Tema 9. (I) Proporcionalidad **Resumen**

Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando al multiplicar (o dividir) una por un número, la otra queda multiplicada (o dividida) por el mismo número.

Ejemplo: Las magnitudes A y B, dadas en la tabla adjunta, son directamente proporcionales
Como puede observarse, al multiplicar la magnitud A (cuyo valor inicial es 2), por 2, por 3, por 10,…, la magnitud B (de valor inicial 4) se multiplica por 2, por 3, por 10, …

Tabla 1. Directamente proporcionales

Magnitud A	**2**	4	6	20	**30**	***x***	**1**
Magnitud B	**5**	10	15	50	***y***	**60**	***k***

.

Propiedad: si dos magnitudes son directamente proporcionales, el cociente de las cantidades correspondientes es constante: $\frac{2}{5}=\frac{4}{10}=\frac{6}{15}=\frac{20}{50}=...=\frac{30}{y}=\frac{x}{60}$.

Esta propiedad permite encontrar la cantidad y, de B, correspondiente a cierta cantidad conocida de A. Y al revés, la cantidad x de A, correspondiente a una cantidad conocida de B.
Ejemplo: Para las magnitudes dadas en la tabla, los valores desconocidos y y x se pueden determinar fácilmente, ya que si $\frac{2}{5}=\frac{30}{y}$, entonces $y = 75$; y si $\frac{2}{5}=\frac{x}{60}$, entonces $x = 24$.

Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando al multiplicar una por un número, la otra queda dividida por el mismo número; o cuando al dividir la primera por un número, la segunda queda multiplicada por el mismo número.

Ejemplo: Las magnitudes A y B, dadas en la tabla adjunta, son directamente proporcionales
Como puede observarse, al multiplicar la magnitud A (cuyo valor inicial es 2), por 2, por 4, por 5, …, la magnitud B (de valor inicial 50) se divide por 2, por 4, por 5, …

Tabla 2. Inversamente proporcionales

Magnitud A	**2**	4	8	10	**20**	***x***	**1**
Magnitud B	**50**	25	12,5	10	***y***	**2,5**	***k***

.

Propiedad: si dos magnitudes son inversamente proporcionales, el producto de las cantidades correspondientes es constante: $2\cdot 50 = 4\cdot 25 = 8\cdot 12{,}5 = 10\cdot 10 = ... = 20\cdot y = x\cdot 2{,}5$.
Esta propiedad permite encontrar la cantidad y, de B, correspondiente a cierta cantidad conocida de A. Y al revés, la cantidad x de A, correspondiente a una cantidad conocida de B.
Ejemplo: Para las magnitudes dadas en la tabla, los valores desconocidos y y x se pueden determinar fácilmente, ya que si $2\cdot 50 = 20\cdot y$, entonces $y = 5$; y si $2\cdot 50 = x\cdot 2{,}5$, entonces $x = 40$.

Reducción a la unidad en la proporcionalidad directa
En los problemas de proporcionalidad resulta útil saber cuánto vale B cuando A = 1. Ese valor se halla dividiendo el valor de B por su correspondiente en A.
Ejemplo: En la Tabla 1, el valor de B cuando A = 1 es 5 : 2 = 2,5. Es el valor de k en la tabla, que también puede obtenerse de la igualdad $\frac{2}{5}=\frac{1}{k}$ → al dividir por 2 el numerador también hay que dividir por 2 el denominador. Por tanto, $k = 2{,}5$.

- Conociendo el valor de k, los valores de B se hallan multiplicando los de A por k.
- Conociendo el valor de k, los valores de A se hallan dividiendo los de B por k.

Ejemplo: a) Para la Tabla 1, si A = 3 ⇒ B = 3 · 2,5 = 7,5; si A = 10 ⇒ B = 10 · 2,5 = 25.
b) a) Para la Tabla 1, si B = 10 ⇒ A = 10 : 2,5 = 4; si B = 40 ⇒ A = 40 : 2,5 = 16.

Regla de tres simple directa

Un problema de regla de tres directa es el siguiente: Por la compra 5 kg de patatas se han pagado 7,5 €. ¿Cuánto deberá pagarse por la compra de 12 kg de patatas?

- Lo primero es darse cuenta que las magnitudes "kilogramos de patatas" y "cantidad a pagar" son directamente proporcionales. → "*A más kilos, más dinero*"

Para resolverlo se hace el siguiente esquema:

Si a 5 kg → 7,5 €

$$\text{a } 12 \text{ kg} \rightarrow x\ € \quad \Rightarrow \quad \frac{5}{12} = \frac{7{,}5}{x} \Rightarrow 5 \cdot x = 7{,}5 \cdot 12 \Rightarrow 5 \cdot x = 90 \Rightarrow x = \frac{90}{5} = 18\ €.$$

Recuerda: Al tratarse de fracciones equivalentes, "los productos *cruzados* son iguales".

- La solución mediante la reducción a la unidad consiste en determinar el precio de 1 kg de patatas. Este valor es: $\frac{7{,}5}{5} = 1{,}5$ €. En consecuencia, el coste de 12 kg será 12 · 1,5 = 18 kg.

Reducción a la unidad en la proporcionalidad inversa

En los problemas de proporcionalidad inversa el valor de B cuando A = 1 se halla multiplicando cualquier valor conocido de B por su correspondiente en A.

Ejemplo: En la Tabla 2, el valor de B cuando A = 1 es 50 · 2 = 100.

Es el valor de *k* en la tabla, que también puede obtenerse de la igualdad $2 \cdot 50 = 1 \cdot k \Rightarrow k = 100$.

Tabla 2. Inversamente proporcionales

Magnitud A	**2**	4	8	10	**20**	***x***	**1**
Magnitud B	**50**	25	12,5	10	***y***	**2,5**	***k***

- Conociendo el valor de *k*, los valores de B se hallan dividiendo *k* entre los valores de A.
- Conociendo el valor de *k*, los valores de A se hallan dividiendo *k* entre los valores de B.

Ejemplo: a) Para la Tabla 2, si A = 2 ⇒ B = 100 : 2 = 50; si A = 20 ⇒ B = 100 : 20 = 5.
b) Para la Tabla 2, si B = 10 ⇒ A = 100 : 10 = 10; si B = 8 ⇒ A = 100 : 8 = 12,5.

Regla de tres simple inversa

Un problema de regla de tres inversa es el siguiente: Dos pintores encalan una pared en 14 horas, ¿cuántas horas tardarían en encalarla entre 5 pintores?

- Lo primero es darse cuenta que las magnitudes "número de pintores" y "tiempo en encalar" son inversamente proporcionales. → "*A más pintores, menos tiempo*"

Para resolverlo se hace el siguiente esquema:

Si 2 pintores → tardan 14 h

$$5 \text{ pintores} \rightarrow \text{tardarán } x \text{ h} \quad \Rightarrow \quad 2 \cdot 14 = 5 \cdot x \Rightarrow 28 = 5 \cdot x \Rightarrow x = \frac{28}{5} = 5{,}6 \text{ h}$$

En las reglas de tres inversas "los productos *horizontales* son iguales".

- La solución mediante la reducción a la unidad consiste en determinar el tiempo que tardaría un solo pintor. Ese tiempo sería de 28 horas → 2 · 14 = 28; el doble que si lo hacen entre dos. En consecuencia, entre 5 pintores emplearían $\frac{28}{5} = 5{,}6$ horas