

## Examen Ecuaciones y sistemas

1

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1

$$6x^2 + 3x - 0$$

2

$$4x^2 + 2 - 0$$

3

$$4x^2 - 6x + 2 - 0$$

4

$$x^2 - \frac{7}{6}x + \frac{1}{3} - 0$$

2

Resuelve:

1

$$x^4 - 16x^2 - 225 = 0$$

2

$$\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} - 6$$

3

$$x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$$

3

Resuelve los siguientes sistemas:

1

$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 6 \\ 3x + 2y - z = 4 \\ 4x + 3y - 3z = 1 \end{cases}$$

2

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 13 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$$

4

Los lados de un triángulo rectángulo tienen por medidas en centímetros tres números pares consecutivos. Halla los valores de dichos lados.

5

Una pieza rectangular es 4 cm más larga que ancha. Con ella se construye una caja de  $840 \text{ cm}^3$  cortando un cuadrado de 6 cm de lado en cada esquina y doblando los bordes. Halla las dimensiones de la caja.

6 Un caño tarda dos horas más que otro en llenar un depósito y abriendo los dos juntos se llena en 1 hora y 20 minutos. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarlo cada uno por separado?

7 Los lados de un triángulo miden 26, 28 y 34 cm. Con centro en cada vértice se dibujan tres de conferencias, tangente entre sí dos a dos. Calcular las longitudes de los radios de las circunferencias.

8 Cuando se divide un número compuesto de dos cifras por el producto de las mismas, se obtiene un cociente igual a 2; y al dividir el número que resulta invirtiendo el orden de las cifras, por la suma de éstas, el cociente obtenido es 7. ¿De qué número se trata?

9 El producto de dos números es 4, y la suma de sus cuadrados 17. ¿Cuáles son esos números?

1

$$1 \quad 6x^2 + 3x - 0$$

$$3x(2x + 1) = 0 \quad 3x = 0 \quad x = 0$$

$$2x + 1 = 0 \quad x = -\frac{1}{2}$$

$$2 \quad 4x^2 + 2 = 0$$

$$4x^2 = -2 \quad x^2 = -\frac{2}{4} \quad x = \pm\sqrt{-\frac{1}{2}} \notin \mathbb{R}$$

$$4x^2 - 16 = 0$$

$$4x^2 = 16 \quad x^2 = 4 \quad x = \pm\sqrt{4} \begin{matrix} \nearrow x_1 = 2 \\ \searrow x_2 = -2 \end{matrix}$$

$$3 \quad 4x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 2}}{8} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{8} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{8} = \frac{6 \pm 2}{8} \begin{matrix} \nearrow x_1 = \frac{8}{8} = 1 \\ \searrow x_2 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \end{matrix}$$

4

$$x^2 - \frac{7}{6}x + \frac{1}{3} = 0 \quad 6x^2 - 7x + 2 = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 6 \cdot 2}}{12} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{12} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{12} = \frac{7 \pm 1}{12}$$

$$\begin{aligned} \nearrow x_1 &= \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \\ \searrow x_2 &= \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

2

Resuelve:

1  $x^4 - 16x^2 - 225 = 0$

$x^2 = t$

$t^2 - 16t - 225 = 0$

$$t = \frac{16 \pm \sqrt{256 + 900}}{2} = \frac{16 \pm 34}{2}$$

$$\begin{aligned} \nearrow t_1 &= 25 \\ \searrow t_2 &= -9 \end{aligned}$$

$$x^2 = 25 \quad x = \pm\sqrt{25}$$

$$\begin{aligned} \nearrow x_1 &= 5 \\ \searrow x_2 &= -5 \end{aligned}$$

$$x^2 = -9 \quad x = \pm\sqrt{-9} \notin \mathbb{R}$$

2  $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$

$\sqrt{2x-1} = 6 - \sqrt{x+4}$

$(\sqrt{2x-1})^2 = (6 - \sqrt{x+4})^2$

$2x - 1 = 36 - 12\sqrt{x+4} + x + 4$

$x - 41 = -12\sqrt{x+4}$

$(x - 41)^2 = (-12\sqrt{x+4})^2$

$x^2 - 82x + 1681 = 144x + 576$

$$x^2 - 776x + 1105 = 0 \quad \begin{array}{l} \nearrow x_1 = 5 \\ \searrow x_2 = 221 \end{array}$$

