

Tema 2. Divisibilidad

Resumen

Un número a es múltiplo por otro b si la división de a entre b es exacta. (Los números a y b deben ser naturales, aunque el concepto se extiende sin dificultad a los números enteros.)

También puede decirse que b es divisor de a .

- Si a es múltiplo de b entonces b es divisor de a , y viceversa.
- Todo número entero tiene infinitos múltiplos, que se obtiene multiplicándolo por 0, 1, 2...
- Todo número es divisor y múltiplo de sí mismo.
- El número 0 es múltiplo de todos los números.
- El número 1 es divisor de todos los números.

Divisores de un número; números primos

Un número puede tener varios divisores → Los divisores de 12 son 1, 2, 3, 4, 6, y 12.

Si un número sólo es divisible por sí mismo y por la unidad se llama primo.

Ejemplo: Los números 7, 17 o 23 son primos.

Descomposición factorial de un número

Descomponer un número en factores es escribirlo como producto de algunos de sus divisores.

Ejemplo: $72 = 2 \cdot 36$; o también, $72 = 8 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 12$.

- Cuando todos los factores son primos se dice que el número está descompuesto como producto de factores primos. **Ejemplo:** 72 puede escribirse como: $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$.
- Factor de un número es cada uno de sus divisores.
- Factorizar un número es escribirlo como producto de algunos de sus divisores.
- Un número puede descomponerse factorialmente de varias maneras.
- Un número puede descomponerse en producto de sus factores primos de manera única, salvo el orden de esos factores.

Criterios de divisibilidad

- **Divisibilidad por 2.** Un número es divisible por 2 si es par. **Ejemplos:** 2, 24 o 130.
- **Divisibilidad por 3.** Un número es divisible por 3 si la suma de los valores de sus cifras es múltiplo de 3. **Ejemplos:** 99, 132 o 2124 son múltiplos de 3, pues sus cifras suman, respectivamente, 18, 6 o 9, que son números múltiplos de 3. Los números 122 o 2222 no son múltiplos de 3.
- **Divisibilidad por 5.** Un número es divisible por 5 si termina en 0 o en 5. Ej. 100 y 2375.

Máximo común divisor y mínimo común múltiplo de dos números

Dos números pueden tener varios divisores comunes. El mayor de ellos se llama máximo común divisor: m.c.d. Si el mcd de los números es 1, se llaman primos entre sí.

Dos números tienen infinitos múltiplos comunes. El menor de ellos se llama mínimo común múltiplo: m.c.m.

Criterio para hallar el m.c.d. y el m.c.m. de dos números.

Para determinar el m.c.d. y el m.c.m. de dos o más números se descomponen los números dados en sus factores primos.

- **El m.c.d.** se obtiene multiplicando los factores primos comunes a ambos números (en este criterio suele añadirse “con el menor exponente”).
- **El m.c.m.** se obtiene multiplicando los factores primos comunes y no comunes a ambos números (afectados con el mayor exponente).

Ejemplo: Los números 24 y 36 se descomponen así: $24 = 2^3 \cdot 3$; $36 = 2^2 \cdot 3^2$

$$\text{m.c.d.}(24, 36) = 2^2 \cdot 3 = 12.$$

$$\text{m.c.m.}(24, 36) = 2^3 \cdot 3^2 = 72.$$