11 Perímetros y áreas

La visión del ciego

El soldado miraba con lástima al anciano ciego que, apoyado en su bastón, tomaba el sol mientras sus ojos extintos intuían la posición del astro en el horizonte.

Ahmés, su compañero de guardia a la entrada de la biblioteca de Alejandría, interrumpió sus pensamientos diciéndole:

–Es Eratóstenes, el cual no hace mucho tiempo dirigía la biblioteca.

–¡Es una pena que sea ciego!

–No siempre fue así, y lo único que ahora lamenta es no poder leer el pensamiento del mundo encerrado en estas paredes –dijo Ahmés, y continuó con su explicación–: Pero el maestro todavía es capaz de ver más lejos que tú, que tienes tus ojos sanos.

–¡Eso es imposible!

Ahmés, con una sonrisa, intentó explicárselo:

–Tú y yo, con nuestros ojos, vemos la Tierra plana como la palma de nuestra mano; sin embargo él, que ahora está ciego, la ve con forma de bola y dicen que incluso ha calculado su tamaño.

Eratóstenes, utilizando ángulos y proporcionalidad, cifró la circunferencia polar de la Tierra en 252 000 estadios egipcios (1 estadio = 157,2 m).

DESCUBRE LA HISTORIA...

1 Busca información sobre la vida de Eratóstenes, geógrafo, matemático y astrónomo griego.

Una resumida biografía de Eratóstones se encuentra en las página:

http://www.biografiasyvidas.com

2 Eratóstenes es famoso por haber llevado a cabo la primera medición de la circunferencia de la Tierra. Investiga cómo lo hizo.

Una explicación exhaustiva se pueden consultar en esta página dedicada a la astronomía:

http://www.astromia.com/biografias/eratostenes.htm

También puedes encontrar otra explicación en:

http://www.portalplanetasedna.com.ar/eratostenes.htm

3 Averigua qué otros trabajos realizó Eratóstenes relacionados con la geometría.

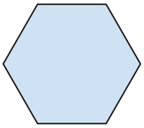
Una enumeración de los trabajos de Eratóstones se puede encontrar en el apartado de biografías de matemáticas de esta página:

http://www.divulgamat.net

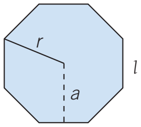
EVALUACIÓN INICIAL

1 Dibuja un polígono regular de 6 lados.

Es un hexágono regular.



2 Dibuja un octógono regular y describe sus elementos.



r = radio

a = apotema

l = lado

3 Si el radio de una circunferencia es 4 cm, ¿cuánto mide su diámetro?

Diámetro: 8 cm

4 ¿Cuánto mide el radio de un círculo si su diámetro es 12 cm?

Radio: 6 cm

5 Transforma en m² las siguientes medidas de superficie.

a) 32 cm²	**c) 0,7 dam²**	**e) 5,4 hm²**	**g) 1 621,8 mm²**
b) 17 dm²	**d) 8 km²**	**f) 87,4 km²**	**h) 21,4 cm²**

a) 0,0032 m²	c) 70 m²	e) 54 000 m²	g) 0,0016218 m²
b) 0,17 m²	d) 8 000 000 m²	f) 87 400 000 m²	h) 0,00214 m²

Perímetros y áreas

EJERCICIOS

001 **Halla el perímetro de:**

a) Un rombo cuyo lado mide 10 cm.

b) Un trapecio isósceles con bases de 4 cm y 8 cm y los otros lados de 5 cm.

a) Perímetro $= 10 \cdot 4 = 40$ cm

b) Perímetro $= 4 + 8 + 2 \cdot 5 = 22$ cm

002 **¿Cuánto mide cada uno de los lados de un pentágono regular si su perímetro es 25 cm?**

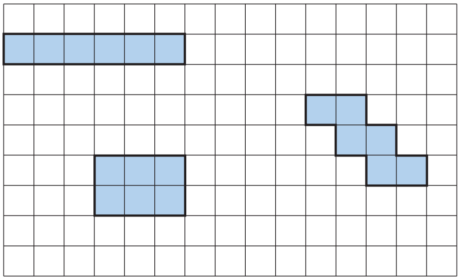
$25 : 5 = 5$ cm mide cada lado del pentágono regular.

003 **Obtén el perímetro de un rectángulo, si su diagonal mide 17 cm y uno de sus lados es de 15 cm.**

Lado $= \sqrt{17^2 - 15^2} = \sqrt{64} = 8$ cm

Perímetro $= 2 \cdot 15 + 2 \cdot 8 = 46$ cm

004 **Sobre una cuadrícula, dibuja varias figuras distintas que contengan 6 cuadraditos. ¿Tienen todas el mismo perímetro?**



No tienen el mismo perímetro.

005 **¿Cuánto mide la longitud de una circunferencia de 6 cm de diámetro?**

Longitud de la circunferencia $= 6 \cdot 3{,}14 = 18{,}84$ cm

006 **Una circunferencia está inscrita en un cuadrado de lado 4 cm. Calcula su longitud.**

El diámetro de la circunferencia es 4 cm.

Longitud $= 4 \cdot 3{,}14 = 12{,}56$ cm

007 **Si la longitud de la circunferencia es 25 cm, ¿cuánto mide su radio?**

$25 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot r \rightarrow r = \dfrac{25}{6{,}28} = 3{,}98$ cm

008 **Una circunferencia está circunscrita en un cuadrado de lado 4 cm. Halla su longitud.**

Diámetro $=$ Diagonal del cuadrado $= \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 5{,}65$ cm

Longitud $= 5{,}65 \cdot 3{,}14 = 17{,}741$ cm

009 **Obtén el área y el perímetro del suelo de una habitación rectangular de lados 3 m y 7 m.**

Área $= 3 \cdot 7 = 21$ m^2

Perímetro $= 3 \cdot 2 + 7 \cdot 2 = 20$ m

010 **Determina el área de una finca cuadrada de lado 1 200 m.**

Área $= 1\,200 \cdot 1\,200 = 1\,440\,000$ m^2

011 **Calcula el área y el perímetro de un rectángulo de altura 48 cm y diagonal 50 cm.**

Lado $= \sqrt{50^2 - 48^2} = \sqrt{196} = 14$ cm

Área $= 14 \cdot 48 = 672$ cm^2

Perímetro $= 48 \cdot 2 + 14 \cdot 2 = 124$ cm

012 **Halla el área y el perímetro de un cuadrado de diagonal 5 cm.**

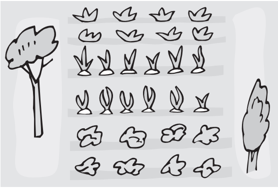
$$25 = x^2 + x^2 = 2x^2 \rightarrow x^2 = \frac{25}{2} \rightarrow \text{Área} = x^2 = 12{,}5 \text{ cm}^2.$$

$$x = \sqrt{\frac{25}{2}} = 3{,}54 \text{ cm mide el lado} \rightarrow \text{Perímetro} = 3{,}54 \cdot 4 = 14{,}16 \text{ cm}$$

013 **Un terreno de forma rectangular mide 4,5 hm de largo y 3 000 dm de ancho.**

a) Halla el área del terreno en metros cuadrados y en hectáreas.

b) Calcula su precio si se vende a 3,60 €/m².



a) 4,5 hm $=$ 450 m 3 000 dm $=$ 300 m

Área $= 450 \cdot 300 = 135\,000$ m^2 $=$ 13,5 hectáreas

b) $3{,}60 \cdot 135\,000 = 486\,000$ €

014 **Halla el área y el perímetro de un rombo de diagonal mayor 24 cm y diagonal menor 18 cm.**

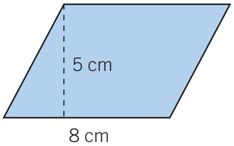
$$\text{Área} = \frac{24 \cdot 18}{2} = 216 \text{ cm}^2$$

Lado $= \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{225} = 15$ cm

Perímetro $= 15 \cdot 4 = 60$ cm

Perímetros y áreas

015 **Determina el área de un romboide de base 8 cm y altura 5 cm.**



$$\text{Área} = 8 \cdot 5 = 40 \text{ cm}^2$$

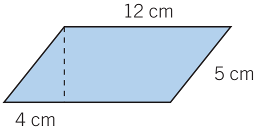
016 **Obtén el área de un rombo cuyo perímetro es 20 cm y su diagonal menor mide 6 cm.**

$$\text{Lado} = 20 : 4 = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Diagonal mayor} = 2 \cdot \sqrt{5^2 - 3^2} = 2 \cdot \sqrt{16} = 8 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

017 **Calcula el área y el perímetro de esta figura:**



$$\text{Perímetro} = 12 \cdot 2 + 5 \cdot 2 = 34 \text{ cm}$$

$$\text{Altura} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = 12 \cdot 3 = 36 \text{ cm}^2$$

