

Proporcionalidad numérica

EJERCICIOS

001 Completa estas tablas para que sean de proporcionalidad directa.

2	4	5	8	40
6	12	15	24	120

1	0,25	3	2,4	8
5	1,25	15	12	40

002 Si el precio de 9 menús es 166,50 €, ¿cuánto costarán 5 menús?

$$\frac{166,50}{9} = \frac{x}{5} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 166,50}{9} = 92,50 \text{ €}$$

003 En un mapa, 14 cm representan 238 km en la realidad. ¿Por qué longitud vienen representados 306 km? Una longitud de 10 cm en el mapa, ¿qué longitud real representa?

$$\frac{238}{14} = \frac{306}{x} \rightarrow x = \frac{14 \cdot 306}{238} = 18 \text{ cm}$$

$$\frac{238}{14} = \frac{x}{10} \rightarrow x = \frac{238 \cdot 10}{14} = 170 \text{ km}$$

004 Insertar anuncios en un periódico cuesta 10 € por 3 líneas de texto, y cobran 3 € más por cada nueva línea que escribamos. Construye la tabla que relaciona las magnitudes. ¿Es de proporcionalidad?

Líneas	3	4	5	6
Precio	10	13	16	19

La tabla no es de proporcionalidad, ya que $\frac{3}{10} \neq \frac{4}{13}$.

005 Completa las tablas para que sean de proporcionalidad inversa.

1	2	3	4	6
24	12	8	6	4

10	15	25	12	6
15	10	6	12,5	25

006 Un barco lleva comida para 8 tripulantes y una travesía de 15 días. Si solo viajan 6 tripulantes, ¿para cuántos días tendrán?

El número de tripulantes y el tiempo son magnitudes inversamente proporcionales, de manera que:

$$8 \cdot 15 = 6 \cdot x \rightarrow x = \frac{8 \cdot 15}{6} = 20$$

Tendrán comida para 20 días.

007 Clasifica en proporcionalidad directa o inversa.

- a) El lado de un cuadrado y su perímetro.
b) Obreros y tiempo en acabar un trabajo.

- a) Directa, con constante de proporcionalidad 4.
b) Inversa.

008 En la cocina de un IES han pagado 42 € por 70 barras de pan. ¿Cuánto tendrían que pagar si hubieran comprado 45 barras?

Aplicamos una regla de tres simple directa:

$$\left. \begin{array}{l} 70 \text{ barras} \longrightarrow 42 \text{ €} \\ 45 \text{ barras} \longrightarrow x \text{ €} \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{45 \cdot 42}{70} = 27 \text{ €}$$

009 Un coche gasta en gasolina 46 céntimos de euro cada 4 km. ¿Cuánto costará el combustible en un viaje de 270 km si mantiene el mismo consumo?

Aplicamos una regla de tres simple directa:

$$\left. \begin{array}{l} 4 \text{ km} \longrightarrow 0,46 \text{ €} \\ 270 \text{ km} \longrightarrow x \text{ €} \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{270 \cdot 0,46}{4} = 31,05 \text{ €}$$

010 El precio de 15 menús en un restaurante ha sido 120 €. ¿Cuánto vale el menú? Si van a comer 7 personas, ¿cuánto pagarán?

Aplicamos una regla de tres simple directa:

$$\left. \begin{array}{l} 15 \text{ menús} \longrightarrow 120 \text{ €} \\ 7 \text{ menús} \longrightarrow x \text{ €} \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{7 \cdot 120}{15} = 56 \text{ € pagarán en total}$$

$$\text{El menú vale: } \frac{120}{15} = \frac{56}{7} = 8 \text{ €}.$$

011 Un árbol de 2,25 m de altura da una sombra de 2 m. ¿Qué altura tendrá una torre que, a la misma hora, da una sombra de 188,8 m?

Aplicamos una regla de tres simple directa:

$$\left. \begin{array}{l} 2,25 \text{ m de altura} \longrightarrow 2 \text{ m de sombra} \\ x \text{ m de altura} \longrightarrow 188,8 \text{ m de sombra} \end{array} \right\}$$

$$x = \frac{2,25 \cdot 188,8}{2} = 212,4 \text{ m de altura}$$

012 Si el tiempo empleado por 7 trabajadores en limpiar una calle es de 7 horas, ¿cuánto tardarán 5 trabajadores?

El número de trabajadores y el tiempo son magnitudes inversamente proporcionales, de manera que:

$$7 \cdot 7 = 5 \cdot x \rightarrow x = \frac{7 \cdot 7}{5} = 9,8 \text{ h} = 9 \text{ h } 48 \text{ min}$$

Proporcionalidad numérica



- 013** Marta emplea 5 minutos en ir de su casa al colegio en monopatín a una velocidad media de 6 km/h. ¿Cuánto tardará cuando va andando si su velocidad es de 4 km/h?

La velocidad y el tiempo son magnitudes inversamente proporcionales. Es conveniente convertir los minutos en horas, para manejar unidades coherentes y evitar errores conceptuales en Física.

$$5 \text{ min} = \frac{5}{60} \text{ h}$$

$$6 \cdot \frac{5}{60} = 4 \cdot x \rightarrow x = \frac{6 \cdot \frac{5}{60}}{4} = 0,125 \text{ h} \rightarrow \\ \rightarrow x = 0,125 \cdot 60 = 7,5 \text{ min}$$

- 014** Un grifo vierte 6 litros por minuto y tarda 5 horas en llenar un depósito. Si vertiese 1 litro por minuto, ¿cuánto tardaría?

El caudal en litros/minuto y el tiempo son magnitudes inversamente proporcionales. Para manejar unidades coherentes, hemos de convertir las horas en minutos:

$$5 \text{ horas} = 5 \cdot 60 \text{ minutos} = 300 \text{ minutos}$$

$$6 \text{ l/min} \cdot 300 \text{ min} = 1 \text{ l/min} \cdot x \text{ min} \rightarrow x = \frac{6 \cdot 300}{1} = 1.800 \text{ min} \rightarrow \\ \rightarrow x = \frac{1.800}{60} = 30 \text{ horas}$$

- 015** Para construir una piscina, 10 obreros trabajan durante 16 días. ¿Cuántos obreros trabajaron si tardaron 40 días?

El número de obreros y el tiempo son magnitudes inversamente proporcionales.

$$10 \text{ obreros} \cdot 16 \text{ días} = x \text{ obreros} \cdot 40 \text{ días} \rightarrow x = \frac{10 \cdot 16}{40} = 4 \text{ obreros}$$

- 016** Reparte 102 € en partes directamente proporcionales a 3, 2 y 1, respectivamente.

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1} = \frac{102}{6}$$

$$x = \frac{3 \cdot 102}{6} = 51 \text{ €}; y = \frac{2 \cdot 102}{6} = 34 \text{ €}; z = \frac{1 \cdot 102}{6} = 17 \text{ €}$$

- 017** Un padre reparte 99 € entre sus tres hijos en partes directamente proporcionales a 3, 2/3 y 11/6. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{2/3} = \frac{z}{11/6} = \frac{99}{5,5}$$

$$x = \frac{3 \cdot 99}{5,5} = 54 \text{ €}; y = \frac{2/3 \cdot 99}{5,5} = 12 \text{ €}; z = \frac{11/6 \cdot 99}{5,5} = 33 \text{ €}$$

- 018** Doña Alfonso reparte sus tierras entre sus nietos en partes directamente proporcionales a sus edades: 8, 12 y 15 años. Si al menor le tocan 12 hectáreas, averigua el total de hectáreas repartidas.

$$\frac{12}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{15} = \frac{\text{Total}}{(8 + 12 + 15)}$$

$$\frac{12}{8} = \frac{\text{Total}}{35} \rightarrow \text{Total} = \frac{12 \cdot 35}{8} = 52,5 \text{ ha}$$



- 019** Reparte 70 en partes inversamente proporcionales a los números 3 y 4.

$$k = \frac{70}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{840}{7} = 120 \rightarrow \text{A 3 le corresponden: } 120 : 3 = 40 \text{ partes}$$

y a 4 le corresponden: $120 : 4 = 30$ partes.

