

1 NÚMEROS NATURALES. DIVISIBILIDAD

EJERCICIOS PROPUESTOS

1.1 Copia en tu cuaderno las siguientes expresiones y escribe los números que faltan.

a) $6327 = 6M + \square C + 2D + \square U$

c) $3\square\square5 = \square M + 7C + 9D + \square U$

b) $\square\square\square\square = 5M + 1C + 0D + 4U$

d) $4\square8\square = \square M + 3C + \square D + 0U$

a) $6327 = 6M + 3C + 2D + 7U$

c) $3795 = 3M + 7C + 9D + 5U$

b) $5104 = 5M + 1C + 0D + 4U$

d) $4380 = 4M + 3C + 8D + 0U$

1.2 Escribe, en cada caso, el número que corresponda.

a) 37 centenas, 2 unidades.

b) 48 millares, 5 centenas, 16 unidades.

Escribe como se nombran los números anteriores.

a) 37 centenas, 2 unidades = $3700 + 2 = 3702$ = tres mil setecientos dos

b) 48 millares, 5 centenas, 16 unidades = $48000 + 500 + 16 = 48516$ = cuarenta y ocho mil quinientos dieciséis

1.3 Observa el mapa de los códigos postales y señala de qué provincias son los siguientes.

a) 27004

b) 50336

c) 14260

d) 40511

a) Lugo

b) Zaragoza

c) Córdoba

d) Segovia

1.4 Busca en una guía de teléfonos a qué provincias pertenecen los siguientes números.

a) 950 303 033

b) 947 054 111

c) 927 430 001

d) 954 280 280

a) Almería

b) Burgos

c) Cáceres

d) Sevilla

1.5 Copia en tu cuaderno, sustituye por el número que corresponda y explica la propiedad que aplicas en cada caso.

a) $10 \times 83 = \square \times 10$

b) $(7 + 4) + 32 = 7 + \square$

a) $10 \times 83 = 83 \times 10$. Propiedad conmutativa

b) $(7 + 4) + 32 = 7 + (4 + 32)$. Propiedad asociativa

1.6 Copia en tu cuaderno, sustituye por el número que falta y explica la propiedad que consideras en cada caso.

a) $13 - 7 = \square \Rightarrow 18 - \square = 6$

b) $2 \times (6 + \square) = \square + 18$

a) $13 - 7 = 6 \Rightarrow 18 - 12 = 6$. Propiedad de la resta

b) $2 \times (6 + 9) = 12 + 18$. Propiedad distributiva

1.7 Halla tres múltiplos de 11 comprendidos entre 27 y 90.

33, 44, 55, 66, 77, 88

1.8 Comprueba si 556 es múltiplo de 4.

$556 : 4 = 139$, resto = 0

1.9 Comprueba si 12 es divisor de 144.

$144 : 12 = 12$, resto = 0. Luego 12 es divisor de 144.

1.10 ¿Cuál de estos números es divisor de 91?

a) 3

b) 7

c) 11

d) 13

a) $91 : 3 = 30$, resto 1; como la división no es exacta, 3 no es divisor de 91.

b) $91 : 7 = 13$, resto 0; como la división es exacta, 7 es divisor de 91.

c) $91 : 11 = 8$, resto 3; como la división no es exacta, 11 no es divisor de 91.

d) $91 : 13 = 7$, resto 0; como la división es exacta, 13 es divisor de 91.

1.11 Encuentra todos los divisores de los siguientes números.

- a) 24 b) 27 c) 48 d) 25 e) 7 f) 56
- a) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 c) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48 e) 1, 7
- b) 1, 3, 9, 27 d) 1, 5, 25 f) 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56

1.12 Señala cuáles de estos números tienen, exactamente, tres divisores.

- a) 4 b) 25 c) 15 d) 49
- a) 1, 2, 4. Sí b) 1, 5, 25. Sí c) 1, 3, 5, 15. No d) 1, 7, 49. Sí

1.13 Aplica los criterios de divisibilidad para rellenar la siguiente tabla.

Divisible por	2	3	4	5	9	10	11	25	100
375									
990									
1848									
12300									
14240									

Divisible por	2	3	4	5	9	10	11	25	100
375		X		X				X	
990	X	X		X	X	X	X		
1848	X	X	X				X		
12300	X	X	X	X		X		X	X
14240	X		X	X		X			

1.14 Encuentra dos números de cinco cifras que sean divisibles por 2 y por 5 a la vez, y no lo sean por 100.

Son divisibles por 2 y 5 si terminan en 0, y no lo son por 100 si no terminan en 00. Por ejemplo: 11 110 y 11 120.

1.15 Escribe dos números de cinco cifras que sean múltiplos de los siguientes.

- a) De 3 y de 11, pero no de 9. b) De 9 y de 11. ¿Lo son de 3?

- a) La forma más sencilla es formar un número tal que la suma de sus cifras pares sea 3, así como la de sus cifras impares: 20 031 y 13 002.
- b) La forma más sencilla es formar un número tal que la suma de sus cifras pares sea 9, así como la de sus cifras impares: 26 631 y 53 262.

1.16 Calcula los divisores de cada uno de estos números e indica cuál es primo.

- a) 8 b) 101 c) 57 d) 49
- a) 1, 2, 4 y 8 b) 1, 101. Sí es primo. c) 1, 3, 19 y 57 d) 1, 7 y 49

1.17 ¿Puede haber algún número primo par? Razona la respuesta.

El único número primo que es par es el dos, porque cualquier otro tiene por lo menos tres divisores: el 1, el propio número y el 2.