018 **Determina el área de un triángulo de base 4 cm y altura 7 cm.**

$$\text{Área} = \frac{4 \cdot 7}{2} = 14 \text{ cm}^2$$

019 **Calcula el área de un triángulo rectángulo de catetos 6 cm y 7 cm.**

$$\text{Área} = \frac{6 \cdot 7}{2} = 21 \text{ cm}^2$$

020 **Halla el área de un triángulo equilátero de lado 10 cm.**

$$\text{Altura} = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8{,}66 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{10 \cdot 8{,}66}{2} = 43{,}3 \text{ cm}^2$$

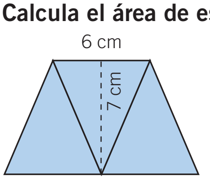
021 **Obtén el área de un triángulo equilátero de 18 cm de perímetro.**

$$\text{Lado} = 18 : 3 = 6 \text{ cm}$$

$$\text{Altura} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 5{,}2 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{6 \cdot 5{,}2}{2} = 15{,}6 \text{ cm}^2$$

022 **Calcula el área de esta figura:**

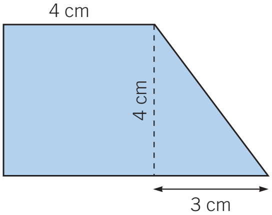


Es el área de tres triángulos iguales: $3 \cdot \dfrac{6 \cdot 7}{2} = 63 \text{ cm}^2$.

023 **Calcula el área de un trapecio de altura 7 cm y bases de 3 cm y 5 cm.**

$$\text{Área} = \frac{(3+5)\cdot 7}{2} = 28 \text{ cm}^2$$

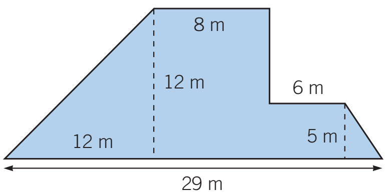
024 **En un trapecio rectángulo, las bases miden 4 cm y 7 cm y la altura 4 cm. Determina el valor del otro lado y su área.**



$$\text{Lado} = \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{4+7}{2}\cdot 4 = 22 \text{ cm}^2$$

025 **Obtén el área de la siguiente figura:**



$$\text{Área del triángulo} = \frac{12\cdot 12}{2} = 72 \text{ m}^2$$

$$\text{Área del rectángulo} = 8\cdot 12 = 96 \text{ m}^2$$

$$\text{Área del trapecio} = \frac{(29-12-8)+6}{2}\cdot 5 = 37{,}5 \text{ m}^2$$

$$\text{Área total} = 72 + 96 + 37{,}5 = 205{,}5 \text{ m}^2$$

026 **Obtén el área de un heptágono regular de lado 6 cm y apotema 6,2 cm.**

$$\text{Área} = \frac{6\cdot 7\cdot 6{,}2}{2} = 130{,}2 \text{ cm}^2$$

027 **Calcula la apotema de un hexágono regular de área 93,5 m² y lado 6 m.**

$$\text{Área} = \frac{6\cdot 6\cdot a}{2} = 93{,}5 \rightarrow 36\cdot a = 187$$

$$a = \frac{187}{36} = 5{,}2 \text{ m}$$

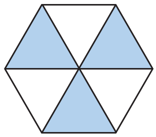
028 **Halla el lado de un octógono regular de área 1,19 dm² y apotema 6 cm.**

$$\text{Área} = \frac{8\cdot l\cdot 6}{2} = 119 \text{ cm}^2 \rightarrow 48\cdot l = 238$$

$$l = \frac{238}{48} = 4{,}96 \text{ cm}$$

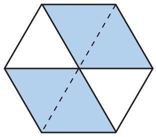
029 **Determina el área de la parte coloreada, sabiendo que el área del hexágono regulares 258 cm².**

a)



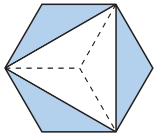
$$\text{Área} = \frac{3}{6} \cdot 258 = 129 \text{ cm}^2$$

b)



$$\text{Área} = \frac{4}{6} \cdot 258 = 172 \text{ cm}^2$$

c)



$$\text{Área} = \frac{3}{6} \cdot 258 = 129 \text{ cm}^2$$

030 **Halla la apotema de un endecágono regular de lado 12 cm y radio 21,3 cm.**

$$\text{Apotema} = \sqrt{21{,}3^2 - 6^2} = \sqrt{417{,}69} = 20{,}44 \text{ cm}$$

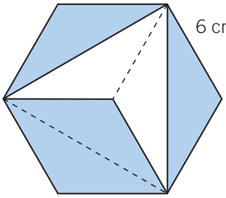
031 **Calcula el radio de un pentágono regular, sabiendo que su área es 30 cm² y su lado 4,2 cm.**

$$\text{Área} = \frac{5 \cdot 4{,}2 \cdot a}{2} = 30 \rightarrow 21 \cdot a = 60 \rightarrow a = \frac{60}{21} = 2{,}86 \text{ cm}$$

La apotema. mide 2,86 cm.

$$\text{Radio} = \sqrt{2{,}86^2 + 2{,}1^2} = 3{,}55 \text{ cm}$$

032 **Obtén el área de la zona coloreada.**



$$\text{Apotema del hexágono} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 5{,}2 \text{ cm}$$

$$\text{Área del hexágono} = \frac{6 \cdot 6 \cdot 5{,}2}{2} = 93{,}6 \text{ cm}^2$$

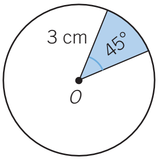
$$\text{Área de la zona coloreada} = \frac{4}{6} \cdot \text{Área del hexágono} =$$

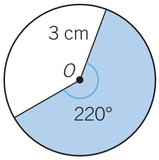
$$= \frac{2}{3} \cdot 93{,}6 = 62{,}4 \text{ cm}^2$$

033 **Halla el área de un círculo de 6 cm de diámetro.**

$$\text{Área} = \pi \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 28{,}26 \text{ cm}^2$$

034 **Calcula el área de estos sectores circulares:**





$$A = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 45°}{360°} = 3{,}5325 \text{ cm}^2$$

$$A = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 220°}{360°} = 17{,}27 \text{ cm}^2$$

035 **Obtén el área de una corona circular limitada por dos circunferencias de radios 4 y 8 cm, respectivamente.**

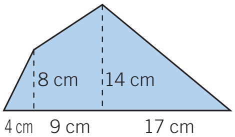
$$A = \pi \cdot 8^2 - \pi \cdot 4^2 = 150{,}72 \text{ cm}^2$$

036 **¿Podemos hallar el área de una circunferencia? ¿Y de un arco de circunferencia? ¿Por qué?**

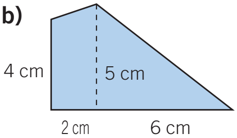
No se puede hallar el área de una circunferencia porque es una línea, y solo tiene una dimensión. Ocurre lo mismo con un arco de circunferencia.

037 **Calcula el área de estas figuras.**

a)



b)



a) Área del triángulo menor $= \dfrac{4 \cdot 8}{2} = 16 \text{ cm}^2$

Área del trapecio $= \dfrac{14 + 8}{2} \cdot 9 = 99 \text{ cm}^2$

Área del triángulo mayor $= \dfrac{17 \cdot 14}{2} = 119 \text{ cm}^2$

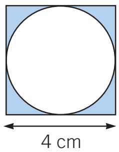
Área total $= 16 + 99 + 119 = 234 \text{ cm}^2$

b) Área del trapecio $= \dfrac{4 + 5}{2} \cdot 2 = 9 \text{ cm}^2$

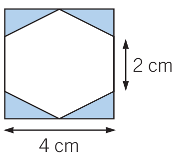
Área del triángulo $= \dfrac{5 \cdot 6}{2} = 15 \text{ cm}^2$

Área total $= 9 + 15 = 24 \text{ cm}^2$

038 **Obtén el área de las zonas verdes.**

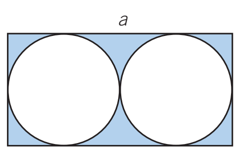


$$\text{Área del cuadrado} - \text{Área del círculo} = 4^2 - \pi \cdot 2^2 = \\ = 16 - 12{,}56 = 3{,}44\ \text{cm}^2$$



$$4 \cdot \text{Área de un triángulo} = 4 \cdot \frac{2 \cdot 1}{2} = 4 \cdot 1 = 4\ \text{cm}^2$$