- 020** Reparte 1.100 en partes inversamente proporcionales a los números 5 y 6.

$$k = \frac{1.100}{\frac{1}{5} + \frac{1}{6}} = \frac{33.000}{11} = 3.000 \rightarrow \text{A 5 le corresponden:}$$

$3.000 : 5 = 600$

Y a 6 le corresponden:

$3.000 : 6 = 500$

- 021** Quiero repartir 620 € entre mis sobrinos, en partes inversamente proporcionales a sus edades, que son 1, 3 y 7 años. ¿Cuánto le tengo que dar a cada uno?

La constante de proporcionalidad es:

$$k = \frac{620}{\frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7}} = \frac{620}{\frac{21 + 7 + 3}{21}} = \frac{620 \cdot 21}{31} = 420$$

$$x = \frac{420}{1} = 420 \text{ €} \quad y = \frac{420}{3} = 140 \text{ €} \quad z = \frac{420}{7} = 60 \text{ €}$$

- 022** Se han repartido 300 € en partes inversamente proporcionales a $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{7}$. ¿Cuál es la parte correspondiente a $\frac{1}{5}$?

$$k = \frac{300}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7}} = \frac{300}{\frac{3 + 5 + 7}{15}} = \frac{300}{15} = 20$$

La cantidad que le corresponde a $\frac{1}{5}$ es: $\frac{k}{5} = 20 \cdot 5 = 100 \text{ €}$.

Proporcionalidad numérica

023 Si reparto 1.200 proporcionalmente a 5 y 6 y le doy 500 a 6 y 700 a 5, ¿ha sido un reparto inversamente proporcional?

No, ya que $500 \cdot 6 = 3.000$ y $700 \cdot 5 = 3.500$. Estas cantidades deberían ser iguales y coincidir con la constante de proporcionalidad.

024 En 7 días, 8 máquinas han cavado una zanja de 1.400 m de largo. ¿Cuántas máquinas serán necesarias para cavar 300 m de zanja en 6 días?

Si en 7 días \longrightarrow 8 máquinas \longrightarrow 1.400 m de zanja }
 en 6 días \longrightarrow x máquinas \longrightarrow 300 m de zanja }



$$\frac{6}{7} \cdot \frac{1.400}{300} = \frac{8}{x} \rightarrow \frac{8.400}{2.100} = \frac{8}{x} \rightarrow x = \frac{2.100 \cdot 8}{8.400} = 2 \text{ máquinas}$$

025 Veinte obreros han tendido 400 m de cable durante 6 días, trabajando 8 horas diarias. ¿Cuántas horas diarias tendrán que trabajar 24 obreros durante 14 días para tender 700 m de cable?

Obreros	Días	Metros	Horas al día
20	6	400	8
24	14	700	x

$$\frac{24}{20} \cdot \frac{14}{6} \cdot \frac{400}{700} = \frac{8}{x} \rightarrow \frac{134.400}{84.000} = \frac{8}{x} \rightarrow x = \frac{84.000 \cdot 8}{134.400} = 5 \text{ horas}$$

Los 24 obreros trabajarán 5 horas diarias durante 14 días para tender 700 m de cable

026 La dueña de una pensión ha presupuestado 250 € para alimentar a sus 18 huéspedes durante 12 días. Si el número de huéspedes aumenta en 6 personas, ¿para cuántos días le llegará el presupuesto?

Si para 18 huéspedes \longrightarrow 12 días \longrightarrow 250 € }
 para 24 huéspedes \longrightarrow x días \longrightarrow 250 € }



En este caso, como el presupuesto no varía, se trata de una regla de tres simple inversa:

$$\frac{18}{24} = \frac{x}{12} \rightarrow x = \frac{18 \cdot 12}{24} = 9 \text{ días}$$



- 027** Un embalse con capacidad de 200 hm^3 se encuentra al 45 % de su capacidad. ¿Qué cantidad de agua contiene?

$$\frac{45}{100} = \frac{x}{200} \rightarrow x = \frac{45 \cdot 200}{100} = 90 \text{ hm}^3$$

- 028** En un periódico se dice que 80 de cada 1.500 personas practican deportes de riesgo. Expresa este dato en porcentaje.

$$\frac{80}{1.500} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{80 \cdot 100}{1.500} = 5,3\%$$

- 029** Una raqueta de tenis cuesta 180 € más un 16 % de IVA. ¿Cuál es su precio final?

$$180 + \frac{16}{100} \cdot 180 = 180 \cdot (1 + 0,16) = 180 \cdot 1,16 = 208,80 \text{ €}$$

- 030** María compra un libro por 15 €. En ese precio está incluido un 4 % de IVA. ¿Cuánto vale el libro sin IVA?

Al precio neto del libro (x) hay que sumarle un 4 %: $0,04 \cdot x$ €. Por tanto:

$$x + 0,04 \cdot x = 15 \rightarrow 1,04 \cdot x = 15 \rightarrow x = \frac{15}{1,04} = 14,42 \text{ € sin IVA}$$

- 031** Un disco compacto vale 12 €. El dependiente me rebaja un 15 % por ser buen cliente y al pagar me cobran un 16 % de IVA. ¿Cuánto pago por el disco? ¿Qué porcentaje supone el precio final sobre el inicial?

Si me rebajan un 15 % $\rightarrow 1 - 0,15 = 0,85$

Y si me cobran el 16 % de IVA $\rightarrow 1 + 0,16 = 1,16$

Encadenando los porcentajes, tenemos que:

$$0,85 \cdot 1,16 \cdot 12 = 0,986 \cdot 12 = 11,83 \text{ €}$$

El precio final supone el 98,6 % del precio inicial.

- 032** El valor de una acción es de 15 €. El lunes sube un 3 %, el martes baja un 7 % y el miércoles sube un 10 %. ¿Con qué valor comienza el jueves? ¿En qué momentos es su valor mayor que el valor inicial?

Aplicamos los sucesivos porcentajes de subida o bajada:

Si sube un 3 % $\rightarrow 1 + 0,03 = 1,03$

Si baja un 7 % $\rightarrow 1 - 0,07 = 0,93$

Si sube un 10 % $\rightarrow 1 + 0,10 = 1,10$

El jueves, la acción valdrá:

$$1,03 \cdot 0,93 \cdot 1,10 \cdot 15 = 1,05 \cdot 15 = 15,80 \text{ €}$$

El valor es un 5,36 % mayor que el valor inicial.

Proporcionalidad numérica

- 033** El precio de los tomates ha sufrido distintas variaciones. A principios de junio, el precio medio de un kilo de tomates era de 2,10 €, subiendo el precio durante este mes un 10%. En el mes de julio también se incrementó el precio del kilo de tomates en un 17%, y en el mes de agosto bajó un 8% sobre el precio del mes de julio. ¿Cuál era el precio de un kilo de tomates al finalizar el mes de agosto?

¿Cuál ha sido el porcentaje de subida que ha tenido el precio de los tomates entre junio y agosto?

$$\text{El kilo de tomates costaba: } 2,10 \cdot \frac{110}{100} \cdot \frac{117}{100} \cdot \frac{92}{100} = 2,49 \text{ € al finalizar agosto.}$$

$$\text{El porcentaje de subida es: } \frac{0,39}{2,10} = 19\% \text{ de junio a agosto.}$$

- 034** Calcula el interés que producen 1.800 € en 9 meses al 4% anual.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1.200} = \frac{1.800 \cdot 4 \cdot 9}{1.200} = 54 \text{ €}$$

Producen un interés de 54 €.