1.18 Halla tres números primos entre 500 y 550.

501, 503, 509

1.19 Haz la descomposición en factores primos de los siguientes números.

- a) 108 c) 42 e) 100
- b) 99 d) 37 f) 840
- a) $108 = 2^2 \times 3^3$ c) $42 = 2 \times 3 \times 7$ e) $100 = 2^2 \times 5^2$
- b) $99 = 3^2 \times 11$ d) $37 = 1 \times 37$ f) $840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$

1.20 Copia y completa estas descomposiciones en factores primos.

- a) $360 = 2^{\square} \times \square^2 \times 5$ b) $300 = \square^2 \times \square \times 5^2$
- a) $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ b) $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$

1.21 Indica los divisores de los siguientes números y calcula su máximo común divisor.

a) 2 y 16

b) 3 y 25

c) 9, 12 y 18

d) 27, 36 y 63

a) Divisores de 2: 1, 2

Divisores de 16: 1, 2, 4, 8, 16

m.c.d.(2, 16) = 2

b) Divisores de 3: 1, 3

Divisores de 25: 1, 5, 25

m.c.d.(3, 35) = 1

c) Divisores de 9: 1, 3, 9

Divisores de 12: 1, 3, 4, 6

Divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18

m.c.d.(9, 12, 18) = 3

d) Divisores de 27: 1, 3, 9, 27

Divisores de 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

Divisores de 63: 1, 3, 7, 9, 21, 63

m.c.d.(9, 12, 18) = 3

1.22 Averigua el máximo común divisor de los siguientes números.

a) 4, 6, 18 y 32

b) 3, 4, 12, 36 y 48

a) $4 = 2^2$

$6 = 2 \times 3$

$18 = 2 \times 3^2$

$32 = 2^5$

m. c. d.(4, 6, 18, 32) = 2

b) $3 = 3$

$4 = 2^2$

$12 = 2^2 \times 3$

$36 = 2^2 \times 3^2$

$48 = 2^4 \times 3$

m. c. d.(3, 4, 12, 36, 48) = 1

1.23 Calcula el mínimo común múltiplo de los siguientes números.

a) 9, 12 y 18

b) 27, 36 y 63

a) $9 = 3^2$

$12 = 2^2 \times 3$

$18 = 2 \times 3^2$

m.c.m.(9, 12, 18) = $2^2 \times 3^2 = 36$

b) $27 = 3^3$

$36 = 2^2 \times 3^2$

$63 = 3^2 \times 7$

m.c.m.(27, 36, 63) = $2^2 \times 3^3 \times 7 = 756$

1.24 Halla el mínimo común múltiplo de estos números. ¿Qué conclusión sacas?

a) 2, 4, 8 y 16

b) 3, 4, 6 y 12

a) $2 = 2$

$4 = 2^2$

$8 = 2^3$

$16 = 2^4$

m.c.m.(2, 4, 8, 16) = $2^4 = 16$

b) $3 = 3$

$4 = 2^2$

$6 = 2 \times 3$

$12 = 2^2 \times 3$

m.c.m.(3, 4, 6, 12) = $2^2 \times 3 = 12$

Cuando en un conjunto de números uno de ellos es múltiplo de todos, ese es el m.c.m.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1.25 Daniel, Patricia y Gonzalo son tres amigos que deciden juntar su dinero para invitar a golosinas a otros amigos. Daniel tiene 4 euros; Patricia, 2 euros más, y Gonzalo, lo mismo que Daniel y Patricia juntos. ¿Cuánto dinero han reunido?

Daniel tiene: 4 euros

Patricia tiene: $4 + 2 = 6$ euros

Gonzalo tiene: $4 + 6 = 10$ euros

TOTAL: $4 + 6 + 10 = 20$ euros

Han reunido 20 euros.

1.26 Una bolsa de naranjas cuesta 6 euros. Otra bolsa con dos kilogramos más de naranjas cuesta 10 euros. ¿Cuántos kilogramos tiene cada bolsa?

Los 2 kg de más de la segunda bolsa cuestan la diferencia de precio entre ambas bolsas, $10 - 6 = 4$ euros, luego cada kilogramo de naranjas cuesta 2 euros.

La primera bolsa tiene 3 kilogramos, y la segunda, 5.

1.27 Jorge ha ido al súper y ha comprado una caja de 6 litros de leche que vale 4 euros, 3 kilogramos de manzanas a 2 euros cada kilogramo, y 6 cajas de galletas que cuestan 3 euros cada caja, pero que están en oferta de "lleve 3 y pague 2". Si entrega a la cajera un billete de 50 euros, ¿cuánto le devuelve?

Jorge gastó: 4 euros por la leche

$2 \cdot 3 = 6$ euros por las manzanas

$3 \cdot 4 = 12$ euros por las galletas (pagó 4 cajas aunque se llevó 6)

TOTAL: $4 + 6 + 12 = 22$ euros

Si pagó con un billete de 50 euros, le devolvieron $50 - 22 = 28$ euros.

1.28 Una empresa fabrica 5 bombillas cada minuto. Si se trabajan 8 horas diarias, ¿cuántos días se tardan en fabricar 24 000 bombillas?

8 horas diarias suponen $8 \times 60 = 480$ minutos al día. Como cada minuto se fabrican 5 bombillas, en total se fabrican $5 \times 480 = 2400$ bombillas diarias.

Para fabricar 24 000 bombillas se necesitan $24\,000 : 2\,400 = 10$ días.

CÁLCULO MENTAL

- 1.29** Observa el ejemplo y expresa cada número como cociente de otros dos, de dos maneras diferentes.
- a) $12 = 24 : 2 = 48 : 4$ b) 8 c) 15 d) 22
- b) $8 = 16 : 2 = 40 : 5$ c) $15 = 30 : 2 = 45 : 3$ d) $22 = 44 : 2 = 66 : 3$
- 1.30** Descompón en factores primos los números siguientes.
- a) 9 c) 24 e) 50
- b) 12 d) 36 f) 75
- a) $9 = 3^2$ c) $24 = 2^3 \times 3$ e) $50 = 2 \times 5^2$
- b) $12 = 2^2 \times 3$ d) $36 = 2^2 \times 3^2$ f) $75 = 3 \times 5^2$
- 1.31** Calcula el m.c.d. de estos pares de números.
- a) 5 y 10 b) 3 y 4 c) 6, 8 y 12 d) 5, 25 y 125
- a) $m.c.d.(5, 10) = 5$ b) $m.c.d.(3, 4) = 1$ c) $m.c.d.(6, 8, 12) = 2$ d) $m.c.d.(2, 25, 125) = 5$
- 1.32** Halla el m.c.m. de los siguientes grupos de números.
- a) 4 y 6 b) 8 y 12 c) 4, 6 y 12 d) 3, 9 y 27
- a) $m.c.m.(4, 6) = 12$ b) $m.c.m.(8, 12) = 24$ c) $m.c.m.(4, 6, 12) = 12$ d) $m.c.m.(3, 9, 27) = 27$

EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

El sistema de numeración decimal

- 1.33** Copia y completa la siguiente tabla.