039 **Calcula el área de la zona coloreada.**



Área de la zona coloreada = Área del rectángulo − 2 · Área del círculo

Altura del rectángulo: $\dfrac{a}{2}$

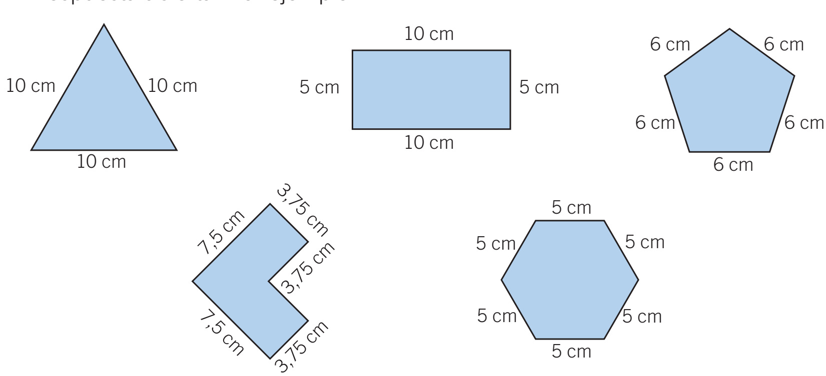
$$\text{Área del rectángulo} = a \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{2} \qquad \text{Área del círculo} = \pi \cdot \left(\frac{a}{4}\right)^2$$

$$\text{Área de la zona coloreada} = \frac{a^2}{2} - 2\pi \cdot \left(\frac{a}{4}\right)^2 = a^2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = \frac{(4-\pi) \cdot a^2}{8}$$

ACTIVIDADES

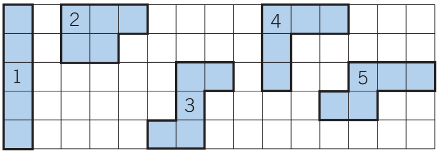
040 ● **Dibuja cinco figuras planas que tengan 30 cm de perímetro. Indica los datos que las definen.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:



041 Sobre una cuadrícula, dibuja cinco figuras distintas que se puedan formar con 5 cuadraditos. Estas figuras se denominan pentaminos. Se pide:

a) Obtén el perímetro de cada figura. **b)** ¿Tienen todas la misma área?



a) $P_1 = 12$ u $P_2 = 10$ u $P_3 = 12$ u $P_4 = 12$ u $P_5 = 12$ u

b) Todas tienen 5 cuadraditos de área.

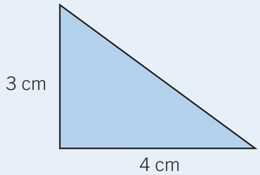
042 ¿Cuánto mide cada uno de los lados de un octógono regular si su perímetro es de 32 cm?

$32 : 8 = 4$ cm mide cada lado del octógono.

043 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA EL PERÍMETRO DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO SI NO SE CONOCE UN LADO?

¿Cuánto mide el perímetro de un triángulo rectángulo cuyos catetos son 3 cm y 4 cm?



PRIMERO. Se calcula cuánto mide el lado desconocido aplicando el teorema de Pitágoras.

$$a^2 = 3^3 + 4^2$$
$$a = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

SEGUNDO. Se halla el perímetro.

$$P = 3 + 4 + 5 = 12 \text{ cm}$$

044 Halla el perímetro de un rombo cuyas diagonales son 12 y 16 cm, respectivamente.

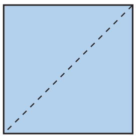
Lado $= \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ cm Perímetro $= 4 \cdot 10 = 40$ cm

045 ¿Cuánto mide el perímetro y la diagonal de un rectángulo de lados 12 cm y 16 cm?

Perímetro $= 12 \cdot 2 + 16 \cdot 2 = 56$ cm

Diagonal $= \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{400} = 20$ cm

046 **Calcula la diagonal y el perímetro de un cuadrado de lado 5 cm.**



Diagonal $= \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 7{,}07$ cm

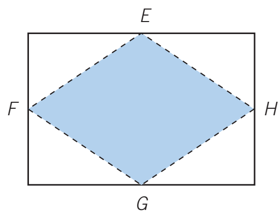
Perímetro $= 5 \cdot 4 = 20$ cm

047 **Halla el lado y la diagonal de un cuadrado de perímetro 40 cm.**

Lado $= 40 : 4 = 10$ cm

Diagonal $= \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 14{,}14$ cm

048 **Si los lados del rectángulo miden 12 cm y 8 cm, y los puntos *E*, *F*, *G* y *H* son los puntos medios de los lados del rectángulo, calcula el perímetro del rombo de la figura.**



Las diagonales del rombo miden lo mismo que los lados del rectángulo.

Lado del rombo $= \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 7{,}21$ cm

Perímetro del rombo $= 4 \cdot 7{,}21 = 28{,}84$ cm

049 **Obtén la longitud de las siguientes circunferencias.**

a) De 12 cm de radio.

b) De 10 cm de diámetro.

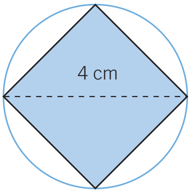
c) Si la tercera parte del radio es 5 cm.

a) $L = 2 \cdot \pi \cdot 12 = 75{,}36$ cm

b) $L = 2 \cdot \pi \cdot 5 = 31{,}4$ cm

c) $L = 2 \cdot \pi \cdot 15 = 94{,}2$ cm

050 **La diagonal de un cuadrado inscrito en una circunferencia mide 4 cm. Halla la longitud de la circunferencia.**



Radio $= \frac{1}{2}$ Diagonal del cuadrado $= 2$ cm

$L = 2 \cdot \pi \cdot 2 = 12{,}56$ cm

051 **Calcula el perímetro del cuadrado inscrito en una circunferencia de radio 5 cm.**

Diagonal del cuadrado $=$ Diámetro de la circunferencia $= 10$ cm

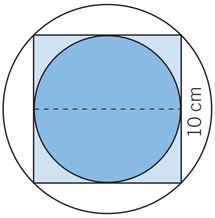
$10^2 = 2 \cdot l^2 \rightarrow l^2 = \sqrt{50} \rightarrow l = 7{,}07$ cm

Perímetro $= 4 \cdot 7{,}07 = 28{,}28$ cm

052 Dado un cuadrado de 10 cm de lado, obtén:

a) La longitud de la circunferencia inscrita en el cuadrado.

b) La longitud de la circunferencia circunscrita en el cuadrado.



a) Diámetro de la circunferencia = Lado = 10 cm

$L = 2 \cdot \pi \cdot 5 = 31{,}4$ cm

b) Diámetro de la circunferencia = Diagonal =

$= \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 14{,}14$ cm

$L = 2 \cdot \pi \cdot 7{,}07 = 44{,}4$ cm

053 En una circunferencia de radio 12 cm, calcula la longitud de los siguientes arcos.

a) 30° **b) 60°** **c) 90°** **d) 120°**

a) $\dfrac{2 \cdot \pi \cdot 12 \cdot 30°}{360°} = 6{,}28$ cm

b) $\dfrac{2 \cdot \pi \cdot 12 \cdot 60°}{360°} = 12{,}56$ cm

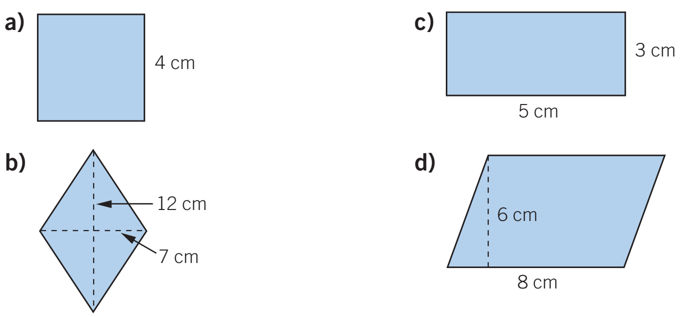
c) $\dfrac{2 \cdot \pi \cdot 12 \cdot 90°}{360°} = 18{,}84$ cm

d) $\dfrac{2 \cdot \pi \cdot 12 \cdot 120°}{360°} = 25{,}12$ cm

054 En una circunferencia, la longitud de un arco de 270° es 628 cm. ¿Cuál será la longitud de la circunferencia?

Longitud de la circunferencia $= \dfrac{360° \cdot 628}{270°} = 837{,}3$ cm

055 Calcula el área de las siguientes figuras.



a) $A = 4 \cdot 4 = 16$ cm^2

b) $A = \dfrac{12 \cdot 7}{2} = 42$ cm^2

c) $A = 5 \cdot 3 = 15$ cm^2

d) $A = 8 \cdot 6 = 48$ cm^2

056 Un cuadrado tiene una superficie de 3 600 m². ¿Cuánto mide cada uno de sus lados?

$l \cdot l = l^2 = 3\,600 \rightarrow l = \sqrt{3\,600} = 60$ cm mide cada lado.

