en los dos meses siguientes. A partir del mes 14.° crece rápidamente durante otros 6 meses y después cada vez más despacio. Su precio se aproxima a 2 600 000 €.

19 ¿Es periódica esta función? ¿Cuál es su periodo?

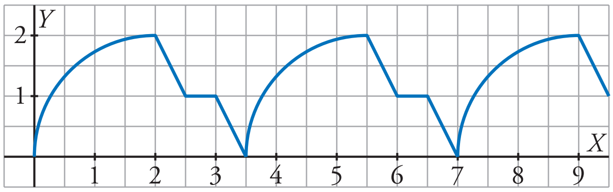


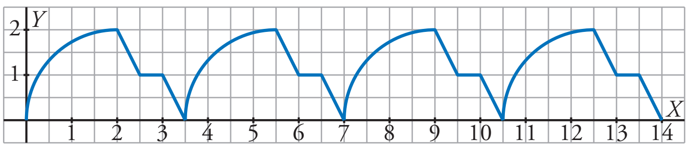
Averigua los valores de la función en los puntos de abscisas $x = 1$, $x = 3$, $x = 20$, $x = 23$ y $x = 42$.

La función es periódica de periodo 4.

$f(1) = 2$; $f(3) = 2{,}5$; $f(20) = f(0) = 1$; $f(23) = f(3) = 2{,}5$; $f(42) = f(2) = 2{,}5$

20 **Continúa esta gráfica sabiendo que se trata de una función periódica. Di cuál es su periodo.**





Su periodo es 3,5.

PÁGINA 99

REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

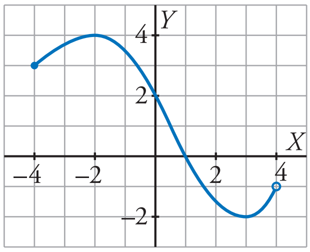
21 **Calcula a, b y c para que los puntos $A(-12, a)$, $B(3/4, b)$ y $C(0, c)$ pertenezcan a la gráfica de la función $y = 3x^2 - x + 3$.**

$A(-12, a) \rightarrow a = 432 + 12 + 3 = 447$

$B\left(\frac{3}{4}, b\right) \rightarrow b = 3 \cdot \left(\frac{9}{16}\right) - \left(\frac{3}{4}\right) + 3 = \frac{63}{16}$

$C(0, c) \rightarrow c = 3$

22 **Observa la gráfica de la función y responde:**



a) ¿Cuáles son su dominio de definición y su recorrido?

b) ¿Tiene máximo y mínimo relativos? En caso afirmativo, ¿cuáles son?

c) ¿Cuáles son los puntos de corte con los ejes?

d) ¿En qué intervalos es la función creciente y en cuáles es decreciente?

a) Dominio = $[-4, 4)$

Recorrido = $[-2, 4]$

b) Tiene un máximo relativo en el punto $(-2, 4)$ y un mínimo relativo en $(3, -2)$.

c) Corta a los ejes en los puntos $(0, 2)$ y $(1, 0)$.

d) Crece en $(-4, -2) \cup (3, 4)$.

Decrece en $(-2, 3)$.

23 **a) Calcula la T.V.M. de la función $y = 2x - 3$ en los intervalos $[0, 1]$, $[5, 6]$, $[1, 5]$, $[0, 7]$.**

b) Observa que en todos los intervalos el valor obtenido es igual. ¿Con qué elemento característico de la recta coincide ese valor?

c) Generaliza completando la frase:

"En las funciones lineales, la T.V.M. en cualquier intervalo es igual a ………………………………".

a) T.V.M. $[0, 1] = \dfrac{-1 + 3}{1} = 2$ T.V.M. $[5, 6] = \dfrac{9 - 7}{1} = 2$

T.V.M. $[1, 5] = \dfrac{7 + 1}{5 - 1} = 2$ T.V.M. $[0, 7] = \dfrac{11 + 3}{7} = 2$

b) Coincide con la pendiente de la recta $y = 2x - 3$.

c) En las funciones lineales, la T.V.M. en cualquier intervalo es igual a su pendiente.

24 **La expresión analítica de una función es de la forma $y = ax^3 + bx^2 + c$. Si sabemos que los puntos $A(0, -2)$, $B(1, 5)$ y $C(-2, -22)$ pertenecen a la gráfica, ¿cuáles serán los valores de a, b y c?**

$A(0, -2) \rightarrow -2 = c$

$$\left.\begin{array}{l} B(1, 5) \rightarrow 5 = a + b + c = a + b - 2 \\ C(-2, -22) \rightarrow -22 = -8a + 4b - 2 \end{array}\right\} a = 7 - b$$

$-22 = -8(7 - b) + 4b - 2 \rightarrow -22 = -56 + 8b + 4b - 2 \rightarrow 12b = 36 \rightarrow b = 3$

$a = 7 - b = 4$

Los valores buscados son: $a = 4$, $b = 3$, $c = -2$.

25 **Di, razonadamente, si las siguientes frases son verdaderas o falsas:**

a) Si una función es discontinua en un punto, dicho punto no pertenece al dominio de definición.

b) Si un punto no pertenece al dominio de definición de una función, esta no puede ser continua en ese punto.

c) Una función periódica podemos asegurar que es continua.

d) La pendiente de una recta es la T.V.M. de cualquier intervalo de esta.

a) Falsa. Una función discontinua por saltos puede estar definida en esos puntos (saltos) de discontinuidad.

b) Verdadera. Para que una función sea continua en un punto es necesario que esté definida en él.

c) Falsa. No es necesario que una función sea continua para que sea periódica.