Número	M	C	D	U
7 816	7	8	1	6
69 513				
	27	5	4	0
2 318				

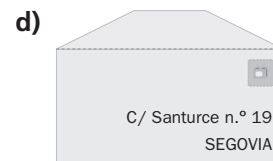
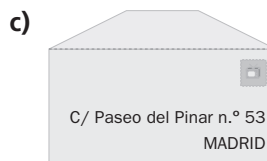
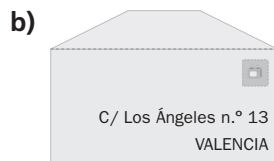
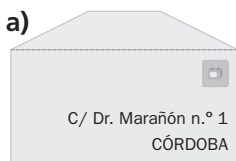
Número	M	C	D	U
7 816	7	8	1	6
69 513	69	5	1	3
27 540	27	5	4	0
2 318	2	3	1	8

- 1.34** Dados los números: 345, 2 621, 94 013.
- a) ¿Cuántas decenas hay en cada uno?
- b) ¿Cuántas unidades habrá que quitar a cada uno para que tengan exactamente una decena menos?
- a) $345 \rightarrow 34$ decenas $2\ 621 \rightarrow 262$ decenas $94\ 013 \rightarrow 9\ 401$ decenas
- b) 10 unidades
- 1.35** Escribe de forma numérica estos números expresados con letras.
- a) Nueve mil quinientos dos. c) Mil quinientos sesenta y seis.
- b) Ocho millones cuatrocientos trece. d) Setenta mil setenta.
- a) 9 502 b) 8 000 413 c) 1 566 d) 70 070
- 1.36** Escribe el nombre de los siguientes números.
- a) 20 012 b) 234 234 000 c) 33 840
- a) Veinte mil doce.
- b) Doscientos treinta y cuatro millones doscientos treinta y cuatro mil.
- c) Treinta y tres mil ochocientos cuarenta.

Los números naturales como códigos

- 1.37** Alejandro ha escrito su fecha de nacimiento: 03/12/2000.
- a) ¿Qué día celebrará su cumpleaños? b) ¿Cuántos años tiene hoy?
- a) El día tres de diciembre. b) La solución dependerá del año en curso.

1.38 Asocia cada dirección con su código postal.



a) 14004, Córdoba

b) 46810, Valencia

c) 28230, Madrid

d) 40001, Segovia

1.39 Busca códigos numéricos en tu entorno.

a) En el supermercado.

a) Códigos de barras, códigos de la fruta.

b) En tu casa.

b) DNI, código del teléfono, pin del móvil.

Operaciones con números naturales. Propiedades

1.40 Copia en tu cuaderno las siguientes operaciones y escribe los números que faltan, e indica en cada caso la propiedad que aplicas.

a) $140 - 68 = 72 \rightarrow 142 - 70 = \square$

b) $431 - 88 = 343 \rightarrow 421 - \square = 343$

a) $140 - 68 = 72 \rightarrow 142 - 70 = 72$

b) $431 - 88 = 343 \rightarrow 421 - 78 = 343$

Propiedad de la resta: a y b

c) $20 \times (15 + 2) = \square \times 15 + 20 \times \square$

d) $5 \times (10 + \square) = 5 \times 10 + \square \times 4$

c) $20 \times (15 + 2) = 20 \times 15 + 20 \times 2$

d) $5 \times (10 + 4) = 5 \times 10 + 5 \times 4$

Propiedad distributiva: c y d

1.41 Completa en tu cuaderno la tabla sin hacer las divisiones, y explica la propiedad que estás teniendo en cuenta.

Dividendo	Divisor	Cociente	Resto
364	148	2	68
91	37		
	444	2	0

Dividendo	Divisor	Cociente	Resto
364	148	2	68
91	37	2	17
888	444	2	0

Propiedad de la división.

Múltiplos y divisores de un número

1.42 Averigua los cinco primeros múltiplos de estos números.

a) 10

b) 25

a) 10, 20, 30, 40, 50

b) 25, 50, 75, 100, 125

c) 8

d) 11

c) 8, 16, 24, 32, 40

d) 11, 22, 33, 44, 55

e) 222

f) 43

e) 222, 444, 666, 888, 1 110

f) 43, 86, 129, 172, 215

1.43 Escribe todos los divisores de los números indicados.

a) 54

b) 77

a) 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54

b) 1, 7, 11, 77

c) 8

c) 1, 2, 4, 8

d) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

d) 60

1.44 Copia esta tabla en tu cuaderno y sustituye el símbolo \square por el número que corresponda.

Multiplicación	Divisiones asociadas	Múltiplos	Divisores
$5 \times 6 = 30$	$30 : 5 = 6$ $30 : 6 = 5$	30, múltiplo de 5 y 6	5 y 6, divisores de 30
$7 \times 4 = 28$	$28 : \square = 4$ $28 : \square = 7$	\square , múltiplo de 4 y 7	\square y \square , divisores de 28
$\square \times \square = \square$	$56 : 8 = \square$ $56 : \square = 8$	56 múltiplo de \square y \square	\square y \square , divisores de 56

Multiplicación	Divisiones asociadas	Múltiplos	Divisores
$5 \times 6 = 30$	$30 : 5 = 6$ $30 : 6 = 5$	30, múltiplo de 5 y 6	5 y 6, divisores de 30
$7 \times 4 = 28$	$28 : 7 = 4$ $28 : 4 = 7$	28, múltiplo de 4 y 7	4 y 7, divisores de 28
$7 \times 8 = 56$	$56 : 8 = 7$ $56 : 7 = 8$	56 múltiplo de 7 y 8	7 y 8, divisores de 56

1.45 Escribe todos los múltiplos de 7 que estén entre 100 y 150.

El primer múltiplo que se encuentra es 105; a partir de ahí vamos sumando 7, obteniendo:
105, 112, 119, 126, 133, 140 y 147.