$$\sqrt{2 \cdot 5 - 1} + \sqrt{5 + 4} = 6 \quad 3 + 3 = 6 \quad x = 5$$

$$\sqrt{2 \cdot 221 - 1} + \sqrt{221 + 4} = 6 \quad 21 + 15 = 6$$

$$3 \quad x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12\}$$

$$P(1) = 1^3 + 3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 - 12 \neq 0$$

$$P(-1) = (-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 - 4 \cdot (-1) - 12 \neq 0$$

$$P(2) = 2^3 + 3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 12 =$$

$$= 8 + 12 - 8 - 12 = 0$$

<b>1</b>	<b>3</b>	<b>-4</b>	<b>-12</b>
<b>2</b>	<b>2</b>	<b>10</b>	<b>12</b>
<b>1</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>0</b>

$$(x - 2) \cdot (x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{-5 \pm 1}{2} \quad \begin{array}{l} \nearrow x_1 = \frac{-4}{2} = -2 \\ \searrow x_2 = \frac{-6}{2} = -3 \end{array}$$

$$(x - 2) \cdot (x + 2) \cdot (x + 3) = 0$$

Las soluciones son :  $x = 2$ ,  $x = -2$ ,  $x = -3$ .

**3**

$$1 \quad \begin{cases} 2x - y + 2z = 6 \\ 3x + 2y - z = 4 \\ 4x + 3y - 3z = \dots \end{cases}$$

$$\begin{cases} -z + 3x + 2y = 4 \\ 2z + 2x - y = 6 \\ -3z + 4x + 3y = 1 \end{cases}$$

$$2 \cdot E_1 + E_2$$

$$\begin{cases} -2z + 6x + 4y = 8 \\ 2z + 2x - y = 6 \\ \hline 8x + 3y = 14 \end{cases}$$

$$-3 \cdot E_1 + E_3$$

$$\begin{cases} 3z - 9x - 5y = -12 \\ -3z + 4x + 3y = 1 \\ \hline -5x - 3y = -11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -z + 3x + 2y = 4 \\ 8x + 3y = 14 \\ -5x - 3y = -11 \end{cases}$$

$$E_2 + E_3$$

$$\begin{array}{r} 8x + 3y = 14 \\ -5x - 3y = -11 \\ \hline 3x = -3 \end{array} \quad x = -1$$

$$\begin{cases} -z + 3x + 2y = 4 \\ 8x + 3y = 14 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$8 \cdot (-1) - 3y = 14 \quad y = -2$$

$$-z + 3 \cdot (-1) + 2 \cdot (-2) = 4 \quad z = -3$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 3 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$$

$$\frac{1}{x} = u \quad \frac{1}{y} = v$$

$$\begin{cases} u^2 + v^2 = 3 \\ u - v = 1 \end{cases}$$

$$u = 1 + v \quad (1 + v)^2 + v^2 = 3 \quad 1 + 2v + v^2 + v^2 = 3$$

$$v^2 + v - 1 = 0$$

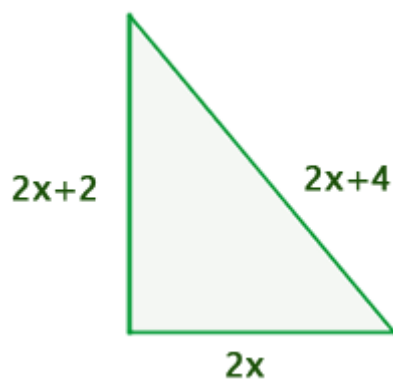
$$v = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} \quad \begin{matrix} \nearrow v_1 = 2 & u_1 = 3 \\ \searrow v_2 = -3 & u_2 = -2 \end{matrix}$$

$$\frac{1}{x_1} = 3 \quad x_1 = \frac{1}{3} \quad \frac{1}{x_2} = -2 \quad x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{y_1} = 2 \quad y_1 = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{y_2} = -3 \quad y_2 = -\frac{1}{3}$$

4

Los lados de un triángulo rectángulo tienen por medidas en centímetros tres números pares consecutivos. Halla los valores de dichos lados.