057 **En un rectángulo de 320 cm² de superficie, uno de sus lados mide 20 cm. ¿Cuánto mide el otro?**

$320 = a \cdot 20 \rightarrow a = 320 : 20 = 16$ cm mide el otro lado.

058 **Un rombo tiene un área de 400 cm² y una de sus diagonales mide 40 cm. ¿Cuánto medirá la otra diagonal?**

$A = \frac{40 \cdot d}{2} = 400 \rightarrow d = \frac{2 \cdot 400}{40} = 20$ cm mide la otra diagonal.

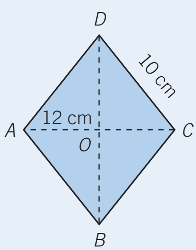
059 **Si un romboide tiene un área de 66 cm² y su altura mide 6 cm, ¿cuánto mide su base?**

$A = b \cdot 6 = 66 \text{ cm}^2 \rightarrow b = \frac{66}{6} = 11$ cm mide su base.

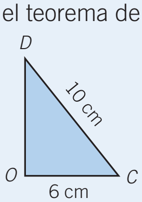
060 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA EL ÁREA DE UN ROMBO CONOCIENDO SU LADO Y UNA DE SUS DIAGONALES?

Halla el área de un rombo en el que una de las diagonales mide 12 cm y el lado 10 cm.



PRIMERO. Se calcula la diagonal desconocida aplicando el teorema de Pitágoras.



$OC = 12 : 2 = 6$ cm $\qquad CD = 10$ cm

$CD^2 = OC^2 + OD^2$

$OD = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$ cm

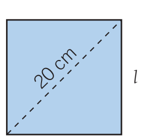
Diagonal mayor $= 2 \cdot 8 = 16$ cm

SEGUNDO. Se halla el área.

$$\text{Área del rombo} = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{16 \cdot 12}{2} = 96 \text{ cm}^2$$

061 **Obtén el área de las siguientes figuras.**

a)

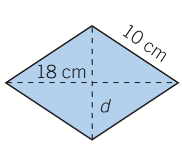


$l^2 + l^2 = 20^2 = 400 \rightarrow$

$2 \cdot l^2 = 400 \rightarrow l^2 = 200$

$\text{Área} = l^2 = 200 \text{ cm}^2$

b)

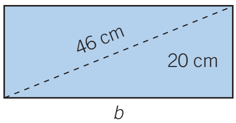


$\frac{d}{2} = \sqrt{10^2 - 9^2} = \sqrt{19} = 4{,}35$ cm

$d = 2 \cdot 4{,}35 = 8{,}7$ cm

$\text{Área} = \frac{18 \cdot 8{,}7}{2} = 78{,}3 \text{ cm}^2$

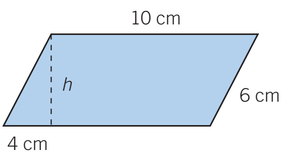
c)



$b = \sqrt{46^2 - 20^2} = \sqrt{1716} = 41{,}42$ cm

$\text{Área} = 41{,}42 \cdot 20 = 828{,}4$ cm^2

d)

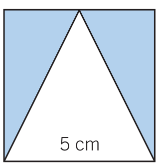


$h = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20} = 4{,}47$ cm

$\text{Área} = 10 \cdot 4{,}47 = 44{,}7$ cm^2

062 **Calcula el área de las zonas coloreadas.**

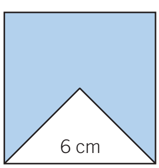
a)



Área = Área del cuadrado − Área del triángulo

$$\text{Área} = 5 \cdot 5 - \frac{5 \cdot 5}{2} = 12{,}5 \text{ cm}^2$$

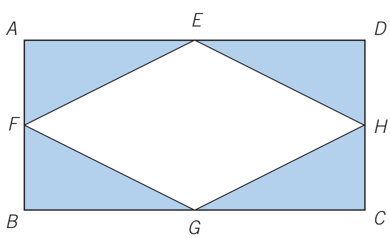
b)



Área = Área del cuadrado − Área del triángulo

$$\text{Área} = 6 \cdot 6 - \frac{6 \cdot 3}{2} = 27 \text{ cm}^2$$

063 **Un rectángulo *ABCD* mide 8 cm de ancho y el doble de largo. Los puntos *E*, *F*, *G* y *H* son los puntos medios de los lados del rectángulo. Calcula el área de la zona coloreada.**



$$\text{Área} = \frac{1}{2} \text{ Área del rectángulo} = \frac{8 \cdot 16}{2} = 64 \text{ cm}^2$$

064 **Obtén el área de los siguientes triángulos.**

a) Base = 5 cm y altura = 12 cm

b) Base = 8 dm y altura = 13 cm

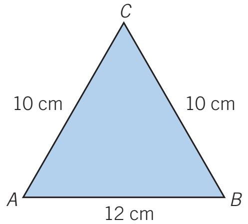
c) Base = 5 dm y altura = 15 cm

a) $A = \dfrac{5 \cdot 12}{2} = 30$ cm^2

b) $A = \dfrac{80 \cdot 13}{2} = 520$ cm^2

c) $A = \dfrac{50 \cdot 15}{2} = 375$ cm^2

065 En este triángulo isósceles, calcula.



a) El perímetro del triángulo.

b) La altura del triángulo.

c) El área del triángulo.

a) Perímetro $= 2 \cdot 10 + 12 = 32$ cm

b) $h = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$ cm

c) Área $= \dfrac{12 \cdot 8}{2} = 48$ cm^2

066 En un triángulo isósceles, los lados iguales AC y BC miden 20 cm y la base AB tiene 24 cm de longitud. Calcula su perímetro, su altura y su área.

Perímetro $= 2 \cdot 20 + 24 = 64$ cm

$h = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{256} = 16$ cm

Área $= \dfrac{24 \cdot 16}{2} = 192$ cm^2

067 Halla el área de un triángulo equilátero de perímetro 60 cm.

Lado $= 60 : 3 = 20$ cm

$h = \sqrt{20^2 - 10^2} = \sqrt{300} = 17{,}3$ cm

Área $= \dfrac{20 \cdot 17{,}3}{2} = 173$ cm^2

068 Un triángulo isósceles tiene de perímetro 32 cm y la medida del lado desigual es 12 cm.

a) ¿Cuánto mide su altura?

b) ¿Cuál es su área?

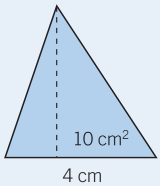
$32 - 12 = 20$ cm $\rightarrow$ $20 : 2 = 10$ cm mide cada lado igual.

a) $h = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$ cm

b) $A = \dfrac{12 \cdot 8}{2} = 48$ cm^2

069 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA LA ALTURA DE UN TRIÁNGULO CONOCIENDO SU BASE Y SU ÁREA?



Calcula la altura de un triángulo cuya base mide 4 cm y tiene un área de 10 cm².

PRIMERO. Se sustituyen los datos que se tienen en la fórmula del área del triángulo.

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \xrightarrow{A\,=\,10,\; b\,=\,4} 10 = \frac{4 \cdot h}{2}$$

SEGUNDO. Se despeja h.

$$10 = \frac{4 \cdot h}{2} \to 10 \cdot 2 = 4 \cdot h \to h = \frac{10 \cdot 2}{4} \to h = 5 \text{ cm}$$

070 **Calcula la altura de un triángulo cuya base mide 18 cm y su área 9 dm².**

$$A = \frac{18 \cdot h}{2} = 900 \text{ cm}^2 \to 18 \cdot h = 1\,800 \to h = \frac{1\,800}{18} = 100 \text{ cm}$$

071 **Halla la altura de un triángulo de 2 cm de base y 1 dm² de área.**

$$A = \frac{2 \cdot h}{2} = 100 \text{ cm}^2 \to h = 100 \text{ cm}$$

072 **Determina la altura de un triángulo de 8 cm de base y 64 cm² de área. ¿Cómo es el triángulo?**

$$A = \frac{8 \cdot h}{2} = 64 \text{ cm}^2 \to 8 \cdot h = 128 \to h = \frac{128}{8} = 16 \text{ cm}$$

Lo único que podemos decir del triángulo es que su altura es el doble que su base y que, por tanto, no puede ser equilátero.

073 **En un triángulo rectángulo isósceles, el área mide 50 m². Calcula la base y la altura.**

$$A = \frac{b \cdot b}{2} = 50 \text{ cm}^2 \to b^2 = 100 \to b = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

La base y la altura miden 10 cm.

