

# 11 Integral definida

1. Calcula el área de los trapecios curvilíneos limitados por las siguientes funciones entre las abscisas que se indican:

a)  $f(x) = x^2 - 4x + 2$  entre  $a = 4$  y  $b = 5$ .

b)  $f(x) = x^2 e^x$  entre  $a = 1$  y  $b = 2$ .

c)  $f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 + x + 2}$  entre  $a = 2$  y  $b = 5$ .

2. Calcula las siguientes integrales definidas:

a)  $\int_1^3 (x^2 + 3x + 2) dx$

b)  $\int_0^1 e^{2x+1} dx$

c)  $\int_0^1 2x \cos x^2 dx$

3. Calcula las siguientes integrales definidas:

a)  $\int_2^5 \frac{4}{x^2} dx$

b)  $\int_4^6 \frac{2x - 5}{x^2 - 5x + 6} dx$

c)  $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

4. Calcula:

a)  $\int_1^2 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$

b)  $\int_0^1 2x^3(x^2 + 3x) dx$

5. Calcula:

a)  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x \sin^2 x dx$

b)  $\int_0^1 x e^{x^2} dx$

6. Calcula:

a)  $\int_0^3 \frac{x}{x^2 + 9} dx$

b)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$

7. Calcula:

a)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^2 x dx$

b)  $\int_1^e Lx dx$

8. Calcula:

a)  $\int_0^1 x e^x dx$

b)  $\int_1^e x Lx dx$

9. Calcula:

a)  $\int_1^3 \frac{6x}{x^2 + 1} dx$

b)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg} x dx$

10. Halla  $a$  para que la integral de la función  $f(x) = 3x^2 + 2x + a$  en el intervalo  $[1, 4]$  sea igual a 6.

11.  $f(x) = ax - ax^2$  encierra con el eje  $OX$  y las abscisas  $x = 0$  y  $x = 1$  un área de 2 unidades cuadradas. Halla el valor de  $a$ .

12. Se sabe que  $4 \int_0^b x dx = \int_0^b x^2 dx$ . Halla el valor de  $b$ .

# SOLUCIONES

1. a)  $S = \frac{f(5) + f(4)}{2} (5 - 4) = \frac{7 + 2}{2} = 4,5$  unidades cuadradas.  
 b)  $S = \frac{f(2) + f(1)}{2} (2 - 1) = \frac{4e^2 + e}{2} \cong 16,14$  unidades cuadradas.  
 c)  $S = \frac{f(5) + f(2)}{2} (5 - 2) = \frac{\frac{11}{32} + \frac{5}{8}}{2} \cdot 3 \cong 1,45$  unidades cuadradas.

2. a)  $\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 2x \Big|_1^3 = \frac{57}{2} - \frac{23}{6} = \frac{74}{3}$   
 b)  $\frac{e^{2x+1}}{2} \Big|_0^1 = \frac{e(e^2 - 1)}{2}$   
 c)  $\sin x^2 \Big|_0^1 = \sin 1$

3. a)  $-\frac{4}{x} \Big|_2^5 = -\frac{4}{5} + 2 = \frac{6}{5}$   
 b)  $L(x^2 - 5x + 6) \Big|_4^6 = L12 - L2 = L6$   
 c)  $2\sqrt{x} \Big|_1^4 = 4 - 2 = 2$

4. a)  $\frac{x^3}{3} + 2x - \frac{1}{x} \Big|_1^2 = \frac{37}{6} - \frac{4}{3} = \frac{29}{6}$   
 b)  $\frac{x^6}{3} + \frac{6x^5}{5} \Big|_0^1 = \frac{23}{15}$

5. a)  $\frac{\sin^3 x}{3} \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = 0 - \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$   
 b)  $\frac{e^{x^2}}{2} \Big|_0^1 = \frac{e - 1}{2}$

6. a)  $\frac{1}{2} L(x^2 + 9) \Big|_0^3 = \frac{1}{2} (L18 - L9) = \frac{1}{2} L2$   
 b)  $\sin x - x \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 - 0 = 1$

7. a)  $\operatorname{tg} x - x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 1 - \frac{\pi}{4}$   
 b)  $x(Lx - 1) \Big|_1^e = 0 + 1 = 1$

8. a)  $e^x(x - 1) \Big|_0^1 = 0 + 1 = 1$   
 b)  $\frac{x^2(2Lx - 1)}{4} \Big|_1^e = \frac{e^2 + 1}{4}$

9. a)  $3L(x^2 + 1) \Big|_1^3 = 3L10 - 3L2 = 3L5$   
 b)  $-L(\cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{L2}{2} + L1 = \frac{L2}{2}$

10.  $\int_1^4 (3x^2 + 2x + a) dx = x^3 + x^2 + ax \Big|_1^4 = (80 + 4a) - (2 + a) = 78 + 3a = 6 \Rightarrow a = -24$

11.  $\int_0^1 (ax - ax^2) dx = \frac{ax^2}{2} - \frac{ax^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{a}{2} - \frac{a}{3} = 2 \Rightarrow a = 12$

12.  $\left. \begin{array}{l} 4 \int_0^b x dx = 2b^2 \\ \int_0^b x^2 dx = \frac{b^3}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow 2b^2 = \frac{b^3}{3} \Rightarrow b = 0, b = 6$