- 035** Marta le prestó a Juan 2.460 € al 3% durante 4 años. ¿Cuánto dinero en total le devolvió Juan tras ese tiempo?

$$2.460 + I = 2.460 + \frac{2.460 \cdot 3 \cdot 4}{100} = 2.460 + 295,2 = 2.755,20 \text{ €}$$

Le devolvió 2.755,20 €.

- 036** ¿Qué interés recibiremos por una inversión de 4.500 € al 4% anual si se retira 2 meses y 9 días después del comienzo de la inversión?

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{36.000} = \frac{4.500 \cdot 4 \cdot 69}{36.000} = 34,50 \text{ €}$$

Recibiremos un interés de 34,50 €.

- 037** Averigua el capital que he invertido en un banco al 4,5% durante 2 años si en total me han devuelto 1.463 €.

Sustituyendo en la expresión:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \rightarrow 1.463 - C = \frac{C \cdot 4,5 \cdot 2}{100} \rightarrow$$

$$\rightarrow (1.463 - C) \cdot 100 = 90C \rightarrow 146.300 - 100C = 90C \rightarrow$$

$$\rightarrow 146.300 = 190C \rightarrow C = \frac{146.300}{190} = 770 \text{ €}$$

El capital es de 770 €.

ACTIVIDADES

038 Indica cuáles de los siguientes pares de magnitudes son directamente proporcionales.

- a) La longitud del lado de un cuadrado y su perímetro.
- b) La longitud del lado de un cuadrado y su área.
- c) El número de hijos de una familia y el número de días de vacaciones.

Es directamente proporcional el par de magnitudes del apartado a).

039 En un mercado hay dos puestos donde se venden manzanas con estas tablas de precios.

Puesto A		
1 kg	2 kg	3 kg
0,53 €	1,06 €	1,59 €

Puesto B		
1 kg	2 kg	3 kg
0,60 €	1 €	1,50 €

¿En cuál de estos puestos las magnitudes peso y precio son directamente proporcionales?

Veamos si se cumplen o no las proporciones:

$$\frac{0,53}{1} \stackrel{?}{=} \frac{1,06}{2} \stackrel{?}{=} \frac{1,59}{3} \rightarrow 0,53 = 0,53 = 0,53$$

$$\frac{0,60}{1} \stackrel{?}{=} \frac{1}{2} \stackrel{?}{=} \frac{1,50}{3} \rightarrow 0,60 \neq 0,50$$

Luego las magnitudes peso y precio son directamente proporcionales en el puesto A.

040 Completa la tabla, sabiendo que es una tabla de proporcionalidad directa.

100	500	1.000	5.000	25.000
4	20	40	200	1.000

041 Observa la tabla de proporcionalidad de las magnitudes siguientes.

Magnitud M	4	6	7	9	10
Magnitud M'	12	18	21	y	y'

Comprueba que las magnitudes M y M' son directamente proporcionales, y calcula y e y' .

$$\text{Se deberá cumplir que: } \frac{4}{12} = \frac{6}{18} = \frac{7}{21} \rightarrow 0,\bar{3} = 0,\bar{3} = 0,\bar{3}$$

$$\frac{4}{12} = \frac{9}{y} \rightarrow 4 \cdot y = 12 \cdot 9 \rightarrow y = \frac{12 \cdot 9}{4} = 27$$

$$\frac{4}{12} = \frac{10}{y'} \rightarrow 4 \cdot y' = 12 \cdot 10 \rightarrow y' = \frac{12 \cdot 10}{4} = 30$$

Proporcionalidad numérica

042 Señala cuáles de los siguientes pares de magnitudes son inversamente proporcionales.

- a) El número de máquinas y el tiempo que tardan en hacer un trabajo.
- b) La edad de una persona y su velocidad al caminar.
- c) La base y la altura de un rectángulo de área 20 cm^2 .
- d) La base y la altura de un rectángulo de 40 cm de perímetro.

Son inversamente proporcionales los pares de magnitudes de los apartados a) y c).

043 Estudia si las magnitudes son directa o inversamente proporcionales.

- a) El radio de una circunferencia y su longitud.
- b) La velocidad que lleva un coche y el tiempo que emplea en hacer un determinado recorrido.
- c) El número de entradas de un cine y su precio.
- d) La superficie de una pared y el tiempo que se tarda en pintarla.
- e) La gasolina que gasta un coche y la distancia que recorre.

- a) Directamente proporcional.
- b) Inversamente proporcional.
- c) Directamente proporcional.
- d) Directamente proporcional.
- e) Directamente proporcional.

044 Completa las siguientes tablas para que sean de proporcionalidad inversa.

a)

2	3	4	5
0,90	0,60	0,45	0,36

b)

4	12	30	60
420	140	56	28

045 Comprueba que las magnitudes M y M' son inversamente proporcionales, y calcula el valor de y e y' .

Magnitud M	4	6	8	10	16
Magnitud M'	12	8	6	y	y'

Se deberá cumplir que: $4 \cdot 12 = 6 \cdot 8 = 8 \cdot 6 \rightarrow 48 = 48 = 48$

$$4 \cdot 12 = 10 \cdot y \rightarrow y = \frac{4 \cdot 12}{10} = 4,8$$

$$4 \cdot 12 = 16 \cdot y' \rightarrow y' = \frac{4 \cdot 12}{16} = 3$$

046 En cada una de estas tablas de proporcionalidad inversa hay un error. Corrígelo y calcula la constante de proporcionalidad.

a)

9	6	5,4	4,5	4
6	9	10	12	13,5

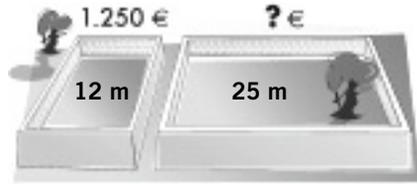
$k = 54$

b)

1,2	2,4	4,8	6	7,2
50	25	12,5	10	8,3

$k = 60$

- 047 Por construir una valla de 12 metros se han pagado 1.250 €. ¿Cuánto habrá que pagar por otra valla de 25 metros?



$$\left. \begin{array}{l} 12 \rightarrow 1.250 \\ 25 \rightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{25 \cdot 1.250}{12} = 2.604,17 \text{ €}$$

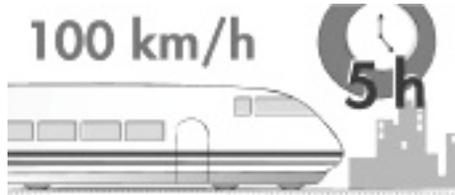
- 048 Amanda se ha comprado una pieza de tela de 2 metros que le ha costado 32 €. ¿Cuánto le hubiese costado un trozo de 3,2 metros?

$$\left. \begin{array}{l} 2 \rightarrow 32 \\ 3,2 \rightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{3,2 \cdot 32}{2} = 51,20 \text{ €}$$

- 049 Un coche, viajando a una determinada velocidad, consume 25 litros de combustible en un viaje de 300 km. ¿Cuánto consumirá en un viaje de 550 km, si va a la misma velocidad?

$$\left. \begin{array}{l} 300 \rightarrow 25 \\ 550 \rightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{25 \cdot 550}{300} = 45,83 \text{ litros}$$

- 050 Un tren que circula a 100 km/h tarda 5 horas en llegar a una ciudad. ¿A qué velocidad circula otro tren que tarda 6 horas y cuarto en hacer el mismo recorrido?



La velocidad y el tiempo son magnitudes inversamente proporcionales.

$$100 \cdot 5 = x \cdot 6,25 \rightarrow x = \frac{100 \cdot 5}{6,25} = 80 \text{ km/h}$$

- 051 Si un pintor ha pintado 75 m² de pared con 125 kg de pintura:

- a) ¿Cuánta pintura habría necesitado para pintar 300 m² de pared?
b) Con 50 kg, ¿cuántos metros cuadrados puede pintar?

Los kilos de pintura y la superficie de pared (m²) son magnitudes directamente proporcionales.