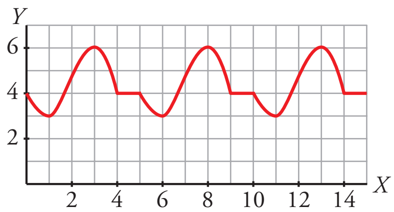
d) Verdadera.

Supongamos que la recta tiene una expresión $y = mx + n$. Su pendiente es m. Vamos a calcular la T.V.M. en un intervalo cualquiera $[a, b]$.

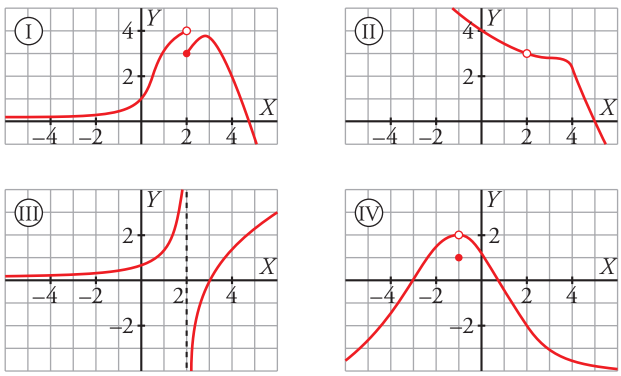
$$\text{T.V.M. } [a, b] = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{(mb + n) - (ma + n)}{b - a} = \frac{mb - ma}{b - a} = \frac{m(b - a)}{b - a} = m$$

26 **Dibuja una función periódica de periodo 5 con un máximo relativo en $x = 3$ y con un mínimo relativo en $x = 6$.**

Por ejemplo:



27 **Las siguientes gráficas corresponden a funciones discontinuas. Relaciona cada función con el motivo de su discontinuidad.**



a) Presenta un salto en un punto. **b) Tiene un punto desplazado.**

c) Tiene ramas infinitas. **d) Le falta un punto.**

a) ↔ I b) ↔ IV

c) ↔ III d) ↔ II

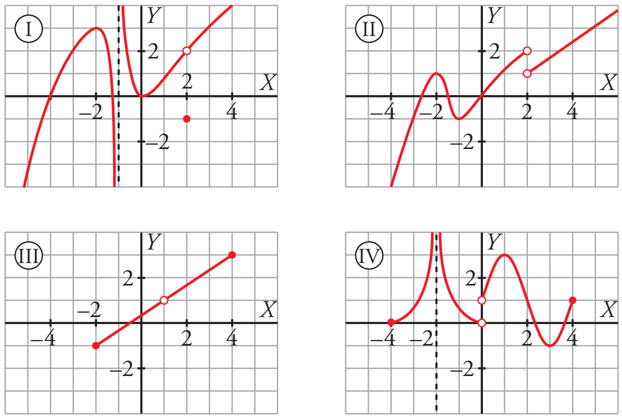
28 **Las cuatro gráficas siguientes corresponden a funciones discontinuas. Para cada una de ellas, di:**

a) Cuáles son los puntos de discontinuidad. Explica la razón de la discontinuidad en cada punto.

b) Cuál es su dominio de definición.

c) Indica si tiene máximos y mínimos relativos y di cuáles son.

d) En qué intervalos es creciente y en cuáles es decreciente.



a) I $\begin{cases} \text{Discontinua en } x = -1. \text{ Tiene ramas infinitas.} \\ \text{Discontinua en } x = 2. \text{ Tiene un punto desplazado.} \end{cases}$

II Discontinua en $x = 2$. No está definida en este punto y, además, en él da un salto.

III $\begin{cases} \text{Discontinua porque no está definida en } (-\infty, -2) \cup (4, +\infty). \\ \text{Discontinua en } x = 1 \text{ porque no está definida.} \end{cases}$

IV $\begin{cases} \text{Discontinua en } (-\infty, -4) \cup (4, +\infty). \text{ No está definida.} \\ \text{Discontinua en } x = -2. \text{ Tiene ramas infinitas.} \\ \text{Discontinua en } x = 0. \text{ No está definida y presenta un salto.} \end{cases}$

b) *Dom* (I) $= (-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$

Dom (II) $= (-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$

Dom (III) $= [-2, 1) \cup (1, 4]$

Dom (IV) $= [-4, 2) \cup (2, 0) \cup (0, 4]$

c) I Máximo relativo en $(-2, 3)$. Mínimo relativo en $(0, 0)$.

II Máximo relativo en $(-2, 1)$. Mínimo relativo en $(-1, -1)$.

III No tiene ni máximos ni mínimos relativos.

IV Máximo relativo en $(1, 3)$. Mínimo relativo en $(3, -1)$.

d) I Crece en $(-\infty, -2) \cup (0, 2) \cup (2, +\infty)$. Decrece en $(-2, -1) \cup (1, 0)$.

II Crece en $(-\infty, -2) \cup (-1, 2) \cup (2, +\infty)$. Decrece en $(-2, -1)$.

III Crece en $(-2, 1) \cup (1, 4)$. No decrece.

IV Crece en $(-4, -2) \cup (0, 1) \cup (3, 4)$. Decrece en $(-2, 0) \cup (1, 3)$.