074 **Las bases de un trapecio miden 0,8 dm y 7 cm. ¿Qué superficie tendrá, si la altura es 4 cm?**

$$A = \frac{8 + 7}{2} \cdot 4 = 30 \text{ cm}^2$$

075 **Las bases de un trapecio rectángulo miden 10 m y 15 m, y su altura 8 m. Calcula su área.**

$$A = \frac{10 + 15}{2} \cdot 8 = 100 \text{ m}^2$$

076 **Halla el área de un trapecio rectángulo de bases 8 cm y 12 cm, y de lado perpendicular a las bases 5 cm.**

$$A = \frac{8 + 12}{2} \cdot 5 = 50 \text{ cm}^2$$

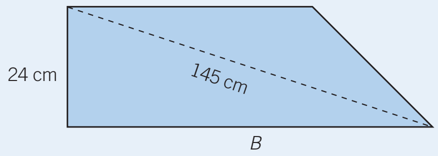
077 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA EL ÁREA DE UN TRAPECIO RECTÁNGULO CONOCIENDO SUS DIAGONALES Y SU ALTURA?

Las diagonales de un trapecio rectángulo miden 26 cm y 145 cm, y su altura 24 cm. Calcula su área.

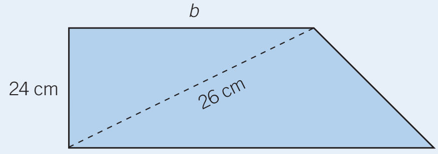
PRIMERO. Se considera una de sus diagonales y se calcula una de las bases, aplicando el teorema de Pitágoras.

$$145^2 = 24^2 + B^2 \rightarrow B^2 = 145^2 - 24^2 \rightarrow B^2 = 20\,499 \rightarrow B = \sqrt{20\,499} = 143 \text{ cm}$$



SEGUNDO. Se toma la otra diagonal y se calcula la otra base, aplicando el teorema de Pitágoras.

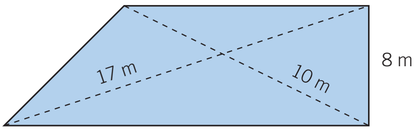
$$26^2 = 24^2 = b^2 \rightarrow b^2 = 26^2 - 24^2 \rightarrow b^2 = 100 \rightarrow b = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$



TERCERO. Se aplica la fórmula del área.

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(143 + 10) \cdot 24}{2} = 1\,836 \text{ cm}^2$$

078 **Las diagonales de un trapecio rectángulo miden 10 m y 17 m, y su altura 8 m. Determina su área.**



$$\text{Base mayor} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

$$\text{Base menor} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

$$A = \frac{15 + 6}{2} \cdot 8 = 84 \text{ cm}^2$$

079 En un trapecio rectángulo, las bases miden 7 y 12 cm, respectivamente, y su altura 5 cm. Halla sus diagonales.

$$\text{Diagonal mayor} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

$$\text{Diagonal menor} = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{74} = 8{,}6 \text{ cm}$$

080 Obtén la altura y el área de un trapecio rectángulo cuya base menor mide 12 cm, la diagonal menor 15 cm y el lado oblicuo 13 cm.

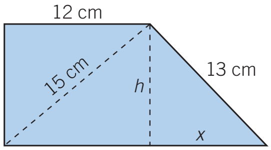
$$h = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9 \text{ cm}$$

$$\text{Base mayor} = 12 + x$$

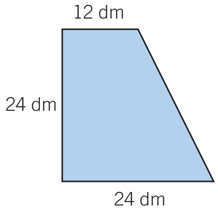
$$x = \sqrt{13^2 - 9^2} = \sqrt{88} = 9{,}38 \text{ cm}$$

$$\text{Base mayor} = 12 + 9{,}38 = 21{,}38 \text{ cm}$$

$$A = \frac{21{,}38 + 12}{2} \cdot 9 = 50{,}21 \text{ cm}^2$$

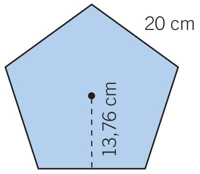


081 Calcula el área del trapecio rectángulo cuya base mayor es doble que la menor, y esta es igual a su altura, que mide 24 dm.



$$A = \frac{24 + 12}{2} \cdot 24 = 432 \text{ dm}^2$$

082 Calcula el área de un pentágono regular cuyo lado mide 20 cm y su apotema 13,76 cm.



$$A = \frac{5 \cdot 20 \cdot 13{,}76}{2} = 688 \text{ cm}^2$$

083 Obtén el área de un hexágono regular cuyo lado mide 25 cm y su apotema 21,65 cm.

$$A = \frac{6 \cdot 25 \cdot 21{,}65}{2} = 1\,623{,}75 \text{ cm}^2$$

084 Halla el lado de un hexágono regular de apotema 6 cm y área 124,7 cm^2.

$$A = \frac{6 \cdot l \cdot 6}{2} = 124{,}7 \text{ cm}^2 \rightarrow 18 \cdot l = 124{,}7 \rightarrow l = 6{,}9 \text{ cm mide el lado.}$$

085 Determina el perímetro de un heptágono regular de área 215,75 dm² y apotema 8 dm.

$$A = \frac{7 \cdot l \cdot 8}{2} = 215{,}75 \text{ dm}^2 \rightarrow 28 \cdot l = 215{,}75 \rightarrow l = 7{,}7 \text{ dm mide el lado.}$$

086 Calcula la apotema de un octógono regular de lado 56 cm y radio 73,17 cm.

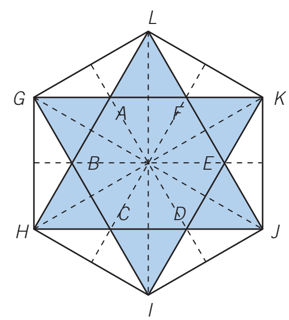
$$\text{Apotema} = \sqrt{73{,}17^2 - 28^2} = \sqrt{4\,569{,}84} = 67{,}6 \text{ cm}$$

087 Halla el área de un decágono regular de lado 22,87 cm y radio 37 cm.

$$\text{Apotema} = \sqrt{37^2 - 11{,}435^2} = \sqrt{1\,238{,}240775} = 35{,}19 \text{ cm}$$

$$A = \frac{10 \cdot 22{,}87 \cdot 35{,}19}{2} = 4\,023{,}98 \text{ cm}^2$$

088 El lado del hexágono regular ***ABCDEF*** mide 8 cm y su apotema 6,9 cm.



a) ¿Cuál es el área del hexágono *ABCDEF*?

b) ¿Y el área de la figura coloreada?

c) ¿Cuál será el área del hexágono *GHIJKL*?

d) ¿Qué fracción del hexágono *GHIJKL* representa el área de la figura coloreada?

a) $A = \frac{6 \cdot 8 \cdot 6{,}9}{2} = 165{,}6 \text{ cm}^2$

b) El área de la figura coloreada es el doble del área del hexágono *ABCDEF*, es decir, $2 \cdot 165{,}6 = 331{,}2 \text{ cm}^2$.

c) El área del hexágono *GHIJKL* es el triple del área del hexágono *ABCDEF*, es decir, $3 \cdot 165{,}6 = 496{,}8 \text{ cm}^2$.

d) $\frac{331{,}2}{496{,}8} = \frac{2}{3}$

089 Dada una circunferencia de 6 cm de diámetro:

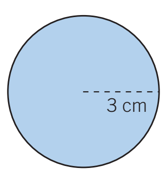
a) Calcula su radio.

b) Dibuja la circunferencia y señala el círculo.

c) Halla el área del círculo.

a) Radio = 3 cm

b)



c) $A = \pi \cdot 3^2 = 28{,}26 \text{ cm}^2$

090 ●●

Considerando un círculo de 46 cm² de área:

a) Calcula el radio y el diámetro.

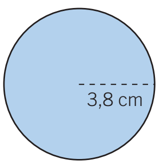
b) Dibuja la circunferencia y señala el círculo.

c) Obtén la longitud de la circunferencia.

a) $46 = \pi \cdot r^2 \rightarrow r = \sqrt{\dfrac{46}{3{,}14}} = \sqrt{14{,}65} = 3{,}8$ cm

$d = 2 \cdot 3{,}8 = 7{,}6$ cm

b)



c) $L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 7{,}6 = 47{,}728$ cm

091 ●

Determina el área de un círculo, sabiendo que la longitud de la circunferencia que lo delimita es 25,12 cm.

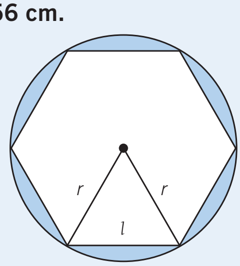
$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 25{,}12 \rightarrow r = \dfrac{25{,}12}{2 \cdot \pi} = 4$ cm $\qquad A = \pi \cdot 4^2 = 50{,}24$ cm^2

092

HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA EL PERÍMETRO DE UN HEXÁGONO REGULAR CONOCIENDO LA LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA QUE LO CIRCUNSCRIBE?