Divisibilidad

1.46 Indica, sin hacer las divisiones, cuáles de los siguientes números son múltiplos de 2.

- a) 4 576 b) 225 c) 34 930 d) 170
a) Sí b) No c) Sí d) Sí

1.47 Señala, sin dividir, cuáles de los siguientes números son múltiplos de 2 y de 5 a la vez.

- a) 552 b) 3 970 c) 255 d) 45 670
b y d son múltiplos de 2 y 5 a la vez por acabar en 0.

1.48 Determina, aplicando los criterios explicados en la unidad, si los números 3 033, 18 951, 21 073 y 90 son múltiplos de los siguientes.

- a) 3 b) 9 c) 3 y 9
a) Los múltiplos de tres son: 3 033, 18 951 y 90.
b) Los múltiplos de 9: 3 033 y 90.
c) Múltiplos de tres y de nueve: 3 033 y 90.

1.49 Averigua, sin hacer la división, si los números: 144, 900, 4 255 y 1 875 son múltiplos de estos otros números.

- a) 4 b) 25 c) 4 y 25
a) Múltiplos de 4: 144 y 900
b) Múltiplos de 25: 900 y 1 875
c) Múltiplos de ambos: 900

1.50 Aplica el criterio de divisibilidad por 11, para averiguar cuáles de los siguientes números son divisibles por 11.

- a) 31 b) 99 c) 2 728 d) 5 500 e) 528 726 f) 719 290
Son divisibles por 11: 99, 2 728, 5 500, 528 726, 719 290.

1.51 Indica cuáles de estos números son primos, calculando previamente todos sus divisores.

- a) 13 c) 49 e) 121
b) 100 d) 1 f) 65
a) Divisores de 13: 1, 13, primo d) Divisores de 1: 1
b) Divisores de 100: 1, 2, 4, 5, 10, 20, 50, 100 e) Divisores de 121: 1, 11, 121
c) Divisores de 49: 1, 7, 49 f) Divisores de 65: 1, 5, 13, 65

1.52 ¿Cuáles de los números siguientes tienen exactamente cuatro divisores? Calcúlalos.

- a) 77 c) 12 e) 21 g) 27
b) 6 d) 8 f) 30 h) 125
a) Divisores de 77: 1, 7, 11, 77 d) Divisores de 8: 1, 2, 4, 8 g) Divisores de 27: 1, 3, 9, 27
b) Divisores de 6: 1, 2, 3, 6 e) Divisores de 21: 1, 3, 7, 21 h) Divisores de 125: 1, 5, 25, 125

1.53 Busca un número de tres cifras que sea múltiplo, a la vez, de 2, 3 y 5, pero no lo sea ni de 9 ni de 11.

Lo más fácil es hacer que la suma de las cifras sea múltiplo de 3, pero no de 9; por ejemplo, 3 ó 6.
300, 501, 105, 510, 303, 210...
Además, para que sea múltiplo de 2 y de 5 tiene que terminar en 0.
300, 510, 210...
Y por último, que la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan el lugar par y la suma de las cifras que ocupan el lugar impar no sea 0 ni múltiplo de 11.
300, 210, 510...

1.54 Si un número es múltiplo de 2 y de 3 al mismo tiempo, ¿lo es también de 6? Razona la respuesta.

Sí, ya que el múltiplo más pequeño común de 2 y 3 es 6.

Máximo común divisor. Mínimo común múltiplo

1.55 Calcula el máximo común divisor de los siguientes grupos de números.

- | | | | |
|------------|----------------|-----------------|-----------------|
| a) 27 y 64 | d) 121 y 77 | g) 10, 15 y 50 | j) 33, 77 y 121 |
| b) 44 y 35 | e) 20, 15 y 30 | h) 9, 12 y 24 | |
| c) 25 y 40 | f) 18, 30 y 36 | i) 10, 100 y 50 | |

- | | | | |
|-------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| a) $27 = 3^3$ | $64 = 2^6$ | $m.c.d.(27, 64) = 1$ | |
| b) $44 = 2^2 \times 11$ | $35 = 5 \times 7$ | $m.c.d.(44, 35) = 1$ | |
| c) $25 = 5^2$ | $40 = 2^3 \times 5$ | $m.c.d.(25, 40) = 5$ | |
| d) $121 = 11^2$ | $77 = 7 \times 11$ | $m.c.d.(11, 7) = 1$ | |
| e) $20 = 2^2 \times 5$ | $15 = 3 \times 5$ | $30 = 2 \times 3 \times 5$ | $m.c.d.(20, 15, 30) = 5$ |
| f) $18 = 2 \times 3^2$ | $30 = 2 \times 3 \times 5$ | $36 = 2^2 \times 3^2$ | $m.c.d.(18, 30, 36) = 2 \times 3 = 6$ |
| g) $10 = 2 \times 5$ | $15 = 3 \times 5$ | $50 = 2 \times 5^2$ | $m.c.d.(10, 15, 50) = 5$ |
| h) $9 = 3^2$ | $12 = 2^2 \times 3$ | $24 = 2^3 \times 3$ | $m.c.d.(9, 12, 24) = 3$ |
| i) $10 = 2 \times 5$ | $100 = 2^2 \times 5^2$ | $50 = 2 \times 5^2$ | $m.c.d.(10, 100, 50) = 10$ |
| j) $33 = 3 \times 11$ | $77 = 7 \times 11$ | $121 = 11^2$ | $m.c.d.(33, 77, 121) = 11$ |

1.56 Haya el mínimo común múltiplo de estos grupos de números.

- | | | | |
|------------|---------------|------------------|-----------------|
| a) 4 y 9 | d) 2, 4 y 6 | g) 10, 100 y 200 | j) 33, 77 y 121 |
| b) 6 y 7 | e) 15, 5 y 35 | h) 7, 8 y 9 | |
| c) 32 y 16 | f) 9, 6 y 12 | i) 11, 22 y 20 | |