1<sup>er</sup> cateto  $\rightarrow 2x$

$$2^{\circ} \text{ cateto} \rightarrow 2x + 2$$

$$\text{Hipotenusa} \rightarrow 2x + 4$$

$$(2x)^2 + (2x + 2)^2 = (2x + 4)^2$$

$$4x^2 + 4x^2 + 8x + 4 = 4x^2 + 16x + 16$$

$$4x^2 - 8x - 12 = 0 \quad x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = 3 \text{ y } x = -1$$

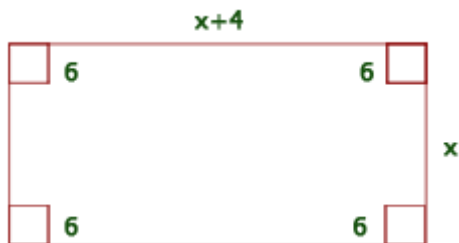
$$1^{\text{er}} \text{ cateto} \rightarrow 6 \text{ cm}$$

$$2^{\circ} \text{ cateto} \rightarrow 8 \text{ cm}$$

$$\text{Hipotenusa} \rightarrow 10 \text{ cm}$$

## 5

Una pieza rectangular es 4 cm más larga que ancha. Con ella se construye una caja de  $840 \text{ cm}^3$  cortando un cuadrado de 6 cm de lado en cada esquina y doblando los bordes. Halla las dimensiones de la caja.



$$6(x - 12) \cdot (x + 4 - 12) = 840 \quad (x - 12) \cdot (x - 8) = 140$$

$$x^2 - 20x - 44 = 0 \quad x = 22 \text{ y } x = -2$$

Las dimensiones son: 26 cm y 22 cm.

## 6

Un caño tarda dos horas más que otro en llenar un depósito y abriendo los dos juntos se llena en 1 hora y 20 minutos. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarlo cada uno por separado?

$$\text{Tiempo del } 1^{\circ} \rightarrow x$$

$$\text{Tiempo de } 2^{\circ} \rightarrow x - 2$$

$$1^\circ \rightarrow \frac{1}{x}$$

$$2^\circ \rightarrow \frac{1}{x-2}$$

$$\text{Entre los dos} \rightarrow \frac{1}{\frac{4}{3}}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{\frac{4}{3}}$$

$$3x^2 - 14x + 8 = 0$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 96}}{6} = \frac{14 \pm 10}{6} \begin{cases} \nearrow x_1 = 4 \\ \searrow x_2 = \frac{2}{3} \end{cases}$$