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) Si con } 125 \text{ kg} \rightarrow 75 \text{ m}^2 \\ \text{con } x \text{ kg} \rightarrow 300 \text{ m}^2 \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{125 \cdot 300}{75} = 500 \text{ kg}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{b) Si con } 125 \text{ kg} \rightarrow 75 \text{ m}^2 \\ \text{con } 50 \text{ kg} \rightarrow x \text{ m}^2 \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{50 \cdot 75}{125} = 30 \text{ m}^2$$

Proporcionalidad numérica

052 Quince personas realizan el montaje de unas placas solares en tres semanas.



- a) ¿Cuánto tardarían 35 personas en hacer ese montaje?
b) Si queremos realizarlo en 15 días solamente, ¿cuántas personas necesitaríamos?

El número de personas y el tiempo son magnitudes inversamente proporcionales.
Expresamos el tiempo en días:

$$a) 15 \text{ personas} \cdot 21 \text{ días} = 35 \text{ personas} \cdot x \text{ días} \rightarrow x = \frac{15 \cdot 21}{35} = 9 \text{ días}$$

$$b) 15 \text{ personas} \cdot 21 \text{ días} = x \text{ personas} \cdot 15 \text{ días} \rightarrow x = \frac{15 \cdot 21}{15} = 21 \text{ personas}$$

053 Tres cajas de polvorones pesan 2,7 kg.



- a) ¿Cuánto pesan 15 cajas?
b) Si nuestra furgoneta puede transportar 500 kg, ¿podemos llevar en ella 230 cajas de polvorones?

El número de cajas y el peso son magnitudes directamente proporcionales.

$$a) \frac{3 \text{ cajas}}{2,7 \text{ kg}} = \frac{15 \text{ cajas}}{x \text{ kg}} \rightarrow x = \frac{2,7 \cdot 15}{3} = 13,5 \text{ kg}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} 3 \text{ cajas} \longrightarrow 2,7 \text{ kg} \\ 230 \text{ cajas} \longrightarrow x \text{ kg} \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{230 \cdot 2,7}{3} = 207 \text{ kg}$$

Como $207 \text{ kg} < 500 \text{ kg}$ (peso máximo admisible), sí que podemos llevar las 230 cajas.

054 Una explotación agraria tiene hierba para alimentar a 48 vacas durante 18 semanas.



- a) ¿Para cuántas semanas tendría si fuesen 24 vacas más?
b) Si pasadas 7 semanas se compran 18 vacas, ¿hasta cuándo habrá hierba?



El número de vacas y el tiempo son magnitudes inversamente proporcionales.

$$a) 48 \text{ vacas} \cdot 18 \text{ semanas} = (48 + 24) \cdot x \rightarrow x = \frac{48 \cdot 18}{72} = 12 \text{ semanas}$$

b) Pasadas 7 semanas quedaría hierba para 11 semanas más en el caso de las 48 vacas iniciales. Si se compran 18 vacas más:

$$48 \text{ vacas} \cdot 11 \text{ semanas} = (48 + 18) \cdot x \rightarrow x = \frac{48 \cdot 11}{66} = 8 \text{ semanas}$$

055 En una casa en la que viven 6 personas se consume, para aseo personal, una media de 900 litros de agua diarios. ¿Cuánto se gastará en la casa si entran a vivir 5 personas más?



$$\left. \begin{array}{l} 6 \rightarrow 900 \\ 11 \rightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{11 \cdot 900}{6} = 1.650 \text{ litros}$$

056

El consumo de agua en un gimnasio al que asisten 150 personas, es de 6.000 litros diarios.

- a) ¿Cuál será el consumo si se inscriben 30 personas más?
 b) Si a partir de 7.000 litros el consumo tiene un recargo, ¿cuál es el número máximo de nuevos clientes que pueden inscribirse sin pagar ese recargo?

El número de personas y el consumo de agua son magnitudes directamente proporcionales.

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) Si 150 personas} \longrightarrow 6.000 \text{ litros} \\ \quad 180 \text{ personas} \longrightarrow x \text{ litros} \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{180 \cdot 6.000}{150} = 7.200 \text{ litros}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{b) Si 150 personas} \longrightarrow 6.000 \text{ litros} \\ \quad x \text{ personas} \longrightarrow 7.000 \text{ litros} \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{150 \cdot 7.000}{6.000} = 175 \text{ personas}$$

Se podrán inscribir 25 clientes más.

057

Para hacer una minipizza de 10 centímetros de diámetro necesitamos 100 gramos de *mozzarella*. Si queremos hacer una pizza de 20 centímetros de diámetro, ¿qué cantidad de queso usaremos?



El área de la pizza (no el diámetro) y los gramos de queso son magnitudes directamente proporcionales.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si para } \pi \cdot 5^2 \text{ cm}^2 \longrightarrow 100 \text{ g} \\ \quad \text{para } \pi \cdot 10^2 \text{ cm}^2 \longrightarrow x \text{ g} \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{\pi \cdot 10^2 \cdot 100}{\pi \cdot 5^2} = 400 \text{ g}$$

058

Un constructor quiere repartir 1.000 € entre tres de sus obreros de forma directamente proporcional a su antigüedad en la empresa. Andrés lleva 9 años en la empresa, mientras que Bernardo y Carlos solo tienen 3 años de antigüedad. ¿Qué parte les corresponde?



$$\frac{1.000}{9 + 3 + 3} = \frac{\text{Andrés}}{9} \rightarrow \text{Andrés} = \frac{1.000 \cdot 9}{9 + 3 + 3} = 600 \text{ €}$$

$$\frac{1.000}{9 + 3 + 3} = \frac{\text{Carlos}}{3} \rightarrow \text{Carlos} = \frac{1.000 \cdot 3}{9 + 3 + 3} = 200 \text{ €}$$

A Bernardo también le corresponden 200 €.

Proporcionalidad numérica

059 Un abuelo decide repartir 120 caramelos entre sus cuatro nietos de forma directamente proporcional a sus edades, que son 4, 6, 6 y 8 años respectivamente. ¿Cuántos caramelos le corresponden a cada nieto?

El nieto que tiene 4 años: $\frac{120}{4 + 6 + 6 + 8} = \frac{a}{4} \rightarrow a = 20$ caramelos

Los nietos que tienen 6 años: $\frac{120}{4 + 6 + 6 + 8} = \frac{b}{6} \rightarrow b = 30$ caramelos

El nieto que tiene 8 años: $\frac{120}{4 + 6 + 6 + 8} = \frac{c}{8} \rightarrow c = 40$ caramelos

060 Dos amigos montan un negocio. Uno de ellos se retira al cabo de 8 meses. El otro socio continúa hasta final de año, siendo el resultado unas pérdidas de 1.500 €. ¿Cuánto tiene que pagar cada amigo?

El amigo que ha estado 8 meses: $\frac{1.500}{8 + 12} = \frac{a}{8} \rightarrow a = 600$ €

El amigo que ha estado 1 año: $\frac{1.500}{8 + 12} = \frac{b}{12} \rightarrow b = 900$ €

061 Vicente y Paloma abren una cartilla de ahorros en el banco. Vicente pone 400 € y Paloma 800 €. Al cabo de unos años les devuelven 1.380 €. ¿Cómo los tienen que repartir? ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

Tendrán que repartirlo de forma directamente proporcional.

$$\frac{x}{400} = \frac{y}{800} = \frac{1.380}{400 + 800} \rightarrow x = \frac{400 \cdot 1.380}{1.200} = 460 \text{ € para Vicente}$$

$$y = \frac{800 \cdot 1.380}{1.200} = 920 \text{ € para Paloma}$$

062 Se decide construir un puente cuyo coste, de un millón de euros, han de pagar entre tres localidades en partes inversamente proporcionales a la distancia de cada localidad al puente. Alameda está a 6 km, Buenasaguas está a 8 km y Cabestreros a 10 km. Calcula cuánto ha de pagar cada localidad.



$$k = \frac{1.000.000}{\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10}} = \frac{240.000.000}{94} = 2.553.191,49$$

A Alameda le corresponden $\rightarrow 2.553.191,49 : 6 = 425.531,91$ €

A Buenasaguas le corresponden $\rightarrow 2.553.191,49 : 8 = 319.148,94$ €

A Cabestreros le corresponden $\rightarrow 2.553.191,49 : 10 = 255.319,15$ €

063 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA LA CANTIDAD REPARTIDA CONOCIENDO UNA PARTE DIRECTAMENTE PROPORCIONAL?