- | | | | |
|-----------------------|------------------------|--------------------------------------|---|
| a) $4 = 2^2$ | $9 = 3^2$ | $m.c.m.(4, 9) = 2^2 \times 3^2 = 36$ | |
| b) $6 = 2 \times 3$ | $7 = 7 \times 1$ | $m.c.m.(6, 7) = 42$ | |
| c) $32 = 2^5$ | $16 = 2^4$ | $m.c.m.(16, 32) = 2^5 = 32$ | |
| d) $2 = 2 \times 1$ | $4 = 2^2$ | $6 = 2 \times 3$ | $m.c.m.(2, 4, 6) = 2^2 \times 3 = 12$ |
| e) $15 = 3 \times 5$ | $5 = 5 \times 1$ | $35 = 5 \times 7$ | $m.c.m.(5, 15, 35) = 3 \times 5 \times 7 = 105$ |
| f) $9 = 3^2$ | $6 = 2 \times 3$ | $12 = 2^2 \times 3$ | $m.c.m.(6, 9, 12) = 2^2 \times 3^2 = 36$ |
| g) $10 = 2 \times 5$ | $100 = 2^2 \times 5^2$ | $200 = 2^3 \times 5^2$ | $m.c.m.(10, 100, 200) = 200$ |
| h) $7 = 7 \times 1$ | $8 = 2^3$ | $9 = 3^2$ | $m.c.m.(7, 8, 9) = 2^3 \times 3^2 \times 7 = 504$ |
| i) $11 = 11 \times 1$ | $22 = 2 \times 11$ | $20 = 2^2 \times 5$ | $m.c.m.(11, 20, 22) = 2^2 \times 5 \times 11 = 220$ |
| j) $33 = 3 \times 11$ | $77 = 7 \times 11$ | $121 = 11^2$ | $m.c.m.(33, 77, 121) = 3 \times 7 \times 11^2 = 2541$ |

PROBLEMAS PARA APLICAR

1.57 Escribe 56 como diferencia de dos números mayores que 60.

Respuesta abierta.

Un ejemplo puede ser: $61 + 56 - 61 = 56$

1.58 Las distancias entre las ciudades A, B y C son: entre A y B, 235 kilómetros; entre A y C, 49 kilómetros, y entre B y C, 134 kilómetros. Calcula los kilómetros que recorre Silvia en estos casos.

- a) Va de A a C pasando por B.
b) Va de B a A visitando antes a su prima en C.

- a) $235 + 134 = 369$ km
b) $134 + 49 = 183$ km

1.59 Está previsto que asistan 120 personas a una fiesta. ¿De cuántos comensales pueden ser las mesas si todas han de ser iguales y estar completas?

Los divisores de 120 son: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60 y 120; por tanto, las mesas pueden ser de cualquiera de esos números de comensales.

1.60 Para obtener un número de cuatro cifras divisible por 2, ¿qué cifras puedes añadir a la derecha de 357?

Se puede añadir cualquiera de entre: 0, 2, 4, 6 y 8.

1.61 Estudia qué cifras tendrías que añadir a la izquierda de 451 para obtener un número de cuatro cifras múltiplo de 3.

Como $4 + 5 + 1 = 10$, podría añadir: 2, 5 y 8, ya que así las cifras sumarían 12, 15 y 18, que son todos múltiplos de 3.

1.62 Sustituye la letra *a* por una cifra para que el número 730*a* sea:

- a) Divisible por 3, pero no por 5.
- b) Divisible por 5, pero no por 3.
- c) Divisible por 11.

a) $7 + 3 + 0 = 10$, luego puedo añadir 2 u 8.

b) Puedo añadir sólo el 0.

c) Suma de las cifras de lugar par: $7 + 0 = 7$. La suma de las cifras de lugar impar $3 + a$, luego para que sumen 7, $a = 4$.

1.63 Indica cuáles de estas expresiones no se corresponden con una descomposición en factores primos, y en esos casos corrígelas.

a) $90 = 2 \times 5 \times 9$ b) $350 = 2 \times 5^2 \times 7$ c) $225 = 15^2$ d) $2\,160 = 2^4 \times 3^2 \times 5$

a) $90 = 2 \times 3^2 \times 5$ c) $225 = 3^2 \times 5^2$ d) $2\,160 = 2^4 \times 3^3 \times 5^2$

1.64 Busca un número capicúa de 4 cifras con las siguientes características y, después, descomponlo en factores primos.

- El valor posicional de 5 es 500.
- La cifra de las unidades es igual a 2.

Si 5 tiene el valor de posición 500, entonces ocupa el lugar de las centenas. Como la cifra de las unidades es 2, el número será de la forma: $\square 5 \square 2$. Como el número es capicúa, será: 2 552.

$$2\,552 = 2^3 \times 11 \times 29$$

1.65 Nuria lleva los papeles al contenedor de reciclaje cada 5 días, y Pedro lo hace cada 3. El día 20 de mayo se encontraron allí. ¿Cuándo volverán a coincidir?

Tenemos que calcular el m.c.m.(3, 5) = $3 \times 5 = 15$. Tienen que pasar 15 días.

Vuelven a coincidir el 4 de junio.

1.66 En un terreno rectangular de 240 por 360 metros, se proyecta colocar placas cuadradas del mayor tamaño posible, para recoger energía solar. ¿Qué longitud tienen que tener los lados de las placas?

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5 \qquad 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

Se calcula el m.c.d.(240, 360) = $2^3 \times 3 \times 5 = 120$ m de lado deben tener las placas.

1.67 Tres autobuses de tres líneas distintas salen de una estación: el primero cada 10 minutos, el segundo cada 12 minutos y el tercero cada 15 minutos. Si a las 8 de la mañana salió un autobús de cada línea, ¿a qué hora volverán a salir los tres a la vez?

Se calcula el m.c.m.(10, 12, 15) = $2^2 \times 3 \times 5 = 60$. Los tres vuelven a coincidir a las nueve.

