# UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
# PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)
# CURSO 2008-09
# MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
# EXAMEN MODELO

**INSTRUCCIONES:** El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.
**TIEMPO:** 90 minutos.

## OPCIÓN A

### Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la matriz dependiente del parámetro real k:

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0\\ 1 & 1 & k\\ k & 1 & k\end{pmatrix}$$

**a)** Determínense los valores de k para los cuales A tiene inversa.
**b)** Para $k = 2$, calcúlese (si existe) $A^{-1}$.
**c)** Para $k = 1$, calcúlese $(A - 2A^T)^2$.

Nota.- La notación $A^T$ representa a la matriz transpuesta de A.

**Solución.**

**a.** La condición necesaria y suficiente para que una matriz tengan inversa es que su determinante sea distinto de cero.

$$\det A=\begin{vmatrix}-1 & 1 & 0\\ 1 & 1 & k\\ k & 1 & k\end{vmatrix}=-k+k^2+0-(0+k-k)=k^2-k=k\cdot(k-1)$$

$$|A|=0: k\cdot(k-1)=0:\begin{cases} k=0\\ k-1=0: k=1\end{cases}$$

Para todo $k \neq 0, 1$, la matriz A es regular, tiene inversa.

**b.** Para $k = 2$: $A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 2\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix}$ $\quad A^{-1}=\dfrac{(\operatorname{adj} A)^t}{|A|}$

$$A^{-1}=\frac{\left(\operatorname{adj}\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 2\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix}\right)^t}{2\cdot(2-1)}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}+\begin{vmatrix}1 & 2\\ 1 & 2\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}1 & 2\\ 2 & 2\end{vmatrix} & +\begin{vmatrix}1 & 1\\ 2 & 1\end{vmatrix}\\ -\begin{vmatrix}1 & 0\\ 1 & 2\end{vmatrix} & +\begin{vmatrix}-1 & 0\\ 2 & 2\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}-1 & 1\\ 2 & 1\end{vmatrix}\\ +\begin{vmatrix}1 & 0\\ 1 & 2\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}-1 & 0\\ 1 & 2\end{vmatrix} & +\begin{vmatrix}-1 & 1\\ 1 & 1\end{vmatrix}\end{pmatrix}^T=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & 2 & -1\\ -2 & -2 & 3\\ 2 & 2 & -2\end{pmatrix}^T$$

$$A^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & -2 & 2\\ 2 & -2 & 2\\ -1 & 3 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & -1 & 1\\ 1 & -1 & 1\\ -1/2 & 3/2 & -1\end{pmatrix}$$

**c.** $(A-2A^T)^2 = \left(\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} - 2\cdot\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}\right)^2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}^2 =$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx \quad ; \quad a, b \in \Re.$$

**a)** ¿Qué valores deben tomar a y b para que f tenga un máximo relativo en el punto P(1, 4)?

**b)** Para a = −2, b = −8, determínense los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes de coordenadas y determínense los puntos de inflexión de dicha gráfica.

**c)** Para a = −2, b = −8, calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f y el eje OX.

**Solución.**

**a.** Si la función tiene un máximo en (1, 4), se deben cumplir dos condiciones:

**i.** El punto P pertenece a la función $\left(P(1,4) \in y = f(x)\right)$. $f(1) = 4$

$$1^3 + a\cdot 1^2 + b\cdot 1 = 0:\ a + b = -1$$

**ii.** En el punto P existe un máximo relativo. $f'(1) = 0$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$f'(1) = 3\cdot 1^2 + 2a\cdot 1 + b = 0:\ 2a + b = -3$$

Las dos condiciones permiten plantear un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas

$$\begin{cases} a+b=-1 \\ 2a+b=-3 \end{cases} : \begin{cases} a=-6 \\ b=9 \end{cases}$$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