Se ha repartido una cantidad de forma directamente proporcional a las edades de tres hermanos, que son 8, 4 y 3 años. Si al hermano mayor le han correspondido 800 €, ¿qué cantidad se ha repartido?

PRIMERO. Se halla la constante de proporcionalidad.

$$k = \frac{800}{8} = 100$$

SEGUNDO. Se calcula el total: $(8 + 4 + 3) \cdot 100 = 1.500$.

Se han repartido 1.500 €.

- 064 Luis, Damián y Carlos compraron un décimo de lotería de Navidad. Carlos puso 10 €, Damián 6 € y Luis 4 €. El décimo fue premiado y, en el reparto, a Carlos le tocaron 5.000 €. ¿Cuánto le correspondió a los otros dos?



$$k = \frac{5.000}{10} = 500$$

A Damián le correspondieron: $6 \cdot 500 = 3.000$ €.

A Luis le correspondieron: $4 \cdot 500 = 2.000$ €.

- 065 Un abuelo reparte 10.350 € entre sus tres nietos de forma directamente proporcional a sus edades. Si los dos menores tienen 22 años y 23 años, calcula:

a) La edad del hermano mayor sabiendo que le correspondieron 3.600 €.

b) Las cantidades de los otros hermanos.

$$a) \frac{10.350}{x + 22 + 23} = \frac{3.600}{x} \rightarrow 10.350x = 3.600x + 162.000 \rightarrow x = 24 \text{ años}$$

$$b) k = \frac{3.600}{24} = 150. \text{ Al nieto que tiene 22 años le correspondieron:}$$

$$150 \cdot 22 = 3.300 \text{ € y al nieto de 23 años: } 150 \cdot 23 = 3.450 \text{ €.}$$

Proporcionalidad numérica

066 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA LA CANTIDAD REPARTIDA CONOCIENDO UNA PARTE INVERSAMENTE PROPORCIONAL?

Se ha repartido una herencia de forma inversamente proporcional a las edades de tres primos, que son 25, 20 y 16 años. Al primo de 25 años le han correspondido 800 €. ¿Qué cantidad se ha repartido?

PRIMERO. Se calcula la constante de proporcionalidad.

$$800 = \frac{k}{25} \rightarrow k = 800 \cdot 25 = 20.000$$

SEGUNDO. Se halla el total.

$$\frac{k}{25} + \frac{k}{20} + \frac{k}{16} = \text{Herencia}$$
$$\frac{20.000}{25} + \frac{20.000}{20} + \frac{20.000}{16} = 3.050 \text{ €}$$

Se han repartido 3.050 €.

067 Si repartes una cantidad en partes inversamente proporcionales a 10, 7 y 3, la cantidad que le corresponde a 3 es 50. ¿Qué cantidad les corresponde a 10 y 7?

$k = 3 \cdot 50 = 150$. A 10 le corresponde $\rightarrow 150 : 10 = 15$
y a 7 le corresponde $\rightarrow 150 : 7 = 21,43$.

068 De acuerdo con un testamento, se reparten 359.568 € entre tres personas en partes inversamente proporcionales a su sueldo mensual. Calcula lo que le corresponderá a cada una si el sueldo menor

es $\frac{2}{3}$ del sueldo intermedio,

y este es $\frac{3}{4}$ del mayor.



Mayor: x Intermedio: $\frac{3x}{4}$ Menor: $\frac{x}{2}$

$$k = \frac{359.568}{\frac{1}{x} + \frac{4}{3x} + \frac{2}{x}} = \frac{1.078.704x}{13} = 82.977,23x$$

$$\text{Mayor: } 82.977,23x : x = 82.977,23 \text{ €}$$

$$\text{Intermedio: } 82.977,23x : \frac{3x}{4} = 110.636,31 \text{ €}$$

$$\text{Menor: } 82.977,23x : \frac{x}{2} = 165.954,46 \text{ €}$$

069 Un grupo de 8 amigos pagó 940 € por su estancia de 3 días en un hotel. ¿Cuánto costaba la estancia diaria de cada amigo?



8 personas → 3 días → 940 € }
 1 persona → 1 día → x € }



$$\frac{8}{1} \cdot \frac{3}{1} = \frac{940}{x} \rightarrow \frac{24}{1} = \frac{940}{x} \rightarrow x = \frac{940}{24} = 39,17 \text{ €}$$

070 Dos máquinas, funcionando 6 horas diarias, consumen 1.500 kWh en un día. ¿Cuánto consumirán 3 máquinas funcionando 8 horas diarias?

Maquinas	Horas	Consumo
2	6	1.500
3	8	x

Tres máquinas consumirán: $\frac{1.500}{2 \cdot 6} = \frac{x}{3 \cdot 8} \rightarrow x = \frac{1.500 \cdot 3 \cdot 8}{2 \cdot 6} = 3.000 \text{ kWh}$

071 Una barra de metal de 10 m de largo y 2 cm² de sección pesa 8,45 kg. ¿Cuánto pesará una barra del mismo material de 5 m de largo y 7 cm² de sección?

10 m de largo → 2 cm² de sección → 8,45 kg }
 5 m de largo → 7 cm² de sección → x kg }



$$\frac{10}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{8,45}{x} \rightarrow \frac{20}{35} = \frac{8,45}{x} \rightarrow x = \frac{35 \cdot 8,45}{20} = 14,79 \text{ kg}$$

072 En las fiestas de un barrio se colocan 1.200 farolillos que se encienden 8 horas al día, ocasionando un gasto total de 1.440 €. ¿Cuál sería el gasto si se colocasen 600 farolillos más y se encendiesen 2 horas menos?

1.200 farolillos → 8 horas/día → 1.440 € }
 1.800 farolillos → 6 horas/día → x € }



$$\frac{1.200}{1.800} \cdot \frac{8}{6} = \frac{1.440}{x} \rightarrow \frac{9.600}{10.800} = \frac{1.440}{x} \rightarrow x = 1.620 \text{ €}$$

Proporcionalidad numérica

073



Se cree que, para construir la pirámide de Keops, trabajaron 20.000 personas durante 10 horas diarias, y tardaron 20 años en acabarla.

a) ¿Cuánto habrían tardado si fuesen 10.000 personas más?

b) ¿Y si hubiesen trabajado 8 horas diarias?

$$\left. \begin{array}{l} 20.000 \rightarrow 20 \\ 30.000 \rightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{20.000 \cdot 20}{30.000} = 13,33 = 13 \text{ años y 4 meses}$$

$$\left. \begin{array}{l} 10 \rightarrow 20 \\ 8 \rightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{10 \cdot 20}{8} = 25 \text{ años}$$

074



Cien trabajadores, trabajando 8 horas diarias, tardan 300 días en construir un barco.

a) Si aumentase la plantilla en 20 personas, ¿cuántos días se adelantaría la construcción?

b) Si se redujese la plantilla en 20 personas, ¿cuántos días se retrasaría la construcción?

c) ¿Y si la plantilla se redujese en 20 personas pero se aumentasen los turnos a 9 horas diarias?

$$\left. \begin{array}{l} 100 \text{ personas} \longrightarrow 300 \text{ días} \\ 120 \text{ personas} \longrightarrow x \text{ días} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{100}{120} = \frac{x}{300} \rightarrow x = 250 \text{ días}$$

Se adelantaría 50 días.

$$\left. \begin{array}{l} 100 \text{ personas} \longrightarrow 300 \text{ días} \\ 80 \text{ personas} \longrightarrow x \text{ días} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{100}{80} = \frac{x}{300} \rightarrow x = 375 \text{ días}$$

Se retrasaría 75 días.

$$\left. \begin{array}{l} 100 \text{ personas} \longrightarrow 8 \text{ horas/día} \longrightarrow 300 \text{ días} \\ 80 \text{ personas} \longrightarrow 9 \text{ horas/día} \longrightarrow x \text{ días} \end{array} \right\}$$

$$\frac{80}{100} \cdot \frac{9}{8} = \frac{300}{x} \rightarrow \frac{720}{800} = \frac{300}{x} \rightarrow x = 333,33 \text{ días}$$

Se retrasaría casi 34 días.