1.68 Pedro, al colocar sus fotos en un álbum, se ha dado cuenta de que si coloca 4 en cada página, solo quedan 2 para la última página. Lo mismo ocurre si coloca 5 ó 6 fotos en cada página.

a) ¿Cuántas fotos tiene Pedro?

b) ¿Cuántas debe colocar en cada página para que todas tengan el mismo número y no sobre ninguna?

a) Calculamos el m.c.m.(4, 5, 6) = $2^2 \times 5 \times 3 = 60$. Ahora, sumando 2 unidades, $60 + 2$, hallamos el menor número posible de fotos que tiene Pedro.

b) Los divisores de 62 son: 1, 2, 31, luego con cualquier número de fotos igual a sus divisores cumple la condición pedida.

1.69 Marta tiene un número de libros comprendido entre 500 y 1 000. Está colocándolos en una estantería. Si coloca 12 en cada estante, quedan 11 libros en el último; si pone 14 en cada estante, en el último coloca 13, y cuando los ordena de 15 en 15, en el último estante coloca 14. ¿Cuántos libros tiene Marta?

Si sumamos 1 al número de libros que tiene, el número obtenido es divisible por 12, por 14 y por 15. Por tanto, es divisible por el mínimo común múltiplo de 12, 14 y 15.

$$\text{m.c.m.}(12, 14, 15) = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$$

El único múltiplo de 420 mayor que 500 y menor que 1 000 es 840.

$$840 - 1 = 839 \quad \text{Marta tiene 839 libros.}$$

- 1.70 Un número dividido entre 2 da de resto 1. Si se divide entre 4, el resto es 3; al dividirlo entre 6, el resto es 5; al dividirlo entre 7, el resto es 6, y por último, cuando se divide entre 9, el resto que obtenemos es 8.
- a) ¿Cuál es el menor número que cumple estas condiciones?
 b) ¿Cuáles son los dos siguientes?
- a) Si al número se le suma 1, se obtiene otro número que es múltiplo de 4, de 6, de 7 y de 9.
 Por tanto, es múltiplo del m.c.m.(4, 6, 7, 9) = 252.
 El menor número es: $252 - 1 = 251$.
- b) Los dos siguientes son: $252 \times 2 - 1 = 503$ y $252 \times 3 - 1 = 755$.

REFUERZO

Los números naturales

- 1.71 Contesta a las siguientes preguntas.
- a) ¿Cuántas unidades tenemos con 45 decenas?
 b) ¿Cuántas centenas enteras hay en 7 239 unidades?
- a) Tenemos $45 \times 10 = 450$ unidades.
 b) Como $7 \text{ M} = 70 \text{ C}$; $70 + 2 = 72$ centenas.

- 1.72 Escribe el valor posicional de la cifra 8 en cada uno de los siguientes números.
- | | | | |
|------------|----------------------|-----------------------|-------------|
| a) 586 | b) 83 102 | c) 8 344 | d) 18 |
| a) Decenas | b) Decenas de millar | c) Unidades de millar | d) Unidades |

Múltiplos y divisores. Divisibilidad

- 1.73 Escribe los cinco primeros múltiplos de 15, 19, 24 y 30.

Múltiplos de 15: 15, 30, 45, 60, 75
 Múltiplos de 19: 19, 38, 57, 76, 95

Múltiplos de 24: 24, 48, 72, 96, 120
 Múltiplos de 30: 30, 60, 90, 120, 150

- 1.74 Calcula todos los divisores de estos números.
- | | | |
|-------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| a) 6 | b) 39 | c) 65 |
| a) Divisores de 6: 1, 2, 3, 6 | b) Divisores de 39: 1, 3, 13, 39 | c) Divisores de 65: 1, 5, 13, 65 |
- 1.75 Utiliza los criterios de divisibilidad, para buscar todos los múltiplos de los siguientes números comprendidos entre 100 y 200.
- | | | |
|------|------|------|
| a) 2 | b) 4 | c) 9 |
|------|------|------|
- a) 102, 104, 106, 108, 110, 112, 114, 116, 118, 120, 122, 124, 126, 128, 130, 132, 134, 136, 138, 140, 142, 144, 146, 148, 150, 152, 154, 156, 158, 160, 172, 174, 176, 178, 180, 182, 184, 186, 188, 190, 192, 194, 196, 198, 200
 b) 104, 108, 112, 116, 120, 124, 128, 132, 136, 140, 144, 148, 152, 156, 160, 164, 168, 172, 176, 180, 184, 188, 192, 196, 200
 c) 108, 117, 126, 135, 144, 153, 162, 171, 180, 189, 198

- 1.76 Indica, sin hacer la división, cuáles de estos números son múltiplos de 6.
- | | | |
|-------|--------|--------|
| a) 27 | b) 324 | c) 112 |
|-------|--------|--------|
- Los múltiplos de 6 son los que son múltiplos a la vez de 2 y de 3; por tanto, tenemos que 324 es el único que hay.

Máximo común divisor y mínimo común múltiplo

- 1.77 Determina a qué número corresponden los siguientes productos de factores primos.
- | | |
|-------------------|---------------------|
| a) $2^2 \times 7$ | b) $2^3 \times 3^2$ |
| a) 28 | b) 72 |
- 1.78 Realiza la descomposición en factores primos de estos números.
- | | | | |
|---------------|------------------------|----------------------------------|---------------------------|
| a) 25 | b) 75 | c) 140 | d) 144 |
| a) $25 = 5^2$ | b) $75 = 3 \times 5^2$ | c) $140 = 2^2 \times 5 \times 7$ | d) $144 = 2^4 \times 3^2$ |

1.79 Halla el m.c.d. y el m.c.m. de estos números.

a) 30 y 45

b) 28 y 48

c) 38 y 138

d) 1 000 y 2 000

$$\begin{array}{llll} \text{a) } 30 = 2 \times 3 \times 5 & 45 = 3^2 \times 5 & \text{m.c.m.}(30, 45) = 2 \times 3^2 \times 5 = 90 & \text{m.c.d.}(30, 45) = 15 \\ \text{b) } 28 = 2^2 \times 7 & 48 = 2^4 \times 3 & \text{m.c.m.}(28, 48) = 2^4 \times 3 \times 7 = 336 & \text{m.c.d.}(28, 48) = 4 \\ \text{c) } 38 = 2 \times 19 & 138 = 2 \times 3 \times 23 & \text{m.c.m.}(38, 138) = 2 \times 3 \times 19 \times 23 = 2\,622 & \text{m.c.d.}(38, 138) = 2 \\ \text{d) } 1\,000 = 2^3 \times 5^3 & 3\,000 = 2^4 \times 5^3 & \text{m.c.m.}(1\,000, 2\,000) = 2^4 \times 5^3 = 2\,000 & \text{m.c.d.}(1\,000, 2\,000) = 2^3 \times 5^3 = 1\,000 \end{array}$$