Calcula el perímetro del hexágono inscrito en la circunferencia, si la longitud de la circunferencia es 12,56 cm.



PRIMERO. Se calcula el radio.

$L = 2\pi r \xrightarrow{L\, =\, 12{,}56} 12{,}56 = 2\pi r \qquad r = \dfrac{12{,}56}{2\pi} = 2$ cm

SEGUNDO. En un hexágono regular, el radio es igual al lado.

$l = r = 2$ cm $\rightarrow P = 6 \cdot 2 = 12$ cm

093 ●

Halla el perímetro del hexágono regular inscrito en la circunferencia, sabiendo que la longitud de la misma es 15,7 cm.

$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 15{,}7$ cm $\rightarrow r = \dfrac{15{,}7}{2 \cdot \pi} = 2{,}5$ cm mide el radio del círculo.

Como el lado del hexágono es igual al radio: Perímetro $= 6 \cdot 2{,}5 = 15$ cm.

094 Una circunferencia tiene 3,5 cm de radio.

a) ¿Cuál es el perímetro del hexágono regular inscrito?

b) ¿Y el del cuadrado circunscrito?

a) Perímetro $= 3,5 \cdot 6 = 21$ cm

b) La diagonal del cuadrado es: $2 \cdot 3,5 = 7$ cm

El lado del cuadrado es: $2l^2 = \sqrt{\frac{49}{2}} = 4,95$ cm

Perímetro $= 4 \cdot 4,95 = 19,8$ cm

095 **Un hexágono regular está inscrito en una circunferencia de radio 10 cm. ¿Cuál es el área comprendida entre ambos?**

El área comprendida es igual al área del círculo menos el área del hexágono.

Área del círculo $= \pi \cdot 10^2 = 314$ cm^2

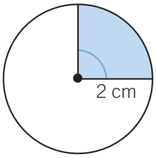
Apotema del hexágono $= \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8,66$ cm

Área del hexágono $= \dfrac{6 \cdot 10 \cdot 8,66}{2} = 259,8$ cm^2

Área comprendida $= 314 - 259,8 = 54,2$ cm^2

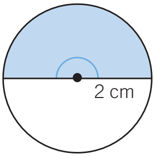
096 **Halla el área de estos sectores circulares.**

a)



$$A = \frac{\pi \cdot 2^2}{4} = 3,14 \text{ cm}^2$$

b)



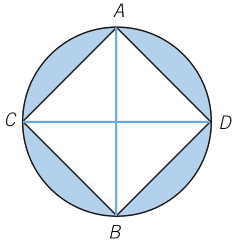
$$A = \frac{\pi \cdot 2^2}{2} = 6,28 \text{ cm}^2$$

097 **Dibuja una circunferencia de 4 cm de radio. Traza un diámetro *AB* y otro diámetro *CD* perpendicular al diámetro *AB*, y calcula.**

a) El área del círculo.

b) El área del cuadrilátero *ACBD*.

c) El área de la superficie comprendida entre el círculo y el cuadrilátero.



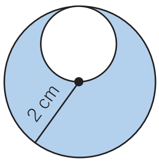
a) Área del círculo $= \pi \cdot 4^2 = 50,24$ cm^2

b) Lado del cuadrado $= \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 5,6$ cm

Área del cuadrado $= 5,6 \cdot 5,6 = 32$ cm^2

c) Área del círculo $-$ Área del cuadrado $= 50,24 - 32 =$
$= 18,24$ cm^2

098 ¿Cuál es el área de la región coloreada?



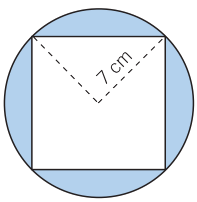
El círculo menor tiene 2 cm de diámetro, por tanto, 1 cm de radio.

Área = Área del círculo mayor − Área del círculo menor =

$= \pi \cdot 2^2 - \pi \cdot 1^2 = 9{,}42\ \text{cm}^2$

099 Obtén el área de las zonas coloreadas.

a)

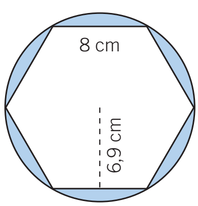


Lado del cuadrado $= \sqrt{7^2 + 7^2} = \sqrt{98} = 9{,}8$ cm

Área = Área del círculo − Área del cuadrado =

$= \pi \cdot 7^2 - 9{,}8^2 = 55{,}86\ \text{cm}^2$

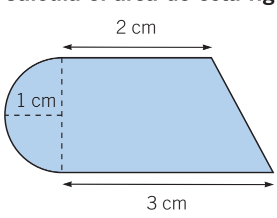
b)



Área = Área del círculo − Área del hexágono =

$$= \pi \cdot 8^2 - \frac{6 \cdot 8 \cdot 6{,}9}{2} = 35{,}36\ \text{cm}^2$$

100 Calcula el área de esta figura:

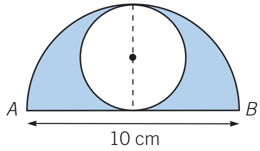


Área = Área del trapecio + Área del semicírculo =

$$= \frac{3+2}{2} \cdot 2 + \frac{\pi \cdot 1^2}{2} = 6{,}57\ \text{cm}^2$$

101 Determina el área y el perímetro de las siguientes figuras, y explica cómo lo haces.

a)



a) Área = Área del semicírculo − Área del círculo =

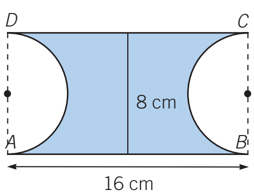
$$= \frac{\pi \cdot 5^2}{2} - \pi \cdot 2{,}5^2 = 19{,}625\ \text{cm}^2$$

Perímetro = Perímetro del semicírculo +

\+ Perímetro del círculo =

$= 5 \cdot \pi + 10 + 2 \cdot \pi \cdot 2{,}5 = 41{,}4$ cm

b)



b) Área = Área del rectángulo − Área del círculo =

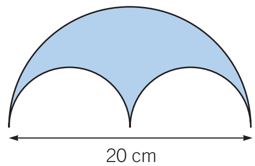
$= 16 \cdot 8 - \pi \cdot 4^2 = 77{,}76\ \text{cm}^2$

Perímetro = 2 · Base + Perímetro del círculo =

$= 2 \cdot 16 + 2 \cdot \pi \cdot 4 = 57{,}12$ cm

Perímetros y áreas

102 **Obtén el área de la figura coloreada.**

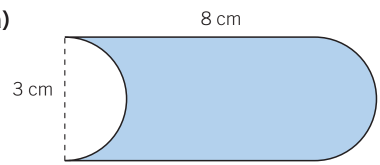


El área de la figura es igual al área del semicírculo de radio 10 cm menos el área del círculo de radio 5 cm.

$$\text{Área} = \frac{\pi \cdot 10^2}{2} - \pi \cdot 5^2 = 78{,}5\ \text{cm}^2$$

103 **Determina el área de estas figuras.**

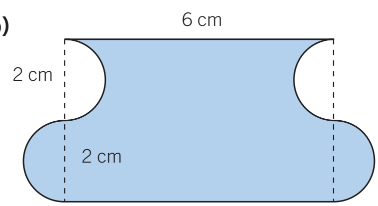
a)



a) El área de la figura es igual al área del rectángulo de base 8 cm y altura 3 cm.

$$\text{Área} = 8 \cdot 3 = 24\ \text{cm}^2$$

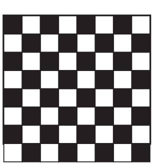
b)



b) El área de la figura es igual al área del rectángulo de base 6 cm y altura 4 cm.

$$\text{Área} = 6 \cdot 4 = 24\ \text{cm}^2$$

104 **¿Cuál es el área de un tablero de ajedrez si cada casilla tiene 25 mm de lado?**



Área de una casilla $= 25 \cdot 25 = 625\ \text{mm}^2$

Área del tablero $= 64 \cdot 625 = 40\,000\ \text{mm}^2 = 4\ \text{dm}^2$

105 **¿Cuántas baldosas hay en un salón cuadrado de 6 m de longitud si cada baldosa es cuadrada y mide 20 cm de lado?**

$600 : 20 = 30$ baldosas hay en cada lado.

$30 \cdot 30 = 900$ baldosas hay en el salón.

106 **Calcula cuánto medirá el lado de una baldosa cuadrada que tiene de superficie 324 cm².**

$324 = l^2 \rightarrow l = \sqrt{324} = 18$ cm medirá el lado de la baldosa.