**b.** $f(x) = x^3 - 2x^2 - 8x$. Puntos de corte con los ejes:

- OX(y = 0): $x^3 - 2x^2 - 8x = 0$: $x\cdot(x^2 - 2x - 8) = 0$: $\begin{cases} x = 0 : (0,0) \\ x^2 - 2x - 8 = 0 : \begin{cases} x = -2 : (-2,0) \\ x = 4 : (4,0) \end{cases} \end{cases}$

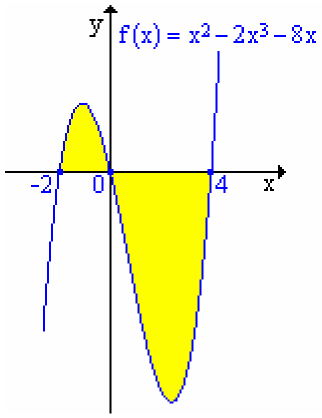
- OY(x = 0): y = 0: (0, 0).

Puntos de inflexión. Para que una función tenga un punto de inflexión en un punto $x_o$ debe cumplir: $f''(x_o) = 0$ y $f'''(x_o) \neq 0$.

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 8x:\ f'(x) = 3x^2 - 4x - 8:\ f''(x) = 6x - 4:\ f'''(x) = 6$$

$$f''(x) = 6x - 4 = 0 : x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}:\ f\left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 8\cdot\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{160}{27}:\ f'''(x) = 6 \neq 0$$

En el punto $\left(\frac{2}{3}, -\frac{160}{27}\right)$ La función tiene un punto de inflexión.




**c.** Conocidos los puntos de corte de la función con los ejes coordenados, y teniendo en cuenta que es una función polinómica de grado tres, con coeficiente positivo en $x^3$, se esboza la gráfica de la función.

El área pedida será la suma del área comprendida entre la función y el eje OX en el intervalo [–2, 0], más el área en valor absoluto (por estar por debajo del eje OX la integral será negativa) comprendida entre la función y el eje OX en el intervalo [0, 4].

$$\text{Área} = \int_{-2}^{0}\left(x^3-2x^2-8x\right)dx+\left|\int_{0}^{4}\left(x^3-2x^2-8x\right)dx\right| =$$

$$=\left(\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}-\frac{8x^2}{2}\right]_{-2}^{0}+\left(\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}-\frac{8x^2}{2}\right]_{0}^{4}=$$

$$=\left(\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}-4x^2\right]_{-2}^{0}+\left(\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}-4x^2\right]_{0}^{4}=\left(\frac{0^4}{4}-\frac{2\cdot 0^3}{3}-4\cdot 0^2\right)-\left(\frac{(-2)^4}{4}-\frac{2\cdot(-2)^3}{3}-4\cdot(-2)^2\right)+$$

$$+\left|\left(\frac{4^4}{4}-\frac{2\cdot 4^3}{3}-4\cdot 4^2\right)-\left(\frac{0^4}{4}-\frac{2\cdot 0^3}{3}-4\cdot 0^2\right)\right|=0-\left(-\frac{20}{3}\right)+\left|-\frac{128}{3}-0\right|=\frac{148}{3}u^3$$

## Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Calcúlese la probabilidad de cada uno de los sucesos siguientes:

**a)** Obtener dos caras y una cruz en el lanzamiento de tres monedas equilibradas e indistinguibles.

**b)** Obtener una suma de puntos igual a seis o siete en el lanzamiento de dos dados de seis caras equilibrados e indistinguibles.