1.80 Calcula el m.c.d y el m.c.m de los siguientes números.

a) 24 y 42

b) 108 y 504

c) 405 y 1 305

d) 120, 330 y 450

$$\begin{array}{llll} \text{a) } 24 = 2^3 \times 3 & 42 = 2 \times 3 \times 7 & \text{m.c.m.}(24, 42) = 168 & \text{m.c.d.}(24, 42) = 6 \\ \text{b) } 108 = 2^2 \times 3^3 & 504 = 2^3 \times 3^2 \times 7 & \text{m.c.m.}(108, 504) = 2^3 \times 3^3 \times 7 = 1\,512 & \text{m.c.d.}(108, 504) = 36 \\ \text{c) } 435 = 3 \times 5 \times 29 & 1\,305 = 3^2 \times 5 \times 29 & \text{m.c.m.}(435, 1\,305) = 3^2 \times 5 \times 29 = 1\,305 & \text{m.c.d.}(435, 1\,305) = 435 \\ \text{d) } 120 = 2^3 \times 3 \times 5 & 330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11 & 450 = 2 \times 3^2 \times 5^2 & \text{m.c.m.}(120, 330, 450) = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 11 = 19\,800 \\ & \text{m.c.d.}(120, 330, 450) = 2 \times 3 \times 5 = 30 & & \end{array}$$

AMPLIACIÓN

1.81 Para cualquier par de números naturales, a y b , se cumple que: $a \times b = \text{m.c.d.}(a, b) \times \text{m.c.m.}(a, b)$
Utilízalo para hallar un número a si se sabe que $\text{m.c.d.}(a, 15) = 3$ y $\text{m.c.m.}(a, 15) = 90$

$$a \cdot 15 = 3 \cdot 90 \Rightarrow a = \frac{3 \cdot 90}{15} = 18$$

1.82 Los antiguos mesopotámicos tenían un sistema de numeración de base 60. ¿Cuántas cifras utilizaban?

Utilizaban 60 cifras.

1.83 Un número se llama perfecto si cumple la siguiente propiedad:

El número es igual a la suma de todos sus divisores excluido él mismo.

Comprueba que 6, 28 y 8 128 son números perfectos.

Divisores de 6: 1, 2, 3

$$6 = 1 + 2 + 3$$

Divisores de 28: 1, 2, 4, 7, 14

$$28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$$

Divisores de 8 128: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 127, 254, 508, 1 016, 2 032, 4 064

$$8\,128 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 127 + 254 + 508 + 1\,016 + 2\,032 + 4\,064$$

1.84 ¿Cuáles son los dos números más pequeños que cumplen todas estas condiciones a la vez?

- Al dividirlo por 2, el resto es 1.
- Al dividirlo por 4, el resto es 3.
- Al dividirlo por 6, el resto es 5.
- Al dividirlo por 7, el resto es 6.
- Al dividirlo por 9, el resto es 8.
- Es múltiplo de 11.

Por cumplir las cinco primeras condiciones, si se suma 1 al número, es múltiplo común de 2, 4, 6, 7, 9.

Por tanto, múltiplo del m.c.m.(2, 4, 6, 7, 9) = 252.

Luego deberá ser múltiplo de $252 - 1 : 251, 502, 753, 1\,004 \dots$ y además deberá ser múltiplo de 11.

Los dos primeros números que cumplen las condiciones anteriores son: 2 761 y 5 522.

1.85 Un estadio olímpico tiene capacidad para 30 000 espectadores. En un determinado acontecimiento deportivo hubo un número de asistentes que cumplía las siguientes características:

Ser divisible por 2. Ser divisible por 7. Ser divisible por 11. Ser un cuadrado perfecto.

Calcula el número de espectadores.

Al ser divisible por 2, por 7 y por 11, debe ser múltiplo común de 2, 7 y 11.

Por tanto, múltiplo del m.c.m.(2, 7, 11) = 154.

Como además es un cuadrado perfecto, debe ser múltiplo de $154^2 = 23\,716$.

Como el siguiente múltiplo es mayor que 30 000, el número de espectadores es igual a 23 716.

1.86 El producto máximo y el producto mínimo

Javier tiene cinco tarjetas con los números 1, 9, 3, 7 y 5, y las coloca formando un producto de dos números como se ve en el dibujo.



- a) ¿Cómo deberá colocar las tarjetas para que el producto sea el mayor posible?
- b) ¿Cómo deberá colocar las tarjetas para que el producto sea el menor posible?
- c) Explica el procedimiento que has utilizado para encontrar las respuestas.

- a) El máximo será: $93 \times 751 = 69\,843$
- b) El mínimo será: $15 \times 379 = 5\,685$
- c) Se deben escoger dos tarjetas para el número de dos cifras.

Las otras formarán el de tres cifras.

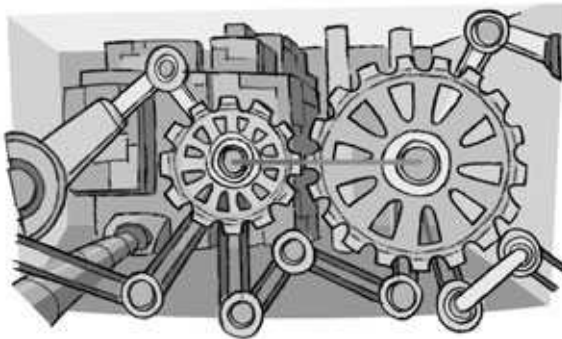
Las cifras deberán ir en orden decreciente para el máximo y creciente para el mínimo.

