1 Matrices

1. a) Determina si son iguales o no las matrices: $\begin{pmatrix} 0 & |4-5| & 0 \\ \frac{7}{2} & -4 & 6 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 2-(+\sqrt{4}) & 1 & 0 \\ 3,5 & -\sqrt{16} & \frac{30}{5} \end{pmatrix}$

b) Calcula los valores de las incógnitas para que se verifique: $\begin{pmatrix} x^2-9x & x \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & x \\ 1 & y^2-1 \end{pmatrix}$

2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 8 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, calcula: $A+B$; $A-B$; AB; BA;

$A^2 - 3B + 2I$, siendo I la matriz unidad de orden 3.

3. Una empresa textil posee cuatro almacenes. El inventario del almacén $A1$ está dado por:

	Marca X	Marca Y	Marca Z
Pantalones	100	50	40
Cazadoras	80	20	50
Camisas	200	60	20

El almacén $A2$ tiene tres veces el número de prendas que $A1$; $A3$, la mitad que $A2$; $A4$ tiene el doble que $A1$ y $A3$ juntos. Encuentra la matriz que nos da el inventario total de prendas de la empresa.

Si el precio de los pantalones de cada marca viene dado por la matriz columna: $(45\ 36\ 50)^t$, calcula los ingresos si se venden todos los pantalones del almacén $A4$.

4. Halla la matriz X que verifique la ecuación: $4X - \frac{1}{2}A = B$, siendo

$A = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$ $\qquad B = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$

5. Averigua si son regulares las siguientes matrices:

$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $\qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 4 \end{pmatrix}$

6. Una fábrica de electrodomésticos produce lavadoras, congeladores y hornos. Cada uno de ellos necesita las cantidades de material, personal, impuestos y transporte que se reflejan en la matriz A, expresadas en unidades adecuadas. La matriz P indica la producción semanal, y la matriz V, el valor de una unidad de cada concepto.

Obtén las matrices que representan:

a) Las unidades semanales necesarias de cada concepto.

b) Los costes unitarios de cada electrodoméstico.

c) El coste total de la producción semanal.

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \text{M} & \text{P} & \text{I} & \text{T} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 7 & 10 & 5 & 2 \\ 8 & 9 & 3 & 3 \\ 5 & 7 & 2 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ \text{lavadora} \\ \text{congelador;} \\ \text{horno} \end{array} \quad P = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \text{l} & \text{c} & \text{h} \end{array} \\ (60 \quad 40 \quad 90) \end{array}; \quad V = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \text{M} & \text{P} & \text{I} & \text{T} \end{array} \\ (5 \quad 15 \quad 7 \quad 2)^t \end{array}$$

SOLUCIONES

1. a) Las dos matrices son iguales, ya que:

$|4-5| = 1;\ 2-(+\sqrt{4}) = 0;\ \frac{7}{2} = 3{,}5;$

$-\sqrt{16} = -4;\ \frac{30}{5} = 6$

b) $\begin{cases} x^2 - 9x = 10 \\ y^2 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = \begin{cases} 10 \\ -1 \end{cases};\ y = \pm 1$

2. $A + B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 10 \\ 1 & 3 & 4 \\ 7 & 1 & 0 \end{pmatrix};\ A - B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -6 \\ -1 & 3 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix};$

$AB = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 5 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 40 \end{pmatrix};\ BA = \begin{pmatrix} 40 & 0 & 0 \\ 16 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$

$A^2 - 3B + 2I = \begin{pmatrix} 13 & 0 & -22 \\ 2 & 11 & -6 \\ -1 & -3 & 12 \end{pmatrix}$

3. La matriz que proporciona el inventario total es:

	Marca X	Marca Y	Marca Z
Pantalones	1 050	525	420
Cazadoras	840	210	525
Camisas	2 100	630	210

Los ingresos obtenidos al vender los pantalones del almacén $A4$ son:

$(500\ \ 250\ \ 200)\begin{pmatrix} 45 \\ 36 \\ 50 \end{pmatrix} = 41\,500$ euros.

4. $4X - \frac{1}{2}A = B \Rightarrow$

$\Rightarrow X = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}A + B\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

5. Se calcula A^{-1} por el método directo:

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = -2 \\ t = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

Se calcula B^{-1} por el método de Gauss:

$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -6 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & \frac{-1}{2} & \frac{-1}{4} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{5}{24} & \frac{1}{12} & \frac{-1}{8} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} \end{array}\right)$

$B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & \frac{-1}{2} & \frac{-1}{4} \\ \frac{5}{24} & \frac{1}{12} & \frac{-1}{8} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$

6. a) $PA = (60\ \ 40\ \ 90)\begin{pmatrix} 7 & 10 & 5 & 2 \\ 8 & 9 & 3 & 3 \\ 5 & 7 & 2 & 1 \end{pmatrix} =$

$= (1\,190\ \ 1\,590\ \ 600\ \ 330)$

b) $AV = \begin{pmatrix} 7 & 10 & 5 & 2 \\ 8 & 9 & 3 & 3 \\ 5 & 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ 15 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 224 \\ 202 \\ 146 \end{pmatrix}$

c) $PAV = (60\ \ 40\ \ 90)\begin{pmatrix} 7 & 10 & 5 & 2 \\ 8 & 9 & 3 & 3 \\ 5 & 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ 15 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} = 34\,660$