075



Tres de cada 5 alumnos han tenido la gripe en el mes de enero.

Expresa este dato en forma de porcentaje.

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{3 \cdot 100}{5} = 60 \%$$

- 076** Por un CD que cuesta 21 € me hacen un 15 % de descuento.
 ● ¿Cuánto dinero me ahorro?

$$\frac{15}{100} = \frac{x}{21} \rightarrow x = \frac{21 \cdot 15}{100} = 3,15 \text{ €}$$

- 077** En un instituto, 63 alumnos, que son el 15 % del total, han viajado al extranjero. ¿Cuántos alumnos tiene el instituto?

$$\frac{15}{100} = \frac{63}{x} \rightarrow x = \frac{63 \cdot 100}{15} = 420 \text{ alumnos}$$

- 078** Un vendedor de coches recibe como comisión el 0,8 % de las ventas que realiza.

- a) Si en un mes recibió 300 € de comisión, ¿qué ventas realizó?
 b) Si el mes siguiente vendió por valor de 45.000 €, ¿qué comisión obtuvo?

$$\text{a) } \frac{300 \cdot 100}{0,8} = 37.500 \text{ €}$$

$$\text{b) } \frac{45.000 \cdot 0,8}{100} = 360 \text{ €}$$

- 079** Un comerciante decide subir el precio de una mercancía, que era de 72 €, un 3 %, y a la semana siguiente, otro 3 % sobre el último precio.
 ● ● ¿Cuál es el precio final de venta?

1.º aumento del 3 % $\rightarrow 1,03$

2.º aumento del 3 % $\rightarrow 1,03$

Encadenando los porcentajes de aumento:

$$1,03 \cdot 1,03 \cdot 72 = 1,0609 \cdot 72 = 76,38 \text{ €}$$

- 080** En dos semanas consecutivas se han aplicado al precio de un artículo aumentos del 2 % y 5 %. ¿En qué porcentaje se ha incrementado el artículo sobre su precio original?

$$100 \cdot \frac{102}{100} \cdot \frac{105}{100} = 107,10 \text{ €}$$

Se incrementó un 7,1 %.

- 081** En una tienda suben el precio de un producto de 200 € un 10 %. A la semana siguiente deciden rebajarlo un 10 % del precio que tiene en ese momento.
 ● ● ¿Qué ha ocurrido con el precio?



El precio final es: $200 \cdot \frac{110}{100} \cdot \frac{90}{100} = 198 \text{ €}$, es decir, se ha rebajado 2 €, un 1 %.

Proporcionalidad numérica

082 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE COMPARA MEDIANTE PORCENTAJES?

En una cafetería han aumentado los precios de los refrescos: la naranjada de 1 € a 1,05 €, y los refrescos de cola, de 1,10 a 1,15 €. ¿Ha sido proporcional el aumento?

PRIMERO. Se calcula la subida lineal.

$$1,05 - 1 = 0,05 \quad 1,15 - 1,10 = 0,05$$

Los dos refrescos suben la misma cantidad.

SEGUNDO. Se halla el porcentaje que representa la subida.

$$\frac{0,05}{1} = 0,05 \rightarrow 5\% \quad \frac{0,05}{1,10} = 0,0454 \rightarrow 4,54\%$$

El aumento no es proporcional.

083

La carne de cordero, durante la Navidad, aumentó su precio de 8,85 €/kg a 11,55 €/kg. Otro producto que se ha encarecido han sido las uvas, de 2,10 €/kg a 3,95 €/kg. ¿Qué producto se ha incrementado más en proporción?

$$\text{Carne: } \frac{11,55 - 8,85}{8,85} = 0,305 = 30,5\%$$

$$\text{Uvas: } \frac{3,95 - 2,10}{2,10} = 0,881 = 88,1\%$$

Se ha incrementado más el precio de las uvas.



084

Al calentar una barra de metal de 1 m a 200 °C, se ha dilatado hasta medir 1,04 m. Una barra de 60 cm de otro metal, al calentarla a la misma temperatura, se ha dilatado hasta medir 61,9 cm. ¿Qué metal se dilata menos?

$$\text{Barra de 1 m: } \frac{1,04 - 1}{1} = 0,04 = 4\%$$

$$\text{Barra de 60 cm: } \frac{61,9 - 60}{60} = 0,031\hat{6} = 3,1\hat{6}\%$$

Se dilata menos el metal de la barra de 60 cm.

085

En un envase de galletas anuncian que contiene un 25 % más de galletas por el mismo precio. Los envases antiguos pesaban 1 kg y el envase actual con la oferta pesa 1,20 kg. ¿Es cierta la publicidad?

$$\text{El 25 \% de 1 kg es: } \frac{25}{100} = \frac{x \text{ kg}}{1 \text{ kg}} \rightarrow x = 0,25 \text{ kg}$$

Luego el peso actual del paquete debería ser 1,25 kg.

Como $1,20 < 1,25$, la publicidad no es cierta.

- 086** ●● ¿Qué interés producen 3.000 € al 4,3 % durante 5 años? ¿Y durante 15 meses? ¿Y durante 150 días?

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{3.000 \cdot 4,3 \cdot 5}{100} = 645 \text{ €}$$

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1.200} = \frac{3.000 \cdot 4,3 \cdot 15}{1.200} = 161,25 \text{ €}$$

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{36.000} = \frac{3.000 \cdot 4,3 \cdot 150}{36.000} = 53,75 \text{ €}$$

- 087** ●● ¿Cuál es el capital que impuesto al 7,5 % produce 3.760 € al cabo de un año?

$$3.760 = \frac{C \cdot 7,5 \cdot 1}{100} \rightarrow C = \frac{3.760 \cdot 100}{7,5} = 50.133,33 \text{ €}$$

- 088** ●● Emilio ha decidido invertir sus ahorros, que son 9.600 €, en un depósito financiero que ofrece un interés del 3,85 % durante 4 años.



- a) ¿Cuánto cobrará de intereses durante los 6 primeros meses?
 b) ¿Y por 3 meses y 20 días?
 c) Si decidiera sacar el dinero antes de que concluya el período de inversión, 4 años, se le penalizaría con un pago del 5 % del capital invertido. Después de un año y dos meses y medio, ¿perderá o ganará dinero?
 d) ¿Cuánto tiempo tiene que pasar para que, al cancelar el depósito, no pierda dinero?

a) El interés de un año es: $I = \frac{9.600 \cdot 3,85 \cdot 1}{100} = 369,60 \text{ €}$,

y por 6 meses es: $\frac{369,6 \cdot 6}{12} = 184,80 \text{ €}$.

b) El interés por 3 meses es: $\frac{369,6 \cdot 3}{12} = 92,40 \text{ €}$,

y por 20 días es: $\frac{369,6 \cdot 20}{365} = 20,25 \text{ €}$; en total, 112,65 €.

c) El interés por 1 año es 369,60 y por 2,5 meses es: $\frac{369,6 \cdot 2,5}{12} = 77 \text{ €}$;
 en total, 446,60 €.

La penalización es: $\frac{9.600 \cdot 5}{100} = 480 \text{ €}$.