107 **¿Cuánto costará empapelar una pared cuadrada de 3,5 m de lado con un papel que cuesta 4 €/m²?**

Superficie $= 3{,}5 \cdot 3{,}5 = 12{,}25$ m²

Por tanto, $12{,}25 \cdot 4 = 49$ € costará empapelarla.

108 **Una habitación cuadrada tiene una superficie de 25 m². Se va a poner una cenefa alrededor que cuesta 2 €/m. ¿Cuánto valdrá?**

$l^2 = 25 \rightarrow \sqrt{25} = 5$ m   Perímetro $= 4 \cdot 5 = 20$ m

$20 \cdot 2 = 40$ € costará poner la cenefa.

109 **Plantamos árboles en un jardín cuadrado de 256 m² de área. Si cada 4 m se pone un árbol, ¿cuántos árboles se plantarán?**

Lado del jardín $= \sqrt{256} = 16$ m

Como hay $16 : 4 = 4$ espacios entre los árboles, habrá 5 árboles en cada lado y 25 árboles en total.

110 **¿Cuántos árboles podremos plantar en un terreno con forma de paralelogramo de 30 m de largo y 32 m de ancho, si cada árbol necesita una superficie de 4 m²?**

Área del terreno $= 30 \cdot 32 = 960$ m²

$960 : 4 = 240$ árboles se pueden plantar.

111 **¿Cuánto costará cubrir de plástico un terreno en forma de rombo, con diagonales de 68,65 m y 43,8 m si cuesta 30 €/m²?**

Área del terreno $= \dfrac{68{,}65 \cdot 43{,}8}{2} = 1\,065{,}435$ m²

$1\,065{,}435 \cdot 30 = 31\,963{,}05$ € costará cubrir el terreno.

112 **Se va a sembrar de césped un campo de golf que tiene forma de trapecio. Sus bases miden: 4 hm, 9 dam y 5 m, y 1 hm y 5 m. Si su altura es de 80 m, ¿cuánto costará si sembrar un metro cuadrado vale 2 €?**

Área del terreno $= \dfrac{495 + 105}{2} \cdot 80 = 24\,000$ m²

$24\,000 \cdot 2 = 48\,000$ € costará sembrarlo de césped.

113 **El suelo de una habitación tiene forma de trapecio. Sus bases miden 4,3 m y 3,4 m, y la altura es de 2 m.**

a) Calcula su área.

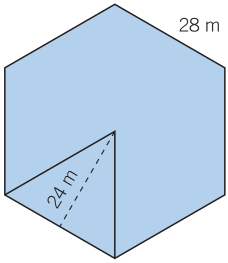
b) ¿Cuánto tendremos que pagar por acuchillar el parqué del suelo si el precio por metro cuadrado es de 10 €?

a) Área $= \dfrac{4{,}3 + 3{,}4}{2} \cdot 2 = 7{,}7$ m²

b) $7{,}7 \cdot 10 = 77$ € habrá que pagar por acuchillarlo.

114 ¿Qué superficie ocupará una casa cuya planta tiene forma de hexágono, si su lado mide 28 m y su apotema 24 m?

¿Cuánto costará impermeabilizar la azotea si el precio es de 15 €/m²?



$$\text{Área} = \frac{28 \cdot 6 \cdot 24}{2} = 2\,016 \text{ m}^2$$

$2\,016 \cdot 15 = 30\,240$ € costará impermeabilizar la azotea.

115 **Calcula la longitud del camino recorrido por una rueda de 64 cm de radio si da 100 vueltas.**

Longitud de la rueda $= 2 \cdot \pi \cdot 64 = 401{,}92$ cm $= 4{,}0192$ m en una vuelta.

$4{,}0192 \cdot 100 = 401{,}92$ m mide el camino recorrido.

116 **La luz que emite un faro forma un ángulo de 128°.**

a) A 6 millas marinas del faro, ¿cuál es la longitud del arco de la circunferencia donde se percibe la luz? (1 milla marina = 1 852 m)

b) Si el alcance máximo de iluminación del faro es de 7 millas, ¿cuál es la longitud del arco correspondiente?

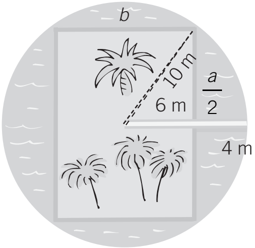
a) 6 millas = 11 112 m

$$\text{Longitud del arco} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 11112 \cdot 128°}{360°} = 24\,811{,}86 \text{ m}$$

b) 7 millas = 12 964 m

$$\text{Longitud del arco} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 12\,964 \cdot 128°}{360°} = 28\,947{,}17 \text{ m}$$

117 **Hace mucho tiempo, un rey quiso construir un jardín rectangular dentro de un estanque circular de radio 10 m. Convocó un concurso, dando a los participantes el siguiente plano, pero ninguno logró calcular el área del jardín.**



a) Calcula el perímetro del jardín.

b) ¿Cuál es el área del jardín en hectáreas?

c) ¿Y el área de la parte del estanque no ocupada por el jardín?

d) ¿Qué porcentaje del área total del estanque ocupa el jardín?

a) $\dfrac{a}{2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ m} \rightarrow a = 2 \cdot 8 = 16 \text{ m}$

$b = 2 \cdot 6 = 12 \text{ m}$

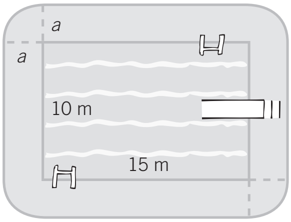
Perímetro $= 2 \cdot 16 + 2 \cdot 12 = 56$ m

b) Área $= 12 \cdot 16 = 192 \text{ m}^2 = 0{,}0192$ ha

c) Área $=$ Área del círculo $-$ Área del jardín $= \pi \cdot 10^2 - 192 = 122 \text{ m}^2$

d) $\dfrac{122}{192} = \dfrac{61}{96} = 63{,}54\ \%$

118 **Una piscina rectangular, de 15 m de largo y 10 m de ancho, está rodeada de césped.**



a) Expresa el área de la zona de césped en función de *a*.

b) ¿Para qué valores de *a* el área del césped es mayor que la de la piscina?

a) Área de la zona de césped:

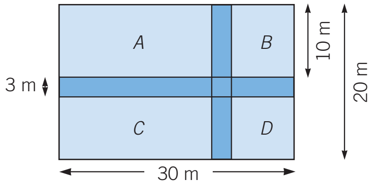
$$2 \cdot 15 \cdot a + 2 \cdot 10 \cdot a + \pi \cdot a^2 = 50a + \pi a^2$$

b) Área de la piscina $= 15 \cdot 10 = 150 \text{ m}^2$

$$(50a + \pi a^2) > 150 \rightarrow \pi a^2 + 50a - 150 > 0 \rightarrow a > 2{,}582 \text{ m}$$

$$a = \frac{-50 \pm \sqrt{50^2 + 4 \cdot \pi \cdot 150}}{2\pi} = \begin{cases} a = 2{,}58 \\ a = -1{,}58 \end{cases}$$

119 **En la figura dada, halla las áreas de los rectángulos *A*, *B* y *C* y la del cuadrado *D*.**



Lado de la figura $D = 20 - 10 - 3 = 7$. Área del cuadrado $D = 7 \cdot 7 = 49 \text{ cm}^2$

Área de la figura $B = 7 \cdot 10 = 70 \text{ cm}^2$

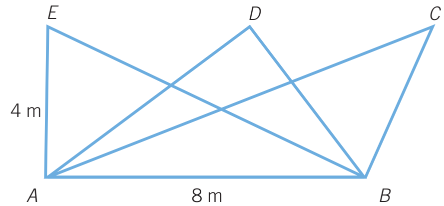
Base de la figura $C = 30 - 7 - 3 = 20$ cm

Área de la figura $C = 7 \cdot 20 = 140 \text{ cm}^2$

Área de la figura $A = 20 \cdot 10 = 200 \text{ cm}^2$

Perímetros y áreas

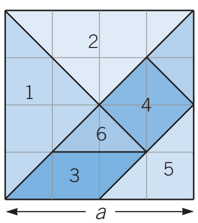
120 **Calcula el área de los triángulos $\widehat{ACB}$, $\widehat{ADB}$ y $\widehat{AEB}$. ¿Qué observas?**



Todos los triángulos tienen igual base y altura, luego tienen la misma área.

$$\text{Área} = \frac{8 \cdot 4}{2} = 16 \text{ m}^2$$

121 **Calcula el área de cada una de las piezas de este *tangram* chino en función de *a*.**



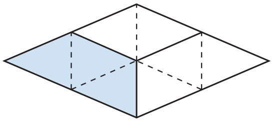
El área del *tangram* es a^2.

El área de la pieza 1 y de la pieza 2 es igual a $\frac{1}{4}$ de $a^2 = \frac{a^2}{4}$.