**Solución.**

**a.** Sea A el suceso salir cara y sea B el suceso salir cruz.

$$p\left((A\cap A\cap B)\cup(A\cap B\cap A)\cup(B\cap A\cap A)\right)=p(A\cap A\cap B)+p(A\cap B\cap A)+p(B\cap A\cap A)=$$

$$=p(A)\cdot p(A)\cdot p(B)+p(A)\cdot p(B)\cdot p(A)+p(B)\cdot p(A)\cdot p(A)=3\cdot p(A)\cdot p(A)\cdot p(B)=$$

$$=3\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$$

**b.** Se resuelve por la definición axiomática de probabilidad. El espacio muestral es:

$$E=\begin{Bmatrix} 1-1 & 2-1 & 3-1 & 4-1 & \underline{5-1} & \underline{6-1} \\ 1-2 & 2-2 & 3-2 & \underline{4-2} & \underline{5-2} & 6-2 \\ 1-3 & 2-3 & \underline{3-3} & \underline{4-3} & 5-3 & 6-3 \\ 1-4 & \underline{2-4} & \underline{3-4} & 4-4 & 5-4 & 6-4 \\ \underline{1-5} & \underline{2-5} & 3-5 & 4-5 & 5-5 & 6-5 \\ \underline{1-6} & 2-6 & 3-6 & 4-6 & 5-6 & 6-6 \end{Bmatrix}$$

Las parejas subrayadas son los casos favorables.

$$p=\frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}}=\frac{11}{36}$$

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que el peso de los niños recién nacidos en una cierta región es una variable aleatoria con distribución normal de media 3,25 kg y desviación típica 0,8 kg. Se elige aleatoriamente una muestra de 64 recién nacidos en esa región. Sea $\overline{x}$ la media muestral de los pesos observados.

**a)** ¿Cuáles son la media y la desviación típica de $\overline{x}$?

**b)** ¿Cuál es la probabilidad de que el peso medio de la muestra esté comprendido entre 3,3 kg y 3,5 kg?

**Solución.**
x ≡ peso de los recién nacidos. Variable continua que sigue una distribución Normal de media 3,25 Kg y desviación típica de 0,8 Kg.

$$x : N(3'25, 0'8)$$

**a.** Si se toman muestras de tamaño 64, las medias muestrales también siguen una distribución Normal, con igual media y diferente desviación.

$$\overline{x} : N\left(3'25, \frac{0'8}{\sqrt{64}}\right) = N(3'25, 0'1)$$

**b.**
$$p(3'3 < \overline{x} < 3,5) \underset{z=\frac{\overline{x}-3'25}{0'1}}{\overset{N(3'25,\,0'1)}{=}} \left\{ \begin{array}{l} \overline{x} = 3'3 \rightarrow z = \dfrac{3'3 - 3'25}{0'1} = 0'5 \\ \overline{x} = 3'5 \rightarrow z = \dfrac{3'5 - 3'25}{0'1} = 2'5 \end{array} \right\} : p(0'5 < z < 2,5) =$$

$$= \phi(2,50) - \phi(0,50) = \left\{ \begin{array}{l} \phi(2,50) = \left\{ \begin{array}{l} F : 2,5 \\ C : 0,00 \end{array} \right\} = 0'9938 \\ \phi(0,50) = \left\{ \begin{array}{l} F : 0,5 \\ C : 0,00 \end{array} \right\} = 0'6915 \end{array} \right\} = 0'9938 - 0'6915 = 0'3023$$

$$p(3'3 < \overline{x} < 3,5) = 30,23\%$$

## OPCIÓN B

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 3 puntos)
Un hotel adquirió un total de 200 unidades entre almohadas, mantas y edredones, gastando para ello un total de 7500 euros. El precio de una almohada es de 16 euros, el de una manta 50 euros y el de un edredón 80 euros. Además, el número de almohadas compradas es igual al número de mantas más el número de edredones. ¿Cuántas almohadas, mantas y edredones ha comprado el hotel?

**Solución.**

El problema se resuelve mediante un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas.

Las incógnitas son:

$x \equiv$ Número de almohadas compradas por el hotel.
$y \equiv$ Número de mantas compradas por el hotel.
$z \equiv$ Número de edredones comprados por el hotel.

Ecuaciones.