En total perderá: $480 - 446,6 = 33,40 \text{ €}$.

d) $480 = \frac{9.600 \cdot 3,85 \cdot t}{100} \rightarrow t = \frac{480 \cdot 100}{9.600 \cdot 3,85} = 1,3 \text{ años} =$
 $= 1 \text{ año, 3 meses y 18 días}$

Proporcionalidad numérica

089



Urbano ha recibido como herencia 40.000 €. Invierte este dinero en un depósito con un interés del 5% anual durante 5 años y medio. Cuando concluya este tiempo, los intereses que reciba los repartirá entre sus 4 hijos, de manera inversamente proporcional a sus edades, que son 15, 14, 12 y 10 años.



- a) ¿Qué cantidad recibirá de intereses cuando concluya su inversión, es decir, dentro de 5 años y medio?
b) ¿Cuánto dinero le corresponderá a cada hijo?

$$a) I = \frac{40.000 \cdot 5 \cdot 5,5}{100} = 11.000 \text{ €}$$

$$b) k = \frac{11.000}{\frac{1}{15} + \frac{1}{14} + \frac{1}{12} + \frac{1}{10}} = \frac{4.620.000}{28 + 30 + 35 + 42} = 34.222,22$$

Al hijo de 15 años le corresponden $\rightarrow 34.222,22 : 15 = 2.281,48 \text{ €}$

Al hijo de 14 años le corresponden $\rightarrow 34.222,22 : 14 = 2.444,44 \text{ €}$

Al hijo de 12 años le corresponden $\rightarrow 34.222,22 : 12 = 2.851,85 \text{ €}$

Al hijo de 10 años le corresponden $\rightarrow 34.222,22 : 10 = 3.422,22 \text{ €}$

090

HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVEN LOS PROBLEMAS DE MEZCLAS?

Se mezclan dos tipos de harina, *A* y *B*, de precios 0,75 €/kg y 0,50 €/kg en la proporción de 5 kg de tipo *A* y 3 kg de tipo *B*. ¿A qué precio sale el kilo de la mezcla?

PRIMERO. Se calcula el precio total.

$$\text{Total de harina} = 5 \text{ kg} + 3 \text{ kg} = 8 \text{ kg}$$

$$\text{Precio total} = 5 \cdot 0,75 + 3 \cdot 0,50 = 5,25 \text{ €}$$

SEGUNDO. Se reduce a la unidad.

$$\text{Precio de la mezcla} = \frac{5,25}{8} = 0,66 \text{ €/kg}$$

- 091** Mezclamos 8 kg de café de 2,25 €/kg, con 5 kg de café de 1,66 €/kg.
 ¿A cuánto tendremos que vender el kilo si queremos ganar un 10 % de su precio por kilo?

Total de café = $8 + 5 = 13$ kg

Precio total = $8 \cdot 2,25 + 5 \cdot 1,66 = 26,30$ €

Si le sumo el 10 % sería: $26,30 \cdot 1,1 = 28,93$ €.

El precio por kilo es: $\frac{28,93}{13} = 2,23$ €/kg.

Para ganar un 10 % tendremos que vender el kilo de mezcla a 2,23 €/kg.

- 092** Un lingote de plata de 200 g de ley del 90 % (90 % de pureza) se funde con otro de 300 g de 80 % de ley. ¿Cuál es la ley del nuevo lingote?

El metal total es:

$$200 + 300 = 500 \text{ g}$$

El total de plata pura es:

$$\frac{200 \cdot 90}{100} + \frac{300 \cdot 80}{100} = 420 \text{ g}$$

La ley de la mezcla es:

$$\frac{420}{500} = 84 \%$$

La ley del nuevo lingote es del 84 %.

- 093** Se tiene alcohol de 96 %. Si mezclamos 1 litro de alcohol con medio litro de agua, ¿cuál será la graduación del alcohol resultante?

El total de líquido es 1,5 litros y el total de alcohol es 0,96 litros.

La graduación de la mezcla será: $\frac{0,96}{1,5} = 0,64 = 64$ %.

- 094** ¿En qué proporción se han de mezclar dos tipos de café A y B de precios 5 €/kg y 8 €/kg para que resulte un café cuyo precio sea 7,25 €/kg?

Suponemos que mezclamos 1 kg del café A y x kg del B.

El precio total es:

$$\frac{1 \cdot 5 + x \cdot 8}{1 + x} = 7,25 \text{ €/kg}$$

$$5 + 8x = 7,25 + 7,25x \rightarrow 0,75x = 2,25 \rightarrow x = 3 \text{ kg}$$

Por tanto, la proporción es 1 kg de café A y 3 kg de café B (25 % de A y 75 % de B).

Proporcionalidad numérica

095

Un lingote de oro y cobre cuya ley es del 90 % tiene un peso de 100 g.
¿Con qué cantidad de cobre lo tendremos que fundir para que la ley baje al 75 %?

Siendo x la cantidad de cobre, la cantidad de la aleación será de $(100 + x)$ g.

La cantidad de oro puro es: $100 \cdot 90\% = 90$ g.

La aleación tendrá una ley de: $\frac{90}{100 + x} = 0,75 \rightarrow 90 = 75 + 0,75x \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{15}{0,75} = 20 \text{ g de cobre}$$

096

HAZLO ASÍ

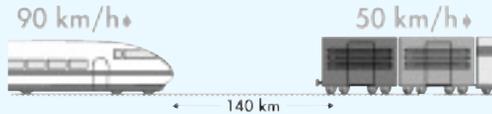
¿CÓMO SE RESUELVEN LOS PROBLEMAS DE MÓVILES?

Un tren de pasajeros lleva una velocidad de 90 km/h. Otro tren de mercancías, que circula por una vía paralela, va a 50 km/h.

a) Si parten de puntos opuestos, distantes 350 km entre sí, a la misma hora, y uno va al encuentro del otro, ¿cuánto tardarán en encontrarse?



b) Si los dos parten del mismo punto y el tren de mercancías, que ha salido antes, lleva una ventaja de 140 km, ¿cuánto tardará el tren de pasajeros en alcanzarlo?



PRIMERO. Se suman o se restan las velocidades según vayan en distinta o en la misma dirección.

SEGUNDO. El cociente entre la distancia que los separa y la velocidad a la que se aproximan es el tiempo.

a) VELOCIDAD DE APROXIMACIÓN = $90 + 50 = 140$ km/h

Ambos trenes se aproximan entre sí a una velocidad de 140 km/h.

$$\text{Tiempo} = \frac{\text{distancia}}{\text{velocidad}} = \frac{350}{140} = 2,5$$

Tardarán 2,5 h en encontrarse.

b) VELOCIDAD DE APROXIMACIÓN = $90 - 50 = 40$ km/h

El tren de pasajeros se aproxima al de mercancías con una velocidad de 40 km/h.

$$\text{Tiempo} = \frac{\text{distancia}}{\text{velocidad}} = \frac{140}{40} = 3,5$$

Tardará 3,5 h en alcanzarlo.

- 097** ●● A las 9:45 h parte de Sevilla un AVE con dirección a Madrid que circula a una velocidad media de 220 km/h. A la misma hora sale de Madrid un tren de mercancías, que circula por una vía paralela a la del AVE, y que lleva una velocidad de 40 km/h. ¿A qué hora se encontrarán si la distancia entre Madrid y Sevilla es de 520 km?

La velocidad de aproximación es:

$$220 + 40 = 260 \text{ km/h}$$

Por tanto, el tiempo de alcance es:

$$\frac{520}{260} = 2 \text{ horas}$$

Se encuentran a las 11:45 h.

- 098** ●●● Un ciclista, que circula a una velocidad de 15 km/h, le lleva una hora de ventaja a un coche que viaja a una velocidad de 60 km/h. ¿Cuánto tiempo tardará el coche en alcanzar al ciclista?



Como el ciclista lleva 1 hora de ventaja, va 15 km por delante del coche.