Las piezas 3, 4 y 5 son la mitad de la pieza 1: $\frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{8}$.

Las piezas 6 y 7 son la mitad de la pieza 4: $\frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{8} = \frac{a^2}{16}$.

122 **¿Qué fracción del área del rombo ocupa la zona coloreada?**

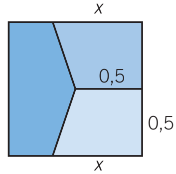


Descomponemos el rombo en 8 triángulos iguales como indica la figura. La zona coloreada representa $\frac{3}{8}$ del total.

123 **Dividimos un cuadrado de lado 1 en tres partes de igual área, uniendo el centro del cuadrado con tres lados, como indica la figura.**

Se forman así dos trapecios iguales y un pentágono.

Calcula la longitud de la base mayor de cada trapecio.



El área de cada trapecio es $\frac{1}{3}$.

$$\frac{1}{3} = \frac{0,5 + x}{2} \cdot 0,5 = \frac{0,5 + x}{4} \rightarrow x + 0,5 = \frac{4}{3} \rightarrow x = \frac{5}{6} = 0,83 \text{ cm}$$

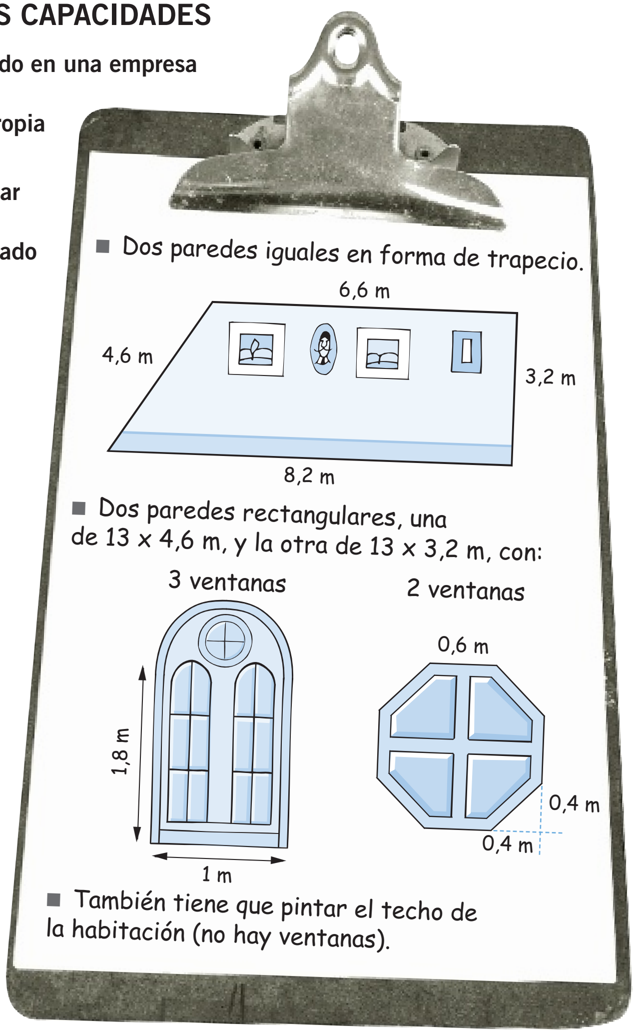
La base mayor de cada trapecio mide 0,83 cm.

PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

124 ●●●

Tras varios años trabajando en una empresa de decoración, Jacinto ha decidido montar su propia empresa.

Su primer trabajo es pintar la planta superior de una casa rural, donde ha tomado estas notas:



Eres capaz de... Comprender

a) **¿Cuánto miden las superficies que se van a pintar? ¿Y el perímetro de las ventanas?**

Eres capaz de... Resolver

b) **Haz un presupuesto con estos datos:**

Cinta adhesiva para no manchar los contornos de las ventanas ..... 2,40 €/m
Pintura .... 2,60 €/m²
Mano de obra .... 4,80 €/m²

ERES CAPAZ DE… DECIDIR

c) Jacinto presenta otro presupuesto de 1 500 € en el que no incluye la pintura, ¿qué presupuesto consideras que es más conveniente?

a) Área de la pared con forma de trapecio:

$$\text{Área} = \frac{8{,}2 + 6{,}6}{2} \cdot 3{,}2 = 23{,}68 \text{ m}^2$$

Las dos paredes con forma de trapecio tendrán un área de:

$$47{,}36 \text{ m}^2$$

Las dos paredes rectangulares tendrán un área de:

$$13 \cdot 4{,}6 + 13 \cdot 3{,}2 = 59{,}8 + 41{,}6 = 101{,}4 \text{ m}^2$$

Área de la ventana alta = Área del rectángulo + Área del semicírculo =

$$= 1 \cdot 1{,}8 + \frac{\pi \cdot 0{,}5^2}{2} = 2{,}1925 \text{ m}^2$$

Área de la ventana octogonal = Área del cuadrado − Área esquinas =

$$= (0{,}4 + 0{,}6 + 0{,}4)^2 - 4 \cdot \frac{0{,}4 \cdot 0{,}4}{2} = 1{,}64 \text{ m}^2$$

Área de la zona pintada en las paredes rectangulares:

$$101{,}4 - 3 \cdot 2{,}1925 - 2 \cdot 1{,}64 = 91{,}5425 \text{ m}^2$$

Área del techo:

$$6{,}6 \cdot 13 = 85{,}8 \text{ m}^2$$

Área total pintada:

$$47{,}36 + 91{,}5425 + 85{,}8 = 224{,}7025 \text{ m}^2$$

Perímetro de la ventana alta:

$$2 \cdot 1{,}8 + 1 + \pi \cdot 0{,}5 = 6{,}17 \text{ m}$$

Lado de la ventana octogonal que no es 0,6 cm:

$$\text{Lado} = \sqrt{0{,}4^2 + 0{,}4^2} = \sqrt{0{,}32} = 0{,}57 \text{ cm}$$

Perímetro de la ventana octogonal:

$$\text{Perímetro} = 4 \cdot 0{,}6 + 4 \cdot 0{,}57 = 4{,}68 \text{ m}$$

Perímetro total de las ventanas:

$$\text{Perímetro} = 3 \cdot 6{,}17 + 2 \cdot 4{,}68 = 27{,}87 \text{ m}$$

b) Precio de la pintura = 224,7025 · 2,60 = 584,23 €

Precio de la cinta adhesiva = 27,87 · 2,40 = 66,89 €

Precio de la mano de obra = 4,80 · 224,7025 = 1 078,57 €

Presupuesto = 1 078,57 + 66,89 + 584,23 = 1 729,69 €

c) 1 500 + 584,23 = 2 084,23 €

Este presupuesto es más caro que el presupuesto anterior.

125 Lee la siguiente noticia:

Nuevo desastre ecológico

Varias grietas en el casco del petrolero *Orosucio* provocan el vertido de miles de litros de fuel en el puerto de Feixó.

Los vertidos se produjeron durante la noche y fueron advertidos por los vigilantes del puerto. Se han puesto en marcha medidas de emergencia encaminadas a tapar la salida del puerto para impedir que el fuel se extienda por el mar.

Los técnicos estiman que la superficie del puerto podría estar limpia en 18 horas y advierten que les será imposible limpiar más de 6 ha por hora. Si se sobrepasase este tiempo, el petróleo rebasaría la entrada del puerto y sería irremediable su extensión por el mar.

ERES CAPAZ DE… COMPRENDER

a) **¿Qué forma tiene el puerto?**

b) **¿Cuánta superficie se puede limpiar en una hora?**

c) **¿En cuánto tiempo se estima que puede estar limpio el puerto?**

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

d) **¿Cuál es la superficie del puerto?**

ERES CAPAZ DE… DECIDIR

e) **¿Crees que son ciertas las informaciones que proporcionan los técnicos?**

a) Tiene forma de semicírculo.

b) Se pueden limpiar 6 ha por hora.

c) Se estima que puede estar limpio en 48 horas.

d) Lo primero que calculamos es el radio usando el teorema de Pitágoras:

$$1\,200^2 = 730^2 + r^2 \to r^2 = 1\,440\,000 - 532\,900 = 907\,100$$
$$\to r = \sqrt{907\,100} = 952{,}42 \text{ m}$$

El área del puerto es: $\dfrac{\pi \cdot 952{,}42^2}{2} = 1\,424\,153 \text{ m}^2$

e) Se pueden limpiar hasta 6 hectáreas por hora $= 60\,000$ m^2 por hora.

El tiempo que se tarda en limpiar es: $1\,424\,153 : 60\,000 = 23{,}7$ horas, luego necesitan más de 18 horas para limpiar completamente el puerto.