"*Un hotel adquirió un total de 200 unidades entre almohadas, mantas y edredones.*"

$$x + y + z = 200$$

"*Gastando para ello un total de 7500 euros. El precio de una almohada es de 16 euros, el de una manta 50 euros y el de un edredón 80 euros.*"

$$16x + 50y + 80z = 7500$$

"*El número de almohadas compradas es igual al número de mantas más el número de edredones.*"

$$x = y + z$$

Ordenando se obtiene un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas.

$$\begin{cases} x + y + z = 200 \\ 16x + 50y + 80z = 7500 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 16 & 50 & 80 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} : |A| = 60 \neq 0 \Rightarrow \text{Sistema compatible determinado (Cramer).}$$

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 200 & 1 & 1 \\ 7500 & 50 & 80 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix}}{60} = \frac{6000}{60} = 100 \quad x = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 200 & 1 \\ 16 & 7500 & 80 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}}{60} = \frac{4200}{60} = 700$$

$$x = \frac{|A_z|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 200 \\ 16 & 50 & 7500 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}}{60} = \frac{1800}{60} = 30$$

El sistema se puede resolver por cualquier método conocido, recomiendo el método de Cramer por ser el más metódico, aunque en este caso, sumando la 1ª y 3ª ecuación se puede despejar x, dejando el sistema reducido a dos ecuaciones con dos incógnitas.

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{Si} \quad x<2 \\ x+a & \text{Si} \quad 2\le x\le 5 \\ -x^2+5x+b & \text{Si} \quad x>5 \end{cases} \quad (a, b \in \Re)$$

**a)** Calcúlense los valores de a y b para que f sea continua en x = 2 y en x = 5.
**b)** Para a = 1, b = 6, calcúlense las derivadas f'(1) y f'(7).
**c)** Para a = 1, b = 6, calcúlese la integral definida $\int_3^6 f(x)dx$

**Solución.**
**a.** Para que una función sea continua en un punto $x_o$ se debe cumplir que el valor de la función en el punto coincida con el límite de la función en el punto.

$$\lim_{x\to x_o} f(x)=f(x_o)$$

La función f(x) está definida por expresiones polinómicas, continuas por definición, por lo tanto para que la función sea continua deberá ser continua en los puntos frontera (x = 2, x = 5).

En x = 2: $f(2)=\lim_{x\to 2} f(x) \Rightarrow f(2)=\lim_{x\to 2^-} f(x)=\lim_{x\to 2^+} f(x)$

$$2+a=\lim_{x\to 2^-} x^2=\lim_{x\to 2^+}(x+a)$$

$$2^2=2+a \Rightarrow a=2$$

En x = 5: $f(5)=\lim_{x\to 5} f(x) \Rightarrow f(5)=\lim_{x\to 5^-} f(x)=\lim_{x\to 5^+} f(x)$

$$5+a=\lim_{x\to 5^-}(x+a)=\lim_{x\to 5^+}\left(-x^2+5x+b\right)$$

$$5+a=-5^2+5\cdot 5+b \Rightarrow a-b=-5$$

$$\begin{cases} a=2 \\ a-b=-5 \end{cases} : b=7$$

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{Si} \quad x<2 \\ x+2 & \text{Si} \quad 2\le x\le 5 \\ -x^2+5x+7 & \text{Si} \quad x>5 \end{cases}$$

**b.** Para a = 1, b = 6: $f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{Si} \quad x<2 \\ x+1 & \text{Si} \quad 2\le x\le 5 \\ -x^2+5x+6 & \text{Si} \quad x>5 \end{cases}$

$$f'(x)=\begin{cases} 2x & \text{Si} \quad x<2 \\ 1 & \text{Si} \quad 2<x<5 \\ -2x+5 & \text{Si} \quad x>5 \end{cases} \quad : \quad \begin{array}{l} f'(1)=2\cdot 1=2 \\ f''(7)=-2\cdot 7+5=-9 \end{array}$$