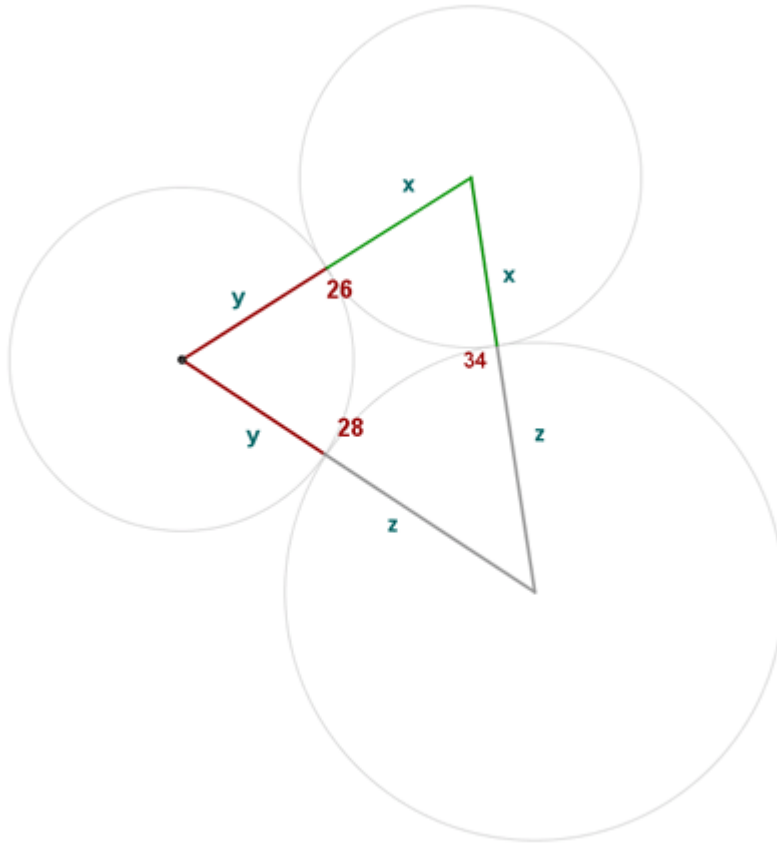
Tiempo del 1°  $\rightarrow$  4 horas

Tiempo de 2°  $\rightarrow$  6 horas

2/3 No es una solución, porque el tiempo empleado por el segundo caño sería negativo.

## 7

Los lados de un triángulo miden 26, 28 y 34 cm. Con centro en cada vértice se dibujan tres de conferencias, tangente entre sí dos a dos. Calcular las longitudes de los radios de las circunferencias.



$$\begin{cases} x + y = 26 \\ x + z = 34 \\ y + z = 28 \end{cases}$$

$$E_2 - F_1 \rightarrow x + z - (x + y) = 34 - 26 \quad F_2' = z - y = 8$$

$$E_2' + E_3 \rightarrow z - y + y + z = 8 + 28 \quad z = 18 \text{ cm}$$

$$y + 18 = 28 \quad y = 10 \text{ cm}$$

$$x + 10 = 26 \quad x = 16 \text{ cm}$$

8

Cuando se divide un número compuesto de dos cifras por el producto de las mismas, se obtiene un cociente igual a 2; y al dividir el número que resulta invirtiendo el orden de las cifras, por la suma de éstas, el cociente obtenido es 7. ¿De qué número se trata?

$$\begin{cases} \frac{10x + y}{x \cdot y} = 2 \\ \frac{10y + x}{x + y} = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x + y = 2 \cdot x \cdot y \\ 10y + x = 7x + 7y \end{cases}$$

$$3y = 6x \quad y = 2x$$

$$10x + 2x = 4x^2 \quad 4x^2 - 12x = 0$$

$$4x(x - 3) = 0 \quad x = 0$$

$$x = 3 \quad y = 6 \quad 36$$

9

El producto de dos números es 4, y la suma de sus cuadrados 17. ¿Cuáles son esos números?

$$\begin{cases} x \cdot y = 4 \\ x^2 + y^2 = 17 \end{cases}$$

$$x = \frac{4}{y}$$

$$\left(\frac{4}{y}\right)^2 + y^2 = 17 \quad \frac{16}{y^2} + y^2 = 17$$

$$16 + y^4 = 17y^2 \quad y^4 - 17y^2 + 16 = 0$$

$$y^2 = t \quad t^2 - 17t + 16 = 0$$

$$t = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 64}}{2} = \frac{17 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{17 \pm 15}{2} \begin{matrix} \nearrow x_1 = 16 \\ \searrow x_2 = 1 \end{matrix}$$

$$\frac{16}{16^2} + 16^2 = 17 \quad \frac{16}{1^2} + 1^2 = 17$$

$$y^2 = 1 \quad y = \pm 1 \quad x = \frac{4}{\pm 1} = \pm 4$$

$$x = 4 \quad y = 1$$

$$x = -4 \quad y = -1$$