Tema 10. (I) Expresiones algebraicas Resumen

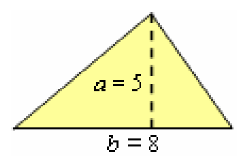
¿Qué es una expresión algebraica?
Son las expresiones en las que aparecen números y letras, unidos por las operaciones habituales.
Ejemplos: Son expresiones algebraicas las siguientes:
a) $a+2\cdot b-3$ b) $2\cdot x$ c) $x^2-2\cdot x$ d) $2\cdot x=14$ e) $2\cdot a^2\cdot b-4\cdot b+5$

- El punto de multiplicar suele quitarse cuando está entre números y letras o entre letras. Así, las expresiones algebraicas del ejemplo anterior se pueden escribir como sigue:
  a) $a+2\cdot b-3=a+2b-3$ b) $2\cdot x=2x$ d) $2x=14$ e) $2a^2b-4b+5$
- Las letras pueden tomar valores. Esos valores pueden indicarse: decir cuánto valen. Otras veces hay que calcularlos: descubrirlos.

Ejemplos: a) Si se dice que $a = 5$ y $b = -7$, entonces, las expresiones algebraicas:
$a+2b-3 = 5 + 2 \cdot (-7) - 3 = 5 - 14 - 3 = 5 - 17 = -12$.
$2a^2b-4b+5 = 2 \cdot 5^2 \cdot (-7) - 4 \cdot (-7) + 5 = 2 \cdot 25 \cdot (-7) + 28 + 5 = -350 + 33 = -317$.
Observa que al sustituir las letras por números hay que poner los puntos de multiplicar.
b) S $x = 3$, entonces: $2x = 2 \cdot 3 = 6$; $x^2-2\cdot x = 3^2 - 2 \cdot 3 = 9 - 6 = 3$.
c) La expresión $2x=14$ es una ecuación. En este caso se trata de encontrar el valor que debe tomar x para que se cumpla la igualdad. Es fácil ver que el único valor posibles es $x = 7$.

- Las fórmulas son expresiones algebraicas.

Ejemplo: La fórmula que da el área de un triangulo es $A=\frac{b\cdot a}{2}$, donde b representa la base y a la altura. Si la base mide 8 y altura 5, el área del triángulo es: $A=\frac{8\cdot 5}{2}=20$.



Monomios
Son las expresiones algebraicas más simples. Sólo tiene un término.
Un término es: un número; una letra; o un producto de números por letras.
Ejemplos: a) Cualquier número es un término. Así, 8, –3 o $\frac{4}{3}$ son términos, que por no tener ninguna letra junto a ellos se llaman términos independientes.
b) Cualquier letra es un término. Así, a, b o x son términos.
c) Cualquier producto de números por letras es un término. Así, $3\cdot a$, $-4\cdot a\cdot x$ o $x\cdot x$ son términos. Esos términos suele escribirse omitiendo los puntos. Así: $3a$, $-4ax$ o x^2.
d) La expresión $2a^2b-4b+5$ no es un monomio, pues esta formada por tres términos. Por tanto, si hay sumas o restas la expresión no es un monomio. Se llamará polinomio.

- En un monomio, al número se le llama coeficiente; a la letra o letras que lo multiplican se le llama parte literal.

Ejemplo: La parte literal de $3a$, $-4ax$ y x^2 es, respectivamente, a, ax y x^2. Sus coeficientes, también respectivamente, son: 3, –4 y 1.
Observa que cuando la parte literal no lleva número, su coeficiente es 1; y si va sola con signo negativo, su coeficiente es –1. No se ponen por comodidad. Así, los coeficientes de $-ab^2$ y de x^3 son, respectivamente, –1 y 1.

- El <u>grado de un monomio</u> es el grado de la parte literal, que es la suma de los grados de las letras que la forman.

Ejemplo: El grado de $3a$ es 1; el grado de x^2 es 2; el grado de $2a^2b$ es 3.

Dos monomios son semejantes cuando tienen la misma parte literal.
Ejemplos: a) Los monomios $3a$ y $5a$ son semejantes.
b) También son semejantes los monomios: x^2 y $6x^2$; y, $2a^2b$ y $3a^2b$.
c) No son semejantes: $3a$ y $2ab$. Tampoco lo son $2x^2$ y $3x$.

Suma y resta de monomios
Sólo pueden sumarse o restarse los monomios semejantes, los que tienen la misma parte literal.
Cuando dos monomios no son semejantes, no pueden agruparse; la operación se deja indicada.
Ejemplos: a) Los monomios $3a$ y $5a$ pueden sumarse y restarse. Esto es, pueden hacerse las operaciones: $3a+5a$ y $3a-5a$
b) Los monomios $2x^2$ y $3x$ no pueden sumarse ni restarse. Las operaciones $2x^2+3x$ y $2x^2-3x$ no pueden realizarse.

- Para sumar (o restar) monomios se suman (o restan) los coeficientes y se deja la misma parte literal.

Ejemplos:
a) $3a+5a=(3+5)a=8a$; b) $3a-5a=(3-5)a=-2a$; c) $a+a+a=3a$
d) $2x^2+3x$ se deja indicada, como está.

- La suma y resta de expresiones algebraicas cumplen las mismas propiedades que la suma y resta de números. Habrá que tener en cuenta las reglas de los signos.

Ejemplos:
a) $2a+7a=7a+2a$; b) $5a-(a-3a)=5a-(-2a)=5a+2a=7a$

Producto de monomios
Pueden multiplicarse cualquier tipo de monomios entre sí.
Para multiplicar dos monomios se multiplican números por números y letras por letras.
Ejemplos:
a) $(3a)\cdot(5a)=(3\cdot5)\cdot(a\cdot a)=15a^2$; b) $(3a)\cdot(-5a)=(3\cdot(-5))\cdot(a\cdot a)=-15a^2$;
c) $a\cdot a\cdot a=a^3$ d) $(2x^2)\cdot(3x)=2\cdot3\cdot x^2\cdot x=6x^3$

División de monomios
Pueden dividirse cualquier tipo de monomios entre sí.
Para dividir dos monomios se dividen números entre números y letras entre letras. La parte de la expresión que no pueda simplificarse se dejará indicada en forma de fracción
Ejemplos:
a) $\dfrac{12a^2}{3a}=\dfrac{12}{3}\cdot\dfrac{a^2}{a}=4a$; b) $\dfrac{5x^2}{15x}=\dfrac{5}{15}\cdot\dfrac{x^2}{x}=\dfrac{1}{3}x=\dfrac{x}{3}$
c) $\dfrac{-10x^2y}{5xy^2}=\dfrac{-10}{5}\cdot\dfrac{x^2}{x}\cdot\dfrac{y}{y^2}=-2x\cdot\dfrac{1}{y}=-\dfrac{2x}{y}$