**c.** Para a = 1, b = 6: $f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{Si} \quad x<2 \\ x+1 & \text{Si} \quad 2\le x\le 5 \\ -x^2+5x+6 & \text{Si} \quad x>5 \end{cases}$

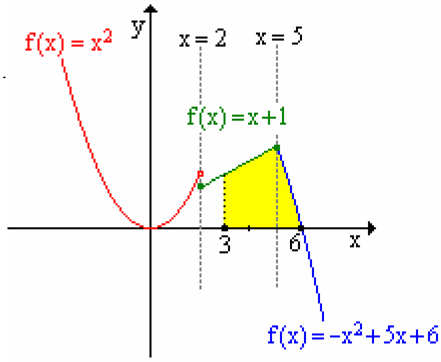
En el intervalo de integración [3, 6], la función tiene dos expresiones diferentes, por lo que la integral $\int_3^6 f(x)dx$ hay que descomponerla en suma de dos integrales.

$$\int_3^6 f(x)dx = \int_3^5 f(x)\,dx + \int_5^6 f(x)\,dx = \int_3^5 (x+1)\,dx + \int_5^6 \left(-x^2+5x+6\right)dx =$$

$$= \left(\frac{x^2}{2}+x\right]_3^5 + \left(-\frac{x^3}{3}+\frac{5x^2}{2}+6x\right]_5^6 =$$

$$= \left(\frac{5^2}{2}+5\right) - \left(\frac{3^2}{2}+3\right) + \left(-\frac{6^3}{3}+\frac{5\cdot 6^2}{2}+6\cdot 6\right) - \left(-\frac{5^3}{3}+\frac{5\cdot 5^2}{2}\cdot\right.$$

$$\frac{35}{2}-\frac{15}{2}+54-\frac{305}{6}=\frac{79}{6}$$




La integral definida corresponde al área comprendida entre la función y el eje OX en el intervalo [3, 6], como muestra la figura.

## Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

La probabilidad de que un vehículo de una cierta compañía de coches tenga un accidente es igual a 0,2. Si uno de los vehículos sufre un accidente, la probabilidad de que necesite la asistencia de una grúa es igual a 0,85. Por otra parte, la probabilidad de que uno de los vehículos necesite la asistencia de una grúa sin haber tenido un accidente es igual a 0,1.

**a)** Si se elige al azar un vehículo de dicha compañía, ¿cuál es la probabilidad de que necesite la asistencia de una grúa?

**b)** Si el vehículo elegido ha necesitado la asistencia de una grúa, ¿cuál es la probabilidad de que no haya sido por causa de un accidente?

**Solución.**

Definición de sucesos:

$A \equiv$ Tener un accidente.

$B \equiv$ Necesitar Grúa.

Datos:

*"La probabilidad de que un vehículo de una cierta compañía de coches tenga un accidente es igual a 0,2."*

$$p(A) = 0{,}2$$

*"Si uno de los vehículos sufre un accidente, la probabilidad de que necesite la asistencia de una grúa es igual a 0,85."*

$$p\left(B/_{A}\right) = 0{,}85$$

*"La probabilidad de que uno de los vehículos necesite la asistencia de una grúa sin haber tenido un accidente es igual a 0,1."*

$$p\left(B/_{\bar{A}}\right) = 0{,}1$$

**a.** $$p(B) = p\left((A\cap B)\cup(\bar{A}\cap B)\right) = p(A\cap B) + p(\bar{A}\cap B) = p(A)\cdot p\left(B/_{A}\right) + p(\bar{A})\cdot p\left(B/_{\bar{A}}\right) =$$

$$= 0{,}2\cdot 0{,}85 + (1-0{,}2)\cdot 0{,}1 = 0{,}25$$

Nota: $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$

**b.** $$p\left(\bar{A}/_{B}\right) = \frac{p(\bar{A}\cap B)}{p(B)} = \frac{p(\bar{A})\cdot p\left(B/_{\bar{A}}\right)}{p(B)} = \frac{(1-0{,}2)\cdot 0{,}1}{0{,}25} = 0{,}32$$

