Tema 3 (II). Fracciones algebraicas **Resumen**

Las fracciones algebraicas son de la forma $\frac{P(x)}{Q(x)}$, donde $P(x)$ y $Q(x)$ son polinomios, aunque el numerador puede ser una constante. También pueden considerarse fracciones algebraicas con más de una variable.
Se operan del mismo modo que las fracciones ordinarias.
Recuerda:

$$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm cb}{bd} \text{ y } \frac{a}{b}\pm c=\frac{a\pm cb}{b}; \quad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd} \text{ y } \frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}; \quad \frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow ad=bc.$$

Equivalencia: $\frac{A(x)}{B(x)}=\frac{C(x)}{D(x)}\Leftrightarrow A(x)\cdot D(x)=B(x)\cdot C(x)$

Para obtener fracciones equivalentes se multiplica o divide el numerador y el denominador por una misma expresión algebraica no nula. Esta propiedad permite simplificar fracciones algebraicas. (Ojo: debe tenerse en cuenta que lo que se simplifica son factores; no sumandos.)

Ejemplo: a) Las fracciones algebraicas $\frac{x}{x-3}$ y $\frac{x(x+2)}{(x-3)(x+2)}$ son equivalentes. En la segunda se han multiplicado el numerador y el denominador por la expresión $x-1$.

b) La fracción algebraica $\frac{x^2+3x}{x^3-x}=\frac{x(x+3)}{x(x^2-1)}=\frac{x+3}{x^2-1}$ → Se ha simplificado el factor *x*.

c) La fracción algebraica $\frac{6x^2-9x}{3x^2}=\frac{3x(2x^2-3)}{3x\cdot x}=\frac{2x^2-3}{x}$ → Se ha dividido por 3*x*.

Suma de fracciones algebraicas

$$\frac{A(x)}{B(x)}\pm\frac{C(x)}{D(x)}=\frac{A(x)\cdot D(x)\pm C(x)\cdot B(x)}{B(x)\cdot D(x)}; \qquad \frac{A(x)}{B(x)}\pm C(x)=\frac{A(x)\pm C(x)\cdot B(x)}{B(x)}$$

Ejemplos: a) $\frac{x^2}{x-3}+\frac{2x}{x-3}=\frac{x^2+2x}{x-3}$ → (Las fracciones tienen el mismo denominador.)

b) $\frac{x^2}{x-1}-\frac{2x-5}{2x}=\frac{x^2\cdot 2x-(2x-5)(x-1)}{(x-1)\cdot 2x}=\frac{2x^3-(2x^2-2x-5x+5)}{2x^2-2x}=\frac{2x^3-2x^2+7x-5}{2x^2-2x}$.

Recuerda que un signo – delante de un paréntesis cambia los signos de todos los términos.

c) $\frac{2x^2-4}{x-5}+3x=\frac{2x^2-4+3x(x-5)}{x-5}=\frac{2x^2-4+3x^2-15x}{x-5}=\frac{5x^2-15x-4}{x-5}$

Observación: Puede ser apropiado recurrir al uso de MCM de los denominadores; para ello es conveniente escribir los denominadores como producto de factores.

Multiplicación y división de fracciones algebraicas:

$$\frac{A(x)}{B(x)}\cdot\frac{C(x)}{D(x)}=\frac{A(x)\cdot C(x)}{B(x)\cdot D(x)}; \qquad \frac{A(x)}{B(x)}:\frac{C(x)}{D(x)}=\frac{A(x)\cdot D(x)}{B(x)\cdot C(x)}$$

Ejemplos: a) $\frac{2x-2}{x^2+1}\cdot\frac{x^2}{x-1}=\frac{(2x-2)\cdot x^2}{(x^2+1)(x-1)}=\frac{2(x-1)\cdot x^2}{(x^2+1)(x-1)}=\frac{2x^2}{x^2+1}$

b) $\frac{x^2-9}{x+2}:\frac{x+3}{3-x}=\frac{(x^2-9)\cdot(3-x)}{(x+2)(x+3)}=\frac{(x+3)(x-3)(3-x)}{(x+2)(x+3)}=-\frac{(x-3)^2}{x+2}$

Nota: En todos los casos, siempre que se pueda, hay que simplificar.