$97 \times 531 = 51\,507$	$73 \times 951 = 69\,423$
$95 \times 731 = 69\,445$	$71 \times 953 = 67\,663$
$93 \times 751 = 69\,843$	$53 \times 971 = 51\,463$
$91 \times 753 = 68\,523$	$51 \times 973 = 49\,623$
$75 \times 931 = 69\,825$	$31 \times 975 = 30\,225$

$79 \times 135 = 10\,665$	$37 \times 159 = 5\,883$
$59 \times 137 = 8\,083$	$17 \times 359 = 6\,103$
$39 \times 157 = 6\,123$	$35 \times 179 = 6\,265$
$19 \times 357 = 6\,783$	$15 \times 379 = 5\,685$
$57 \times 139 = 7\,923$	$13 \times 579 = 7\,527$

1.87 Engranajes

Observa detenidamente el engranaje de la figura.



- a) ¿Cuántas vueltas ha de dar la rueda menor para que vuelvan a coincidir las líneas roja y verde? En ese momento, ¿cuántas vueltas ha dado la rueda mayor?
- b) Si la rueda menor va a 15 revoluciones por minuto, ¿a cuánto va la rueda mayor?

$$\text{m.c.m.}\{12, 18\} = 36 \quad \frac{36}{12} = 3$$

- a) Cuando la rueda pequeña da 3 vueltas completas se han desplazado 36 dientes. Por tanto, la rueda grande habrá dado $\frac{36}{18} = 2$ vueltas completas.
- b) Cuando la rueda menor ha dado 3 vueltas, la mayor ha dado 2. Cuando la rueda menor ha dado 1 vuelta, la mayor ha dado $\frac{2}{3}$ de vuelta.
Cuando la rueda menor ha dado 15 vueltas, la mayor ha dado $\frac{2}{3} \cdot 15 = 10$ vueltas
La rueda mayor irá a 10 revoluciones por minuto.

AUTOEVALUACIÓN

1.A1 Escribe, para cada caso, el número que corresponda y cómo se lee.

- a) 15 centenas y 7 unidades.
- b) 88 millares, 67 decenas y 29 unidades.
- c) 3 millares, 34 centenas y 42 decenas.

- a) 15 centenas = 1 500 unidades; $1\,500 + 7 = 1\,507$; mil quinientos siete.
- b) 88 millares = 88 000 unidades; 67 decenas = 670 unidades; $88\,000 + 670 + 29 = 88\,699$; ochenta y ocho mil seiscientos noventa y nueve.
- c) 3 millares = 3 000 unidades; 34 centenas = 3 400 unidades; 42 decenas = 420 unidades; $3\,000 + 3\,400 + 420 = 6\,820$; seis mil ochocientos veinte.

1.A2 Indica alguna propiedad de los números naturales que no se cumple cuando actúan como códigos.

No se pueden realizar operaciones aritméticas con ellos.

1.A3 Copia en tu cuaderno y completa con el número que corresponda, y explica en cada caso la propiedad que aplicas.

a) $44 + 13 = 13 + \square$

c) $133 - \square = 86 \Rightarrow 100 - 14 = \square$

b) $5 \times (7 + 8) = 35 + \square$

d) $12 \times (\square + \square) = \square \times 5 + 12 \times 17$

a) $44 + 13 = 13 + 44$. Propiedad conmutativa de la suma.

b) $5 \times (7 + 8) = 35 + 40$. Propiedad distributiva del producto respecto a la suma.

c) $133 - 47 = 86 \Rightarrow 100 - 14 = 86$. Si al minuendo y al sustraendo se les suma o resta el mismo número, la diferencia no varía.

d) $12 \times (5 + 17) = 12 \times 5 + 12 \times 17$. Propiedad distributiva del producto respecto a la suma.

1.A4 Halla los múltiplos de 4 comprendidos entre 50 y 75.

El primero es 52, y a partir de él, sumando cuatro consecutivamente, obtenemos que los números pedidos son: 52, 56, 60, 64, 68 y 72.

1.A5 Obtén todos los divisores de 140.

Divisores de 140: 1, 2, 4, 5, 7, 10, 14, 20, 28, 35, 70, 140

1.A6 Aplica los criterios de divisibilidad para indicar cuáles de los siguientes números: 4 158, 7 058, 1 800, 14 727, 1 530, son divisibles por estos otros números.

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

e) 9

f) 11

a) 4 158, 7 058, 1 800, 1 530

c) 1 800

e) 4 158, 1 800, 1 530

b) 4 158, 1 800, 14 727, 1 530

d) 1 800, 1 530

f) 4 158

1.A7 Escribe dos números compuestos que sean primos entre sí.

Por ejemplo, 4 y 9, 15 y 8...

1.A8 ¿De cuántas formas distintas pueden agruparse los 40 componentes de un club de montaña de manera que en todos los grupos haya el mismo número de miembros?

Divisores de 40: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40. Luego podrán agruparse en un número igual a cualquiera de los divisores de 40.

1.A9 Descompón en factores primos 729.

$$729 = 3^6$$

1.A10 Calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de estos números.

a) 28 y 72

b) 4, 16 y 20

a) $28 = 2^2 \times 7$

$72 = 2^3 \times 3^2$

m.c.m.(28, 72) = $2^3 \times 3^2 \times 7 = 504$

m.c.d.(28, 72) = $2^2 = 4$

b) $4 = 2^2$ $6 = 2 \times 3$

$20 = 2^2 \times 5$

m.c.m.(4, 16, 20) = $2^4 \times 5 = 80$

m.c.d.(4, 16, 20) = $2^2 = 4$

MURAL DE MATEMÁTICAS

Jugando con las matemáticas

NUUESTRO CÓDIGO

Un club de lectura ha asignado a sus socios un código consistente en una columna de tres números. Cada miembro ha contestado a las preguntas del cuestionario con un 1 si la respuesta es afirmativa y con un 0 si es negativa.

¿Cuál de los siguientes códigos corresponde a la persona del dibujo?

El código que corresponde a la persona del dibujo es el 1,1,1.