Otra forma de hacerlo es mediante un cuadro de contingencia.

| | NECESITA GRUA | NO NECESITA GRUA | |
|---|---|---|---|
| ACIDENTE | $20 \times 0{,}85 = 17$ | $20 - 17 = 3$ | 20 |
| NO ACIDENTE | $80 \times 0.1 = 8$ | $80 - 8 = 72$ | $100 - 20 = 80$ |
| | $17 + 8 = 25$ | $3 + 72 = 75$ | 100 ≡ Base de calculo |

**AZUL ≡ Provienen de los datos del enunciado.**
**ROJO ≡ Se obtienen por suma o diferencia.**

El problema se resuelve mediante los datos del cuadro y la definición axiomática de probabilidad.

$$p(A) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos Posibles}}$$

**a.** $$p(\text{Necesita grua}) = \frac{\text{Vehículos que necesitan grua}}{\text{Vehículos totales}} = \frac{25}{100} = 0{,}25 = 25\%$$

**b.** $$p(\text{No acidente si ha necesitado Grua}) = \frac{\text{Vehículos no acidentados que han necesutado grua}}{\text{Vehículos que han necesitado grua}} =$$

$$= \frac{8}{25} = 0{,}32 = 32\%$$

## Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se han elegido al azar 10 televisores de un taller de electrónica y se ha anotado el número de horas que se han necesitado para su reparación. Los resultados han sido:

7 ; 5 ; 8 ; 2 ; 4 ; 7 ; 4 ; 1 ; 6 ; 6

Se supone que el número de horas de reparación de este tipo de televisores es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 1,5 horas.

**a)** Determínese un intervalo de confianza del 90% para el tiempo medio de reparación.
**b)** ¿Qué tamaño debe tener una muestra para que el error máximo de la estimación sea de 0,5 horas con el mismo nivel de confianza?

**Solución.**

x ≡ Número de horas necesarias para reparar un televisor. Variable continua que sigue una distribución Normal x: N(μ, σ).

**a.** Se pide calcular un intervalo de confianza para la media poblacional conocida la media de una muestra de tamaño n = 10. Las medias muestrales de tamaño y una variable con distribución Normal, también siguen una distribución normal cuyos parámetros son $N_{\overline{x}}\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

La media muestral se calcula con los datos de la muestra:

$$\overline{x}_o = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{7+5+8+2+4+7+4+1+6+6}{10} = 5$$

El intervalo de probabilidad conocida una media muestral viene dado por la expresión:

$$\left(\overline{x}_o - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x}_o - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$z_{\alpha/2}$ se calcula a partir del nivel de confianza mediante la ecuación:

$$z_{\alpha/2} = \phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

α, nivel de significación, se calcula del nivel de confianza:

Nivel de confianza = 1 − α ⇒ 0,90 = 1 − α: α = 0,1

$$z_{\alpha/2} = \phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right) = \phi^{-1}\left(1-\frac{0{,}1}{2}\right) = \phi^{-1}(0{,}95) \underset{N(0,1)}{=} 1{,}65$$

Sustituyendo en el intervalo:

$$\left(5-1{,}65\cdot\frac{1{,}5}{\sqrt{10}},\, 5+1{,}65\cdot\frac{1{,}5}{\sqrt{10}}\right) = (4'2,\, 5'8)$$

Con una probabilidad del 90% se puede estimar que el tiempo medio de reparación de los televisores va a estar comprendido entre 4,2 horas y 5,8 horas.

**b.** El tamaño muestral se obtiene a partir del error máximo admitido.

$$\varepsilon_{\text{máx}} \ge z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow n \ge \left(z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\varepsilon_{\text{máx}}}\right)^2 = \left(1{,}65\cdot\frac{1{,}5}{0{,}5}\right)^2 = 24{,}5$$

$$n \ge 25$$