La velocidad de aproximación es:

$$60 - 15 = 45 \text{ km/h}$$

$$\text{Tiempo} = \frac{15}{45} = 0,\bar{3} \text{ horas} = 20 \text{ minutos}$$

- 099** ●●● Si una magnitud A es directamente proporcional a otra magnitud B , y esta es inversamente proporcional a C , ¿cómo son A y C ?

$$A \text{ y } B \text{ son directamente proporcionales} \rightarrow \frac{A}{B} = k_1$$

$$B \text{ y } C \text{ son inversamente proporcionales} \rightarrow B \cdot C = k_2$$

Si multiplicamos los dos términos de la igualdad por k_1 :

$$B \cdot C = k_2 \rightarrow B \cdot C \cdot k_1 = k_2 \cdot k_1 \rightarrow B \cdot C \cdot \frac{A}{B} = k_2 \cdot k_1 \rightarrow A \cdot C = k_2 \cdot k_1$$

Luego A y C son inversamente proporcionales.

Proporcionalidad numérica

100

● ● ● Reparte un número k en dos partes directamente proporcionales a dos números cualesquiera, m y n , y después, haz el reparto inversamente proporcional a los mismos valores, m y n .

a) ¿Qué relación hay entre las partes obtenidas en cada reparto?

b) ¿Ocurre siempre lo mismo?

El reparto proporcional correspondiente a m es:

$$\left. \begin{array}{l} m+n \rightarrow k \\ m \rightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{m \cdot k}{m+n}$$

y el de n es:

$$\left. \begin{array}{l} m+n \rightarrow k \\ n \rightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{n \cdot k}{m+n}$$

El reparto es inversamente proporcional y la constante es:

$$c = \frac{k}{\frac{1}{\frac{m \cdot k}{m+n}} + \frac{1}{\frac{n \cdot k}{m+n}}} = \frac{k}{\frac{m+n}{m \cdot k} + \frac{m+n}{n \cdot k}} = \frac{m \cdot n \cdot k^2}{(m+n)^2}$$

Por tanto, el reparto es:

$$m \rightarrow \frac{m \cdot k}{m+n} \rightarrow \frac{n \cdot m \cdot k^2}{(m+n)^2} : \frac{m \cdot k}{m+n} = \frac{n \cdot k}{m+n}$$

$$n \rightarrow \frac{n \cdot k}{m+n} \rightarrow \frac{n \cdot m \cdot k^2}{(m+n)^2} : \frac{n \cdot k}{m+n} = \frac{m \cdot k}{m+n}$$

$$k = 100, m = 12 \text{ y } n = 8$$

El reparto proporcional correspondiente a 12 es:

$$\left. \begin{array}{l} 20 \rightarrow 100 \\ 12 \rightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{1 \cdot 200}{20} = 60$$

y el de 8 es:

$$\left. \begin{array}{l} 20 \rightarrow 100 \\ 8 \rightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{800}{20} = 40$$

El reparto es inversamente proporcional y la constante es:

$$c = \frac{100}{\frac{1}{60} + \frac{1}{40}} = \frac{12 \cdot 1000}{5} = 2.400$$

Por tanto, el reparto es:

$$12 \rightarrow 60 \rightarrow 2.400 : 60 = 40$$

$$8 \rightarrow 40 \rightarrow 2.400 : 40 = 60$$

a) El reparto, en cada caso, es el contrario; lo que le corresponde a m en el reparto directamente proporcional es lo que le corresponde a n en el reparto inversamente proporcional, y viceversa.

b) Sí, la demostración es la que se ha hecho anteriormente.

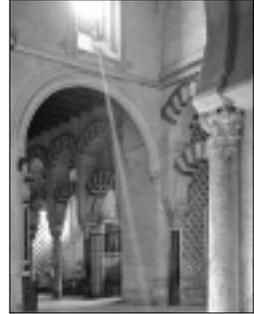
- 101** Si a una cierta cantidad la disminuimos en un 10 %, ¿qué porcentaje debemos incrementarla para obtener la misma cantidad?

$$\left. \begin{array}{l} 10 \rightarrow 90 \\ x \rightarrow 100 \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{1.000}{90} = \frac{100}{9} = 11,1\% \text{ de la cantidad disminuida}$$

- 102** Una lámina de cristal absorbe el 20 % de la luz roja que le llega, es decir, deja pasar el 80 %. ¿Cuántas láminas hacen falta como mínimo, una encima de otra, para que pase como máximo la mitad de la luz roja que le llegue?

$$\begin{aligned} 0,80^x < 0,5 & & 0,80 \cdot 0,80 = 0,64 \\ & & 0,64 \cdot 0,80 = 0,512 \\ & & 0,512 \cdot 0,80 = 0,4096 \end{aligned}$$

Hacen falta como mínimo 4 láminas.



EN LA VIDA COTIDIANA

- 103** Norberto ha pasado las vacaciones de Semana Santa en casa de sus tíos. Se llevó los apuntes de clase porque tenía que hacer algunas tareas que le habían mandado. A la vuelta se le han olvidado, así que su prima Elena se los va a enviar por mensajero.

Norberto ha encontrado en casa una factura de una empresa de mensajería que su padre había contratado hace tiempo.

Elena ha pesado el paquete con los apuntes de Norberto: 3,2 kg, y ha medido en un mapa la distancia que hay hasta su ciudad: 126 km.

¿Cuánto pagará Elena si envía el paquete con esta empresa? ¿Y si lo hace mediante el servicio urgente?

El gasto de transporte será:

$$\left. \begin{array}{l} 18,75 \rightarrow 250 \cdot 25 \\ x \rightarrow 3.200 \cdot 126 \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{18,75 \cdot 3.200 \cdot 126}{250 \cdot 25} = \frac{7.560.000}{6.250} = 1.209,60 \text{ €}$$

El coste sin IVA será: $2 + 1.209,6 = 1.211,60 \text{ €}$.

Y el coste con IVA es: $1.211,6 \cdot 1,07 = 1.296,41 \text{ €}$.

Si lo hace por el servicio urgente le costará: $1.296,41 \cdot 1,3 = 1.685,34 \text{ €}$.

Estas empresas cobran una cantidad fija por cada servicio, a la que añaden otra que depende proporcionalmente del peso del paquete y de la distancia a la que se envía.



Proporcionalidad numérica

104

Villaplana y Villacuesta son dos pueblos vecinos. Como acaba de construirse una autovía cerca de los dos municipios, sus alcaldes han decidido variar la carretera existente para hacer una incorporación a esa autovía. El problema es que no se ponen de acuerdo sobre cómo dividirán los gastos.



Tras largas discusiones se ha decidido lo siguiente.

BANDO MUNICIPAL

Se va a construir una variante de la carretera entre Villaplana y Villacuesta que conectará con la nueva autovía.

Los gastos de esta obra se dividirán de forma directamente proporcional al número de vecinos censados en cada pueblo, e inversamente proporcional a los gastos que cada municipio tiene en el mantenimiento de las carreteras vecinales.

	Habitantes	Gastos
Villaplana	6.748	16.860 €
Villacuesta	1.230	2.400 €

¿Qué porcentaje del total del coste de la obra deberá pagar cada municipio?

$$\left. \begin{array}{l} 16.860 \xleftarrow{\text{Inversa}} x \xrightarrow{\text{Directa}} 6.748 \\ 2.400 \xleftarrow{\text{Inversa}} 100 - x \xrightarrow{\text{Directa}} 1.230 \end{array} \right\}$$

$$\frac{x}{100 - x} = \frac{6.748}{1.230} \cdot \frac{2.400}{16.860} = \frac{16.195.200}{20.737.800}$$

$$16.195.200 \cdot x = (100 - x) \cdot 20.737.800$$

$$36.933.000x = 2.073.780.000 \rightarrow x = 56,15 \%$$

Villaplana aportará el 56,15 % y Villacuesta el 43,85 %.